

Problemas de teoría de colas

Jorge E. López de Vergara Méndez <jorge.lopez_vergara@uam.es>

Preliminares

Para resolver los problemas relacionados con telefonía (marcados con *) hay que tener en cuenta que:

- Cada par de frecuencias (ascendente-descendente) que se emplea en GSM para dar cobertura a una celda tiene 8 circuitos telefónicos.
- Las portadoras plesiócronicas europeas Ex son de la siguiente manera:
 - E1: 30 canales vocales, 1 de señalización y 1 de sincronismo. Todos ellos de 64Kbps cada uno. En total, el caudal binario que se emplea es de 2048 Kbps.
 - $E2=E1 \times 4$ (120 canales), $E3=E2 \times 4$...

Problema 1 *

Un operador de telecomunicaciones tiene que dimensionar una celda de telefonía móvil GSM para que se puedan cursar las llamadas con una probabilidad de al menos el 99,9%. La celda es visitada por 10000 usuarios al día, realizándose una llamada por cada 7 usuarios que la visitan. Se puede suponer que las llamadas se realizan según una distribución de Poisson, y que la duración de cada llamada responde a una distribución exponencial con media de 5 minutos. Utilice y marque las tablas adjuntas para los cálculos que considere necesarios.

1. Calcule el número mínimo de canales vocales necesarios para cumplir con los requisitos presentados. A partir de dicho número, conociendo el número de canales vocales por par de frecuencias (ascendente y descendente) en GSM y sabiendo que existe la posibilidad de tener varios pares de frecuencias en la misma celda, indique el número de pares de frecuencias a utilizar para alojar los canales vocales.
2. Calcule la probabilidad de perder una llamada para el número de canales vocales que realmente se implanta a partir de los pares de frecuencias calculados en el apartado anterior, y el factor de utilización de cada uno de los canales en este caso.

Valores de la intensidad de tráfico en Erlangs para un número de canales y una probabilidad de bloqueo determinadas

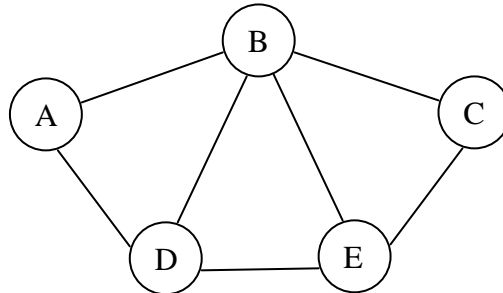
c	Probabilidad de bloqueo (E_b)										c
	0.00001	0.00005	0.0001	0.0005	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	
1	.00001	.00005	.00010	.00050	.00100	.00200	.00301	.00402	.00503	.00604	1
2	.00448	.01005	.01425	.03213	.04576	.06534	.08064	.09373	.10540	.11608	2
3	.03980	.06849	.08683	.15170	.19384	.24872	.28851	.32099	.34900	.37395	3
4	.12855	.19554	.23471	.36236	.43927	.53503	.60209	.65568	.70120	.74124	4
5	.27584	.38851	.45195	.64857	.76212	.89986	.99446	1.0692	1.1320	1.1870	5
6	.47596	.63923	.72826	.99567	1.1459	1.3252	1.4468	1.5421	1.6218	1.6912	6
7	.72378	.93919	1.0541	1.3922	1.5786	1.7984	1.9463	2.0614	2.1575	2.2408	7
8	1.0133	1.2816	1.4219	1.8298	2.0513	2.3106	2.4837	2.6181	2.7299	2.8266	8
9	1.3391	1.6595	1.8256	2.3016	2.5575	2.8549	3.0526	3.2057	3.3326	3.4422	9
10	1.6970	2.0689	2.2601	2.8028	3.0920	3.4265	3.6480	3.8190	3.9607	4.0829	10
11	2.0849	2.5059	2.7216	3.3294	3.6511	4.0215	4.2661	4.4545	4.6104	4.7447	11
12	2.4958	2.9671	3.2072	3.8781	4.2314	4.6368	4.9038	5.1092	5.2789	5.4250	12
13	2.9294	3.4500	3.7136	4.4465	4.8306	5.2700	5.5588	5.7807	5.9638	6.1214	13
14	3.3834	3.9523	4.2388	5.0324	5.4464	5.9190	6.2291	6.4670	6.6632	6.8320	14
15	3.8559	4.4721	4.7812	5.6339	6.0772	6.5822	6.9130	7.1665	7.3755	7.5552	15
16	4.3453	5.0079	5.3390	6.2496	6.7215	7.2582	7.6091	7.8780	8.0995	8.2898	16
17	4.8502	5.5583	5.9110	6.8782	7.3781	7.9457	8.3164	8.6003	8.8340	9.0347	17
18	5.3693	6.1220	6.4959	7.5186	8.0459	8.6437	9.0339	9.3324	9.5780	9.7889	18
19	5.9016	6.6980	7.0927	8.1698	8.7239	9.3515	9.7606	10.073	10.331	10.552	19
20	6.4460	7.2854	7.7005	8.8310	9.4115	10.068	10.496	10.823	11.092	11.322	20

Valores de la probabilidad de bloqueo para un número de canales e intensidad de tráfico en Erlangs determinadas

u	Número de canales											u
	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
4.00	.005308	.001926	.000642	.000197	.000056	.000015	.000004	.000001				4.00
4.05	.005718	.002101	.000709	.000221	.000064	.000017	.000004	.000001				4.05
4.10	.006151	.002287	.000781	.000246	.000072	.000020	.000005	.000001				4.10
4.15	.006607	.002487	.000859	.000274	.000081	.000022	.000006	.000001				4.15
4.20	.007087	.002699	.000944	.000305	.000091	.000026	.000007	.000002				4.20
4.25	.007591	.002924	.001035	.000338	.000103	.000029	.000008	.000002				4.25
4.30	.008120	.003164	.001133	.000374	.000115	.000033	.000009	.000002	.000001			4.30
4.35	.008674	.003419	.001238	.000414	.000129	.000037	.000010	.000003	.000001			4.35
4.40	.009254	.003688	.001350	.000457	.000144	.000042	.000012	.000003	.000001			4.40
4.45	.009861	.003973	.001471	.000503	.000160	.000047	.000013	.000003	.000001			4.45
4.50	.010494	.004275	.001600	.000554	.000178	.000053	.000015	.000004	.000001			4.50
4.55	.011155	.004593	.001738	.000608	.000198	.000060	.000017	.000005	.000001			4.55
4.60	.011843	.004928	.001886	.000667	.000219	.000067	.000019	.000005	.000001			4.60
4.65	.012559	.005281	.002042	.000730	.000242	.000075	.000022	.000006	.000002			4.65
4.70	.013304	.005652	.002209	.000798	.000268	.000084	.000025	.000007	.000002			4.70
4.75	.014077	.006042	.002386	.000871	.000295	.000094	.000028	.000008	.000002	.000001		4.75
4.80	.014879	.006451	.002574	.000949	.000325	.000104	.000031	.000009	.000002	.000001		4.80
4.85	.015711	.006880	.002773	.001033	.000358	.000116	.000035	.000010	.000003	.000001		4.85
4.90	.016572	.007328	.002983	.001123	.000393	.000128	.000039	.000011	.000003	.000001		4.90
4.95	.017464	.007797	.003206	.001219	.000431	.000142	.000044	.000013	.000004	.000001		4.95
5.00	.018385	.008287	.003441	.001322	.000472	.000157	.000049	.000014	.000004	.000001		5.00

Problema 2

Una red de conmutación de paquetes con cinco routers, cuyos enlaces son simétricos y full-duplex tiene la configuración que se muestra en la figura.



1. Calcule el tiempo medio de retardo que introduce cada router al procesar los paquetes, indicando el modelo de colas que emplea y rellenando la tabla adjunta. Utilice los siguientes datos:
 - Cada router recibe tráfico por cada uno de los enlaces según procesos de Poisson de 40 paquetes por segundo y por enlace, con una longitud de paquete distribuida exponencialmente de 1000 bytes.
 - Cada router tiene una capacidad de procesamiento de 200000 bytes/segundo, con un buffer lo suficientemente grande como para que no se pierdan paquetes en condiciones de carga normales.

Problema 3

Una escuela politécnica posee 10 laboratorios con 40 ordenadores cada uno, conectados todos ellos a una misma red de tipo Ethernet 10Base2 (10 Mbps). Debido a que la red se satura a ciertas horas del día se están pensando dos posibles soluciones para solventar el problema: segmentar la red en 10 subredes independientes o cambiar las tarjetas de los ordenadores a Fast Ethernet (100 Mbps). Para estudiar la bondad de cada una de las soluciones propuestas, ambas se modelan como una cola en la que:

- El tamaño medio de las tramas es de 500 bytes según una distribución exponencial.
 - Cada ordenador genera una media de 180000 tramas en la hora cargada según un proceso de Poisson.
1. Demostrar que con la configuración actual la red está saturada en la hora cargada.
 2. Entre las opciones de segmentar la red Ethernet o implantar Fast Ethernet ¿Cuál es mejor para reducir la carga de la red? ¿Qué latencia se experimenta en cada caso?
 3. ¿Es posible obtener una latencia similar a la que se obtiene con la red Fast Ethernet dividiendo la red Ethernet a 10 Mbps en más subredes? En caso positivo, obtenga el número de subredes necesarias. En caso negativo obtenga la latencia mínima que se podría obtener.

Problema 4

Un operador quiere dimensionar las características de un *router* para prestar un servicio de Voz sobre IP. Dicho operador baraja los siguientes datos:

- Cada usuario realizará una media de 5 llamadas al día de 5 minutos de duración media, generándose un paquete por cada 20 milisegundos de conversación. El *router* a dimensionar recibirá el tráfico agregado de todos los usuarios, cuya población es de 1000 de personas, por lo que se puede considerar de Poisson.
- Se supone que el *router* encamina los paquetes con un tiempo de servicio que sigue una distribución exponencial, y la memoria disponible para almacenar los mismos se puede suponer en principio infinita.
- Para que la comunicación tenga una calidad aceptable, el retardo que introduzca el *router* en los paquetes debe ser inferior a 100 ms.

Notas:

- Para todos los cálculos indique el modelo de cola que emplea.
- Recuerde indicar las unidades de medida de cada resultado.

1. Calcule la tasa de servicio del *router* en paquetes por segundo tomando como criterio de diseño para el retardo medio el valor mencionado anteriormente.

A pesar de comprar un *router* que cumple las características anteriores, muchos usuarios muestran su descontento con el operador al recibir la voz de su interlocutor con excesivos cortes.

2. Calcule el porcentaje de paquetes que exceden el retardo medio a partir de la función de distribución acumulada del tiempo de estancia en el *router*.
3. Calcule la tasa de servicio del *router* y el valor medio del retardo si se quiere rediseñar el sistema tomando ahora como criterio que el 99% de los paquetes tengan como máximo un retardo cuyo valor sea el planteado inicialmente. Compare el valor medio obtenido con el empleado como criterio de diseño en el apartado 1.
4. Otro posible rediseño consiste en limitar la cola de espera del *router*. Calcule el número mínimo de paquetes que puede admitir el *router* adquirido anteriormente que haga que la probabilidad de pérdida de paquetes máxima sea del 1%. Para el número de paquetes obtenido calcule la probabilidad de pérdida de paquetes real y el valor medio del retardo. Compare este último resultado con el empleado como criterio de diseño en el apartado 1, y explique a qué se deben las diferencias obtenidas.

Problema 5

Un operador desea dar un servicio de acceso a Internet a través de WiFi en una estación de trenes. Para evitar una merma de la calidad del servicio, los puntos de acceso establecerán un mecanismo de reserva de manera que sólo permitan que haya un número concreto de usuarios conectado. Este número vendrá dado por el ancho de banda disponible entre el ancho de banda que se reserva a cada usuario, no permitiéndose la conexión a más usuarios hasta que alguno deje la red. Para desplegar la red el operador se plantea dos posibilidades que funcionarán con el mecanismo de reserva explicado:

- 1 único punto de acceso utilizando tecnología 802.11g con un ancho de banda disponible de 54 Mbps.
- Varios puntos de acceso utilizando tecnología 802.11b con un ancho de banda disponible de 11 Mbps por punto de acceso. Para que el ancho de banda disponible para reservar no sea menor en este caso al anterior, el operador decide que en este caso se pondrán 5 puntos de acceso. Además, sus zonas de cobertura son tales que los usuarios se reparten de manera aleatoria entre los puntos de acceso.

Los usuarios tratan de conectarse según un proceso de Poisson con tasa λ a determinar. A cada usuario se le reserva un ancho de banda fijo de 1Mbps, y permanece conectado una media de 30 minutos según una distribución exponencial. Si los usuarios son rechazados no reintentan la conexión.

Se supone que con ambas configuraciones se consigue una cobertura similar, que los distintos puntos de acceso tienen asignadas las frecuencias de forma que no interfieran entre sí, que el coste de ambas configuraciones es similar, y que los usuarios van a tener equipos compatibles con ambas tecnologías.

Compare ambas posibilidades completando los apartados siguientes:

1. Esquematice cómo tratar el problema, indicando:
 - a. Los modelos de colas a utilizar para modelar ambos casos.
 - b. La tasa de llegadas a cada cola en función de λ .
 - c. La tasa de rechazo de cada cola en función de λ y la probabilidad de rechazo.
 - d. La tasa de servicio de cada sistema.
 - e. La intensidad de tráfico de cada cola en función de λ .
2. ¿Qué tasa de conexión de usuarios admitirían ambas configuraciones si el operador estima que la probabilidad de rechazo máxima admisible es de un usuario entre mil?
3. ¿Qué fracción del ancho de banda se encontrará reservado en ambos casos?
4. ¿Cuántos puntos de acceso 802.11b se necesitarían como mínimo para superar la capacidad de usuarios del 802.11g para la probabilidad de rechazo anterior?
5. Comente los resultados obtenidos y compárelos con la hipótesis inicial del operador.

Intensidad de tráfico en función de la probabilidad de bloqueo y el número de servidores

c	Probabilidad de bloqueo (E_b)										c
	0,00001	0,00005	0,0001	0,0005	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	
1	0,00001	0,00005	0,0001	0,0005	0,001001	0,002004	0,003009	0,004016	0,005025	0,006036	1
2	0,004482	0,01005	0,014243	0,032134	0,045755	0,065344	0,080643	0,093728	0,105401	0,116076	2
3	0,039669	0,068489	0,086819	0,151704	0,193837	0,248722	0,288507	0,320987	0,349003	0,373951	3
4	0,12853	0,19544	0,234712	0,362354	0,439274	0,535025	0,602088	0,655682	0,701198	0,741242	4
5	0,275261	0,388484	0,451951	0,648573	0,762114	0,899855	0,994462	1,069156	1,132036	1,186977	5
6	0,475685	0,639222	0,728224	0,995664	1,145914	1,325203	1,446809	1,542077	1,621826	1,6912	6
7	0,723651	0,939193	1,054116	1,392239	1,578599	1,798439	1,946254	2,061432	2,157471	2,240762	7
8	1,013195	1,281186	1,421941	1,829717	2,051325	2,310548	2,483733	2,618144	2,729902	2,82661	8
9	1,339103	1,659315	1,825571	2,301579	2,557487	2,854911	3,052645	3,205648	3,332588	3,442247	9
10	1,696972	2,068806	2,260116	2,802782	3,092044	3,426525	3,648039	3,819036	3,960664	4,082851	10
11	2,083112	2,505776	2,721639	3,329359	3,65106	4,021521	4,2661	4,454544	4,610408	4,744734	11
12	2,494428	2,967031	3,206931	3,87813	4,231401	4,636838	4,903824	5,109209	5,278897	5,425011	12
13	2,928314	3,449926	3,713346	4,446506	4,830533	5,270013	5,558796	5,780661	5,963795	6,121375	13
14	3,382557	3,95224	4,238678	5,032354	5,446371	5,919027	6,229047	6,466967	6,6632	6,831951	14
15	3,855269	4,472097	4,781067	5,633887	6,077181	6,582208	6,912947	7,166529	7,375542	7,555193	15
16	4,34482	5,007893	5,33893	6,2496	6,721501	7,258151	7,609126	7,878008	8,099506	8,289808	16
17	4,849802	5,558249	5,910909	6,878204	7,378088	7,945661	8,316427	8,600272	8,833983	9,030012	17
18	5,368985	6,121966	6,495828	7,518593	8,045873	8,643718	9,033857	9,332352	9,578021	9,788944	18
19	5,901288	6,698	7,092661	8,169806	8,72393	9,351436	9,76056	10,073412	10,330803	10,551729	19
20	6,445757	7,285432	7,700509	8,831002	9,411453	10,068046	10,495789	10,822726	11,091617	11,32236	20
21	7,001548	7,883447	8,318578	9,501443	10,107731	10,792873	11,238894	11,579658	11,859842	12,100225	21
22	7,567903	8,491324	8,946162	10,180475	10,812139	11,525321	11,989297	12,343647	12,634929	12,884787	22
23	8,144148	9,108417	9,582632	10,867515	11,524119	12,264861	12,746488	13,114197	13,416393	13,675571	23
24	8,729674	9,734145	10,227424	11,562043	12,243174	13,011022	13,510013	13,890866	14,203801	14,472153	24
25	9,323929	10,367987	10,88003	12,263592	12,968857	13,763381	14,279463	14,673256	14,996768	15,274154	25
26	9,926416	11,009469	11,539991	12,971739	13,700766	14,521558	15,054473	15,461013	15,794944	16,081233	26
27	10,536679	11,658163	12,206889	13,686104	14,438536	15,285207	15,83471	16,253814	16,598017	16,893084	27
28	11,154306	12,313677	12,880345	14,406339	15,181838	16,054017	16,619874	17,051367	17,405702	17,709428	28
29	11,778915	12,975652	13,560013	15,132126	15,93037	16,827704	17,409691	17,853408	18,217739	18,530012	29
30	12,410159	13,643762	14,245574	15,863177	16,683856	17,606007	18,203913	18,659693	19,033894	19,354604	30
31	13,047716	14,317703	14,936737	16,599226	17,442044	18,388689	19,00231	19,470003	19,85395	20,182995	31
32	13,691291	14,997199	15,633232	17,340028	18,240701	19,175532	19,804672	20,284132	20,677709	21,01499	32
33	14,340607	15,681991	16,33481	18,085357	18,971613	19,966333	20,610807	21,101894	21,504988	21,85041	33
34	14,995412	16,371842	17,041242	18,835004	19,742582	20,760907	21,420534	21,923116	22,335619	22,689091	34
35	15,655469	17,066531	17,752314	19,588777	20,517426	21,559081	22,23369	22,747637	23,169446	23,530882	35
36	16,320558	17,765851	18,467828	20,346495	21,295973	22,360695	23,050121	23,57531	24,006326	24,375641	36
37	16,990472	18,469612	19,187597	21,107992	22,078066	23,165601	23,869684	24,405997	24,846123	25,223236	37
38	17,665021	19,177633	19,91145	21,873111	22,863556	23,973661	24,692247	25,239568	25,688713	26,073547	38
39	18,344024	19,889748	20,639226	22,641706	23,652307	24,784745	25,517685	26,075906	26,53398	26,926459	39
40	19,027312	20,6058	21,370771	23,413642	24,444188	25,598732	26,345884	26,914896	27,381814	27,781867	40
41	19,714728	21,32564	22,105945	24,18879	25,239079	26,41551	27,176735	27,756436	28,232114	28,639671	41
42	20,406123	22,049131	22,844615	24,967031	26,036867	27,234971	28,010136	28,600426	29,084785	29,499777	42
43	21,101355	22,776142	23,586654	25,748251	26,837445	28,057016	28,845992	29,446775	29,939737	30,362099	43
44	21,800292	23,50665	24,331944	26,532344	27,640713	28,881552	29,684213	30,295396	30,796885	31,226554	44
45	22,50281	24,24024	25,080373	27,31921	28,446575	29,70849	30,524714	31,146206	31,65615	32,093066	45
46	23,20879	24,9771	25,831837	28,108755	29,254944	30,537745	31,367416	31,99913	32,517458	32,96156	46
47	23,91812	25,717029	26,586234	28,900888	30,065733	31,369241	32,212243	32,854094	33,380738	33,831968	47
48	24,630693	26,459926	27,343471	29,695526	30,878865	32,202901	33,059125	33,711029	34,245922	34,704225	48
49	25,34641	27,2057	28,103458	30,492587	31,694262	33,038656	33,907993	34,569871	35,112949	35,578269	49
50	26,065174	27,954261	28,86611	31,291996	32,511853	33,876438	34,758783	35,430557	35,981757	36,454043	50
51	26,786895	28,705526	29,631346	32,093681	33,33157	34,716184	35,611436	36,29303	36,852291	37,33149	51
52	27,511485	29,459413	30,399088	32,897572	34,153348	35,557833	36,465893	37,157233	37,724496	38,210559	52
53	28,238863	30,215848	31,169264	33,703605	34,977127	36,401328	37,3221	38,023114	38,598321	39,091199	53
54	28,968949	30,974757	31,941805	34,511716	35,802846	37,246615	38,180004	38,890623	39,473717	39,973362	54
55	29,701668	31,736072	32,716642	35,321847	36,63045	38,093641	39,039556	39,759711	40,350638	40,857004	55
56	30,43695	32,499725	33,493713	36,133942	37,459887	38,942357	39,900708	40,630334	41,229039	41,742082	56
57	31,174724	33,265653	34,272958	36,947945	38,291104	39,792715	40,763416	41,502447	42,108879	42,628554	57
58	31,914926	34,033797	35,054317	37,763805	39,124054	40,644671	41,627636	42,376008	42,990117	43,516381	58
59	32,657492	34,804098	35,837736	38,581473	39,958689	41,49818	42,493326	43,250979	43,872714	44,405526	59
60	33,402363	35,576501	36,623161	39,400901	40,794966	42,353201	43,360449	44,127322	44,756634	45,295952	60
c	Probabilidad de bloqueo (E_b)										c
	0,00001	0,00005	0,0001	0,0005	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	

Problema 6

Un proveedor de servicios de Internet a través de WiMAX debe solicitar un número de direcciones de red IP al organismo que asigna las mismas (RIPE), de forma que el proveedor pueda asignarlas dinámicamente a los usuarios en cada sesión. Para ello, según los planes de negocio previstos, el proveedor va a tener 7.000 usuarios, y cada uno de ellos se conectará 5 veces por semana siguiendo un proceso de Poisson, durante una media de 30 minutos siguiendo una distribución exponencial. Cuando un usuario se conecte, debe poder obtener una dirección de red con una probabilidad del 99%.

1. Justifique razonadamente el modelo de colas a emplear para dimensionar el número de direcciones.
2. Obtenga la tasa de llegadas y la tasa de servicio en conexiones/s. ¿Cuál es la intensidad de tráfico en Erlangs?
3. Calcule el número de direcciones de red a solicitar.
4. Indique el valor de la probabilidad real de que un usuario no obtenga una dirección IP si éstas se asignan a los proveedores en potencias de 2. El organismo de asignación entregará la potencia de 2 inmediatamente superior al número que se pida. ¿Qué factor de utilización se da a cada dirección en este caso?

Suponga que los usuarios y las direcciones obtenidas según lo indicado en el apartado anterior se distribuyen equiprobablemente entre las cuatro estaciones base que el proveedor tiene distribuidas geográficamente, sin posibilidad de asignar direcciones de una sede a usuarios de otra sede.

5. ¿Cuál es ahora la intensidad de tráfico de cada sede? ¿Cuántas direcciones IP tiene disponibles cada sede según el dimensionado obtenido en el apartado 4?
6. ¿Cuál será la probabilidad de que un usuario de una de estas sedes no obtenga dirección IP?
7. ¿Qué número total de direcciones IP sería realmente necesario para cumplir con el criterio de calidad (99%) y que sean potencias de 2 con la configuración de 4 estaciones base? ¿Qué factor de utilización se da a cada dirección en este caso?
8. Compare los resultados de ambas partes del problema y explique a qué se deben.

Intensidad de tráfico en función de la probabilidad de bloqueo y el número de servidores

Probabilidad de Bloqueo (Eg)																		c
c	0.000001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	c		
30	10,945714	16,683856	17,606007	18,203913	18,659693	19,033894	19,354604	19,637295	19,891449	20,123325	20,337285	21,931565	23,062279	23,986623	24,801805	30		
31	11,537815	17,442044	18,386869	19,002310	19,470003	19,853950	20,182995	20,473021	20,733764	20,971649	21,191151	22,826788	23,987044	24,938840	25,772644	31		
32	12,136494	18,204701	19,175532	19,804672	20,284132	20,677709	21,014990	21,312266	21,579522	21,823346	22,048328	23,724879	24,914388	25,890417	26,745663	32		
33	12,741456	18,971613	19,966333	20,610807	21,101894	21,504988	21,850414	22,154854	22,428550	22,678248	22,908650	24,625690	25,844177	26,844228	27,720744	33		
34	13,352430	19,742582	20,760907	21,420534	21,923116	22,335619	22,689091	23,000624	23,280691	23,536199	23,771963	25,529086	26,776285	27,800157	28,697780	34		
35	13,969161	20,517426	21,559081	22,233690	22,747637	23,169446	23,530882	23,849428	24,135797	24,397056	24,638127	26,439491	27,710600	28,758100	29,676671	35		
36	14,591413	21,295973	22,360695	23,050121	23,575310	24,006326	24,375641	24,701127	24,993734	25,260685	25,507010	27,343140	28,647014	29,717956	30,657324	36		
37	15,218964	22,078066	23,165601	23,869684	24,405997	24,846123	25,223236	25,555593	25,854376	26,126962	26,378490	28,253575	29,585429	30,679636	31,639654	37		
38	15,851907	22,863556	23,973661	24,692247	25,239568	25,688713	26,073547	26,412706	26,717605	26,995774	27,252455	29,166147	30,525756	31,643054	32,623583	38		
39	16,489148	23,652307	24,784745	25,517685	26,075906	26,533980	26,926459	27,272356	27,583313	27,867012	28,128800	30,080762	31,467908	32,608133	33,609038	39		
40	17,131405	24,444188	25,598732	26,345884	26,914896	27,381814	27,781867	28,134438	28,451398	28,740576	29,007424	30,997335	32,411807	33,574800	34,595950	40		
41	17,778206	25,239079	26,415510	27,176735	27,756436	28,232114	28,639671	28,998855	29,321764	29,616373	29,888238	31,915783	33,357380	34,542966	35,584256	41		
42	18,429389	26,036867	27,234971	28,010136	28,600426	29,084785	29,499777	29,865517	30,194322	30,494316	30,771154	32,836032	34,304557	35,512627	36,573896	42		
43	19,084804	26,837445	28,057016	28,845992	29,446775	29,939737	30,362099	30,734337	31,069899	31,374321	31,656092	33,758010	35,253274	36,483665	37,564815	43		
44	19,744305	27,640713	28,881552	29,684213	30,295396	30,796885	31,226554	31,605236	31,945685	32,256313	32,542975	34,681651	36,203470	37,456042	38,556960	44		
45	20,407757	28,446575	29,708490	30,524714	31,146206	31,656150	32,093066	32,478137	32,824336	33,140217	33,431732	35,606892	37,155089	38,429707	39,550284	45		
46	21,075032	29,254944	30,537745	31,367416	31,999130	32,517458	32,965160	33,352969	33,704873	34,025965	34,322296	36,533674	38,108076	39,404611	40,544739	46		
47	21,746007	30,065733	31,369241	32,212243	32,854094	33,380738	33,831966	34,229666	34,587230	34,913492	35,214603	37,461941	39,062382	40,380706	41,540283	47		
48	22,420568	30,878865	32,209011	33,059125	33,711029	34,245922	34,702425	35,108163	35,471343	35,802738	36,108593	38,391641	40,017958	41,357949	42,536875	48		
49	23,098603	31,694262	33,038656	33,907993	34,569871	35,112949	35,578269	35,988400	36,357155	36,693645	37,004209	39,322724	40,974761	42,336299	43,534477	49		
50	23,780009	32,511853	33,876438	34,758783	35,430557	35,981757	36,454043	36,870320	37,244610	37,586157	37,901398	40,255143	41,932747	43,315717	44,533052	50		
51	24,464687	33,331570	34,716184	35,611436	36,293030	36,852291	37,331490	37,753869	38,136564	38,480224	38,800107	41,188855	42,891876	44,296165	45,532566	51		
52	25,152542	34,153348	35,557833	36,465893	37,157233	37,724496	38,210559	38,638996	39,024237	39,375794	39,700290	42,123815	43,852110	45,277609	46,532987	52		
53	25,843484	34,977127	36,401328	37,322100	38,023114	38,598321	39,091199	39,525652	39,916311	40,278283	40,601900	43,059986	44,834143	46,260015	47,532484	53		
54	26,537426	35,802846	37,246615	38,180004	38,890623	39,473717	39,973362	40,413790	40,809832	41,171265	41,504892	43,997328	45,775751	47,243352	48,536427	54		
