UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE
INGENIEROS DE MINAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA Y
MÉTODOS INFORMÁTICOS

TITULACIÓN: Ingeniero Geólogo; ASIGNATURA: Análisis Numérico.

EXAMEN FINAL (7 de junio de 2013; 16h.)

PUBLICACIÓN DE NOTAS: 17 de junio de 2013 (en la página web de la asignatura en el Campus Virtual de la UPM y en el tablón de anuncios del DMAMI).

REVISIÓN: Se comunicará cuando se publiquen las calificaciones.

NOTAS IMPORTANTES:

1) Los ejercicios 1, 2 y 3 corresponden al primer cuatrimestre, mientras que los ejercicios 4 y 5 corresponden al segundo cuatrimestre.
2) La duración del examen será de **1 hora y 45 minutos** para los alumnos que realicen la materia de un cuatrimestre, y de **3 horas** para los alumnos que realicen la materia correspondiente a los dos cuatrimestres.
3) La calificación asignada a cada ejercicio es de 2 puntos.

1. Se considera la integral: $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos(x)\,dx$ Se pide:

Obtener el valor aproximado de la integral dada mediante una fórmula de integración numérica de Gauss de cuatro puntos, sabiendo que en el intervalo $[0,\pi]$ los pesos, ω_i, y las abcisas, ξ_i, correspondientes a esta fórmula son:

ξ_i	ω_i
0.21814	0.54640
1.03676	1.02438
2.10484	1.02438
2.92346	0.54640

2. En un circuito de voltaje V que tiene la resistencia R, la inductancia L y la capacitancia C en paralelo, la corriente i satisface la ecuación diferencial

$$\frac{di}{dt} = C\frac{d^2V}{dt^2} + \frac{1}{R}\frac{dV}{dt} + \frac{1}{L}V$$

Supongamos que C=3 faradios, R=2 ohmios, L=1 henrio y que el voltaje viene dado por:

$$V(t) = e^{-\pi t} sen(2t - \pi)$$

Partiendo de la condición inicial i(0)=0, y con paso de tiempo =0.5,

a) Realizar 3 iteraciones del método de Euler explícito.
b) Plantear el método de Crank-Nicolson y realizar 2 iteraciones.

3. Encuentra el único valor propio real de la matriz:

$$A := \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

aplicando el método de Newton-Raphson hasta obtener la solución con una precisión de 0.01 o bien realizando 3 iteraciones del método numérico. Se sabe que es próximo a 0.3.

2º parcial

4. Se considera una barra de longitud 5 m. para la que se desea resolver un problema de conducción de calor. Se han tomado medidas del coeficiente de conducción (difusión) de calor en diversos puntos de la barra obteniendo los siguientes resultados:

X	0	1	3	5
D(x)	1	3	19	27

Obtén, a partir de los datos de la tabla, una aproximación de la función D(x) que sea polinómica a trozos en el intervalo [0,5] de manera que sea un polinomio de segundo grado en el intervalo [1,5] y un polinomio de primer grado [0,1].

2º parcial

5 Se considera el problema de difusión de calor estacionario:

$$\begin{cases} -(D(x)u'(x))' = f(x), & x \in (0,5) \\ -D(0)u'(0) = 0, & -D(5)u'(5) = -2 \end{cases}$$

Siendo la función D(x) la obtenida en el Ejercicio 4 y el término fuente, f(x), viene dado por: