

## Ejercicios

**7.1.** Exponga brevemente (en no más de de cuatro líneas) cuál es el objetivo de la construcción de baremos.

**7.2.** Un grupo de 200 personas obtuvo en un test de inteligencia una media de 11,14 puntos y una desviación típica de 1,71. La siguiente tabla expone la distribución de frecuencias de las puntuaciones obtenidas en el test:

X	7	8	9	10	11	12	13	14	15
f	2	7	28	38	39	45	23	12	6

a) Calcule los rangos centiles correspondientes a cada una de las puntuaciones directas.  
 b) Calcule la puntuaciones típica,  $T$  y  $D$  que corresponden a la puntuación directa 10.  
 c) Suponiendo la normalidad de la distribución, qué puntuaciones normalizadas  $T_n$  y  $D_n$  corresponderían a la puntuación directa 10.

**7.3.** La media de un test es 45 y la desviación típica 10. Sabemos que a la puntuación directa de 40 le corresponde el rango centil 21, y que en las tablas de la distribución normal la puntuación típica  $-0,8$  deja por debajo de sí la probabilidad 0,21. Calcule el valor asociado a la puntuación directa de 40 en las siguientes escalas:

a) Típica normalizada ( $Z_n$ ).  
 b) Escala  $D$  no normalizada.

**7.4.** En un test distribuido normalmente, la puntuación del evaluado  $A$  es el centil 10; la del  $B$ , el centil 20; la del  $C$ , el centil 50; y la del  $D$ , el centil 60. ¿La diferencia entre las puntuaciones directas de  $A$  y  $B$  será la misma que la de los evaluados  $C$  y  $D$ ?

**7.5.** Las puntuaciones de una persona en tres escalas han sido: 60, 70 y 80. Diga razonadamente qué puntuación de las tres es el rango centil, la puntuación en la escala  $T$  y la puntuación en la escala  $D$ .

**7.6.** En un grupo normativo se han obtenido las puntuaciones  $T$  normalizadas y las puntuaciones típicas normalizadas de cada persona. Se calcula la correlación entre ambas columnas de puntuaciones y resulta ser 1. Diga cuál de las siguientes alternativas es correcta y por qué.

a) El valor 1 se ha obtenido por casualidad.  
 b) Dicha correlación ha de ser necesariamente 1.  
 c) La correlación sólo es 1 si la distribución es simétrica.

**7.7.** La puntuación de una persona en un test de inteligencia se encuentra 0,5 desviaciones típicas por encima de la media del grupo normativo. Obtenga sus puntuaciones en los baremos  $Z$ ,  $T$  y  $D$ .

**7.8.** Un evaluado ha obtenido en un examen la puntuación  $T_n = 65$ . Obtenga su rango centil y sus puntuaciones  $Z_n$  y  $D_n$ .

**7.9.** En un test cuyas puntuaciones se distribuyen normalmente, 5 personas (numeradas del 1 al 5) obtienen las siguientes puntuaciones en los correspondientes baremos:

1)  $D_n = 50$  2)  $T_n = 20$  3)  $E_n = 5$  4)  $Z_n = -3$  5) Rango centil = 90.  
 Sitúelas, mediante su número correspondiente, en la distribución normal tipificada.

**7.10.** Aplicamos un test a un grupo normativo de 350 personas. La distribución de frecuencias resultante fue:

X	45	44	43	42	41	40	39	38
f	5	15	45	85	90	56	44	10

¿Qué rango centil, puntuación típica y típica normalizada corresponden a la persona que obtenga una puntuación directa de 42?

**7.11.** Dos evaluados tienen exactamente los mismos conocimientos en un examen de “Psicometría”, que consta de 50 preguntas con 4 alternativas de respuesta y sólo una correcta. El primero, que es poco amante del riesgo, sólo responde a lo que sabe, y obtiene 30 aciertos. El segundo, mucho más arriesgado, responde a todas las preguntas.

a) ¿Cuántos fallos es previsible que tenga el segundo evaluado si responde completamente al azar las preguntas que no sabe? ¿Cuál será su puntuación después de descontarle los aciertos aleatorios?

b) Obtenga e interprete la puntuación  $D_n$  que corresponderá al primer evaluado si su puntuación típica normalizada en el examen fue de -1,5.