55	27,232487	36,630450	38,093641	39,039556	39,759711	40,350638	40,857004	41,303367	41,704755	42,071077	42,409227	44,935805	46,739091	48,227590	49,539390	55		
56	27,933988	37,459887	38,942357	39,900708	40,630334	41,229039	41,742082	42,194340	42,601041	42,972220	43,314863	45,875383	47,730491	49,217201	50,543145	56		
57	28,636455	38,291104	39,792715	40,763416	41,502447	42,108879	42,628554	43,086670	43,498648	43,874655	44,221764	46,816030	48,686654	50,198657	51,547667	57		
58	29,341614	39,120504	40,646671	41,627636	42,376008	42,990117	43,516381	43,980317	44,397541	44,778345	45,129892	47,757713	49,634819	51,185433	52,552934	58		
59	30,049398	39,958689	41,498180	42,493326	43,250979	43,872714	44,405526	44,875246	45,297682	45,683255	46,039215	48,700403	50,601870	52,173003	53,558921	59		
60	30,759740	40,794966	42,353201	43,360449	44,127322	44,756634	45,295852	45,771421	46,190391	46,568935	46,909698	49,644072	51,569782	53,163136	54,565607	60		
61	31,472577	41,632842	43,209696	44,228965	45,004999	45,641841	46,187626	46,668808	47,101577	47,496602	47,861310	50,588691	52,538530	54,150437	55,572973	61		
62	32,187848	42,472276	44,067625	45,098838	45,883976	46,528302	47,080515	47,567337	48,005266	48,404977	48,774021	51,534236	53,508091	55,140256	56,580997	62		
63	32,905495	43,312228	44,926952	45,970034	46,764219	47,415985	47,974587	48,467096	48,910076	49,314446	49,687803	52,480681	54,478442	56,130782	57,589609	63		
64	33,625463	44,155662	45,787643	46,842520	47,645698	48,304858	48,869812	49,367935	49,815978	50,224981	50,602627	53,428003	55,449562	57,121996	58,598946	64		
65	34,347695	44,999541	46,649664	47,716264	48,528380	49,194891	49,766161	50,269867	50,722944	51,136555	51,518466	54,376177	56,421431	58,138799	59,608837	65		
66	35,072142	45,844831	47,512983	48,591234	49,412236	50,086056	50,663606	51,172864	51,630948	52,049142	52,435297	55,325183	57,394027	59,106413	60,619315	66		
67	35,798755	46,691497	48,377569	49,467403	50,297239	50,978326	51,562121	52,076900	52,539965	52,962718	53,353093	56,274999	58,367333	60,095980	61,630365	67		
68	36,527480	47,539509	49,243391	50,344740	51,183360	51,871674	52,461680	52,981956	53,449969	53,877257	54,271832	57,225605	59,341331	61,093365	62,641973	68		
69	37,258276	48,388835	50,110422	51,223219	52,070574	52,766075	53,362258	53,887991	54,360937	54,792737	55,191491	58,176981	60,316003	62,087750	63,651222	69		
70	37,991096	49,239445	50,978634	52,102815	52,958855	53,661504	54,263831	54,794998	55,272847	55,709136	56,112048	59,129109	61,291331	63,082722	64,666800	70		
71	38,725899	50,091312	51,846000	52,983500	53,848179	54,557938	55,166377	55,720950	56,185767	56,626433	57,033482	60,081970	62,267301	64,078264	65,679992	71		
72	39,462641	50,944406	52,718494	53,865252	54,738523	55,455353	56,069874	56,518257	56,909406	57,244607	57,557773	61,035548	63,243897	65,074364	66,693686	72		
73	40,201282	51,798702	53,590093	54,748046	55,629863	56,353729	56,974299	57,521602	58,014013	58,463637	58,878901	61,989826	64,221103	66,070372	67,707870	73		
74	40,941785	52,654174	54,462771	55,631860	56,522179	57,253044	57,879633	58,432262	58,929479	59,383506	59,802848	62,944776	65,198905	67,068181	68,722530	74		
75	41,684110	53,510797	55,360507	56,516672	57,415448	58,153278	58,785857	59,343785	59,845785	60,304194	60,727596	63,900416	66,172290	68,056873	69,736757	75		
76	42,428222	54,368548	56,211277	57,402461	58,309652	59,054411	59,692950	60,256152	60,762913	61,225684	61,653128	64,856698	67,156243	69,064070	70,753238	76		
77	43,174066	55,227402	57,087061	58,289206	59,204770	59,956424	60,600894	61,169346	61,680846	62,147959	62,579425	65,813619	68,135753	70,062701	71,769262	77		
78	43,921667	56,087337	57,963837	59,176889	60,100783	60,859299	61,509673	62,083349	62,599566	63,074100	63,506473	66,771164	69,115806	71,061935	72,785721	78		
79	44,670933	56,948332	58,841585	60,065489	60,997672	61,763018	62,419267	62,981844	63,519057	63,949164	64,342255	67,792320	70,096392	72,061581	73,802602	79		
80	45,421851	57,810367	59,720287															