**7.12.** Una persona responde a una escala de autoritarismo. Su puntuación  $T_n$ , obtenida con los datos de la muestra A, es 60; mientras que su puntuación  $T_n$ , obtenida con los de la muestra B, es 70. ¿Cuál de las dos muestras tiene un mayor nivel de autoritarismo? Razone su respuesta.

**7.13.** Sabemos que la persona A, en la escala T, tiene una puntuación que coincide con la de la persona B, en la escala D. ¿Han podido tener las dos personas la misma puntuación en el test?

**7.14.** Se muestra continuación la distribución de frecuencias de un test de 4 ítems aplicado a 500 estudiantes. Obtenga el rango centil que corresponde a la puntuación  $X = 2$ .

X	f	Rango centil
0	20	2
1	80	12
2	320	( )
3	60	90
4	20	98

**7.15.** A la hora de elaborar un baremo cronológico aplicamos un test a estudiantes de distintas edades y obtenemos la tabla siguiente, que contiene las medias en el test de cada grupo de edad.

Edad	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Medias	22	24	25	26	28	29	32	31	29	28	27

Indique la opción correcta:

a) La edad mental que corresponde a la puntuación  $X = 13$  es 31.

b) La edad cronológica que corresponde a la puntuación  $X = 26$  es 9.

c) NO es posible hacer un baremo cronológico correcto a partir de los datos de la tabla.

**7.16.** Se aplica el mapeo de ítems para

a) mostrar que el test tiene fiabilidad.

b) comprobar que el test evalúa los contenidos que se pretenden evaluar.

c) facilitar la interpretación de las puntuaciones.

**7.17.** Los parámetros de un test de 5 ítems, calibrado con el modelo logístico de 2 parámetros han sido:

a	b
1	-2
1	-1
2	0
2	1
1,5	2

Las puntuaciones estimadas ( $\hat{\theta}$ ) de dos evaluados en el test han sido -1 y 1. Indique, en promedio, cuantos aciertos se espera que tengan en el test cada uno de ellos, aplicando la métrica logística.

**7.18.** Indique de qué método de establecimiento de los puntos de corte es característica cada una de las siguientes afirmaciones:

a) Cada juez ha de informar del número de alternativas del ítem que el estudiante frontera consideraría falsas.

- b) Cada juez ha de indicar si el estudiante frontera acertaría o no cada uno de los ítems del test.
- c) Los ítems se presentan a los jueces ordenados según su parámetro de dificultad, obtenido tras calibrar los ítems con un modelo de la TRI.

**7.19.** Queremos establecer el punto de corte entre el aprobado y el suspenso aplicando el método holístico. Describa brevemente (cuatro o cinco líneas) cómo lo haría.

## Soluciones

### 7.1.

Los baremos facilitan la interpretación de la puntuación del evaluado en un test, atendiendo a su posición relativa en el conjunto de puntuaciones que ha dado el test en un grupo normativo concreto. Conviene distinguir entre interpretaciones normativas y referidas al criterio. Las que proporcionan los baremos son del primer tipo.

### 7.2.

a) Los rangos centiles se muestran en la última columna.

X	f	%	% ac	RC
7	2	1	1	1
8	7	3,5	4,5	3
9	28	14	18,5	12
10	38	19	37,5	28
11	39	19,5	57	47
12	45	22,5	79,5	68
13	23	11,5	91	85
14	12	6	97	94
15	6	3	100	99

La tercera columna contiene los porcentajes (cada valor de “f” dividido por 200). La tercera, los porcentajes acumulados 1, 4,5 (=1+3,5), 18,5 (=1+3,5+14), y así sucesivamente. La quinta columna contiene los rangos centiles. El rango centil de 7 es 1 (= 1/2, que redondea a 1), de 8 es 3 (= 1+3,5/2 = 2,75, que redondea a 3), de 9 es 12 (4,5 +14/2 = 11,5, que redondea a 12), de 10 es 28 (=18,5+19/2 = 28), y así sucesivamente. Se ha dado a la variable X un tratamiento continuo.

b) La puntuación típica de  $X = 10$  es -0,67. Las puntuaciones  $T$  y  $D$  son 43 y 37, respectivamente.

c) El rango centil de  $X=10$  es 28. En la tabla de la distribución normal tipificada, la puntuación típica que deja por debajo la probabilidad 0,28 es -0,58. Las puntuaciones  $T_n$  y  $D_n$  son 44 y 38, respectivamente.

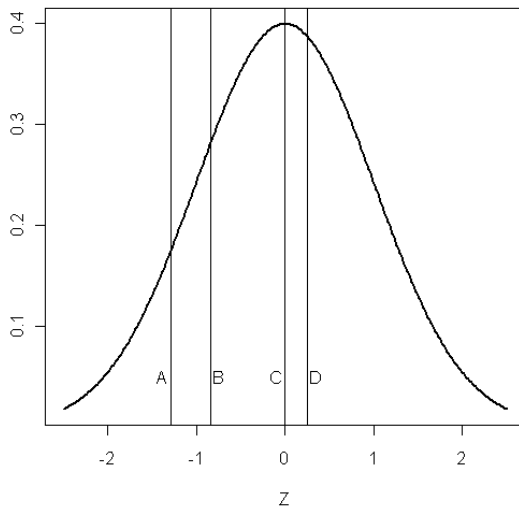
### 7.3.

a)  $Z_n = -0,8$

b) La  $Z$  es -0,5 (= (45-50)/10). La  $D = 40$  (=20(-0,5)+50)

### 7.4.

La gráfica siguiente muestra la distribución normal tipificada y las puntuaciones típicas de los evaluados  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$ , que son -1,28, -0,84, 0 y 0,25, respectivamente. En la escala típica la diferencia entre los evaluados  $A$  y  $B$  es 0,44, mientras que la de los evaluados  $C$  y  $D$  es 0,25. Las diferencias en puntuaciones directas serán 0,44 $S$  y 0,25 $S$ , siendo  $S$  la desviación típica. Por tanto, las diferencias no son iguales, pese a que en la escala centil sí lo son (20-10 = 10 y 60-50 = 10).

**7.5.**

Si el rango centil fuese 60,  $T$  habría de ser 70 y  $D$ , 80 (pues, cuando  $T$  y  $D$  son mayores de 50, para una misma  $Z$ ,  $T < D$ ). De  $T = 70$ , se sigue que la  $Z$  del evaluado debiera ser 2, pues  $(70-50)/10 = 2$ . De  $D = 80$ , se sigue que la  $Z$  del evaluado debiera ser 1,5, pues  $(80-50)/20 = 1,5$ . Como no llegamos a la misma  $Z$ , el rango centil no puede ser 60.

Si el rango centil fuese 70,  $T$  habría de ser 60 y  $D$ , 80. De  $T = 60$ , se sigue que la  $Z$  del evaluado debiera ser 1, pues  $(60-50)/10 = 1$ . De  $D = 80$ , se sigue que la  $Z$  del evaluado debiera ser 1,5, pues  $(80-50)/20 = 1,5$ . Como no llegamos a la misma  $Z$ , el rango centil no puede ser 70.

La última posibilidad es que el rango centil sea 80. En ese caso,  $T$  habría de ser 60 y  $D$ , 70. De  $T = 60$ , se sigue que la  $Z$  del evaluado debiera ser 1, pues  $(60-50)/10 = 1$ . De  $D = 70$ , se sigue que la  $Z$  del evaluado debiera ser 1, pues  $(70-50)/20 = 1$ . Como llegamos a la misma  $Z$ , el rango centil sí puede ser 80. Por lo tanto, la solución es que  $T$  es 60,  $D$  es 70 y el rango centil es 80.

**7.6.**

La alternativa correcta es la b), ya que las puntuaciones  $T$  normalizadas resultan de transformar las puntuaciones  $Z_n$ , mediante la transformación lineal  $T_n = 50 + 10Z_n$ .

**7.7.**

$Z = 0,5$ .  $T = 50 + (10) 0,5 = 55$ .  $D = 50 + (20) 0,5 = 60$ .

**7.8.**

Como  $T_n = 65 = 10Z_n + 50$ ,  $Z_n = 1,5$ . Por tanto,  $D_n = 20(1,5) + 50 = 80$ . El rango centil es 93, pues la probabilidad que deja por debajo en la distribución normal su  $Z_n = 1,5$  es 0,93.

**7.9.**

Las  $Z_n$  de los cinco evaluados son:

Evaluado  $Z_n$

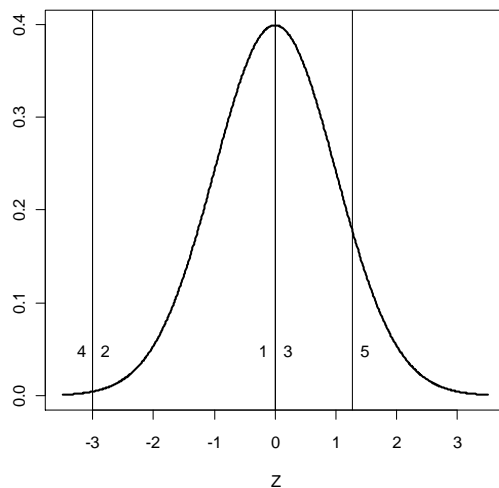
1  $(50-50)/20 = 0$

2  $(20-50)/10 = -3$

3  $(5-5)/20 = 0$

4 -3

5 1,28, pues en la distribución normal,  $P(Z < 1,28) = 0,9$ .

**7.10.**

X	45	44	43	42	41	40	39	38
f	5	15	45	85	90	56	44	10
f ac	350	345	330	285	200	110	54	10
RC	99	96	88	69	44	23	9	1

El rango centil es 69 ( $C_{69} = 42$ ).  $Z = 0,54 = (42 - 41,19)/1,50$ .  $Z_n = 0,50$ , pues en la distribución normal tipificada se cumple que  $P(Z < 0,50) = 0,69$ .

**7.11.**

a) La segunda persona deberá tener, en promedio, 15 errores y 5 aciertos ( $15 = (20)3/4$  y  $5 = (20)/4$ ), según vimos en el tema 2, en el apartado “Corrección de los efectos del azar”. Su puntuación corregida será 30 ( $= 35 - 15/3$ ), la misma que la obtenida por el primer evaluado.

b) Su puntuación  $D_n$  será 20 ( $= 20(-1,5) + 50$ ).

**7.12.**

La persona tiene una  $Z_n$  menor en la muestra A (su  $Z_n$  es 1) que en la muestra B (su  $Z_n$  es 2). En la muestra A, el rango centil es 84 (y el 16% de la muestra tiene puntuaciones iguales o superiores a la obtenida por el evaluado). En la muestra B, el rango centil es 98 (solo el 2% de la muestra tiene más o igual autoritarismo que el evaluado). Esto indica que la primera muestra es más autoritaria.

**7.13.**

Si  $T_A = D_B$ , se cumplirá que  $10Z_A = 20Z_B$ . Para que esto ocurra,  $Z_A = Z_B = 0$ . Por tanto, solo puede darse lo que dice el enunciado cuando la puntuación de las dos personas coincida exactamente con la media del test.

**7.14.**

El rango centil de  $X = 2$  es 52 ( $= 100(20+80+160)/500$ ).

**7.15.**

La opción correcta es la “c”. Las medias dejan de aumentar a partir de la edad 12 años, por lo que no es posible encontrar la edad mental de las puntuaciones. Por ejemplo, con los datos de la tabla, a la puntuación 29 corresponden dos edades (11 y 14).

**7.16.**

La opción correcta es la “c”. El principal objetivo del mapeo de ítems es mostrar qué se espera que sepa hacer quien obtiene cada puntuación en el test. Es, por tanto, una herramienta para facilitar la interpretación (referida al criterio) de las puntuaciones.

**7.17.**

Aplicando la fórmula 4.3 (página 131), con  $D = 1$  (métrica logística) y los parámetros de cada ítem, las probabilidades de acierto en los 5 ítems del evaluado con zeta estimada -1 son: 0,73, 0,50, 0,12, 0,02 y 0,01. Los del evaluado con theta estimada 1 son: 0,95, 0,88, 0,88, 0,50 y 0,18. Por tanto, el número de aciertos esperado de cada uno es 1,38 ( $= 0,73 + 0,50 + 0,12 + 0,02 + 0,01$ ) y 3,40 ( $= 0,95 + 0,88 + 0,88 + 0,50 + 0,18$ ).

**7.18.**

a) Nedelsky. b) Si-No. c) Marcapáginas.

**7.19.**

Se puntúan los exámenes. A continuación, se elige un examen de cada puntuación y se entregan a los jueces. Cada juez clasificaría cada examen en uno de dos montones: el de los que consideran aprobados y el de los que no. Se obtiene la distribución de las puntuaciones de los exámenes de cada montón. El punto de corte entre ambas distribuciones será el punto de corte que se busca.