Problema 7 *

Cara a dimensionar el número de circuitos que debe tener una central local para comunicarse con una interurbana se poseen los siguientes datos:

- La central local atiende a una población de 100.000 abonados, que realizan cada uno una media de 1,5 llamadas al día siguiendo un proceso de Poisson, con una duración media de 2,5 minutos según una distribución exponencial. El 15% de las llamadas se refieren a números que no es posible atender en la central local, y que se cursan a la central interurbana.
 - Para la transmisión es necesario utilizar una portadora normalizada (E1, E2, E3, etc.). No se pueden utilizar los canales de sincronismo ni de señalización.
 - La mitad de los circuitos se reservan para las llamadas entrantes, debiendo existir una probabilidad de bloqueo de llamadas salientes del 0,1%.
-
1. Calcule la intensidad de tráfico de llamadas salientes que debe soportar la portadora que interconecta ambas centrales.
 2. Calcule el número mínimo de circuitos que cumple con las especificaciones anteriores e indique la portadora a utilizar.
 3. Calcule el valor aproximado de probabilidad de bloqueo de llamadas salientes que se obtiene realmente con la portadora utilizada, y el factor de utilización de los canales de llamadas salientes.

Intensidad de tráfico en función de la probabilidad de bloqueo y el número de servidores

	Probabilidad de Bloqueo (E_B)											
c	0,0001	0,0002	0,0003	0,0004	0,0005	0,0006	0,0007	0,0008	0,0009	0,001	c	
25	10,880030	11,438618	11,790309	12,052433	12,263592	12,441561	12,596072	12,733058	12,856418	12,968857	25	
26	11,539991	12,118316	12,482231	12,753371	12,971739	13,155750	13,315480	13,457074	13,584570	13,700766	26	
27	12,206889	12,804657	13,180612	13,460634	13,686104	13,876065	14,040936	14,187070	14,318639	14,438536	27	
28	12,880345	13,497275	13,885096	14,173871	14,406339	14,602163	14,772101	14,922709	15,058292	15,181838	28	
29	13,560013	14,195834	14,595354	14,892759	15,132126	15,333732	15,508665	15,663684	15,803227	15,930370	29	
30	14,245574	14,900030	15,311088	15,617004	15,863177	16,070486	16,250347	16,409717	16,553164	16,683856	30	
31	14,936737	15,609579	16,032022	16,346337	16,599226	16,812162	16,996885	17,160549	17,307850	17,442044	31	
32	15,633232	16,324223	16,757905	17,080510	17,340028	17,558518	17,748041	17,915944	18,067049	18,204701	32	
33	16,334810	17,043723	17,488501	17,819293	18,085357	18,309333	18,503596	18,675685	18,830547	18,971613	33	
34	17,041242	17,767857	18,223596	18,562474	18,835004	19,064399	19,263345	19,439569	19,598143	19,742582	34	
35	17,752314	18,496419	18,962989	19,309857	19,588777	19,823526	20,027100	20,207411	20,369653	20,517426	35	
36	18,467828	19,229219	19,706495	20,061260	20,346495	20,586537	20,794685	20,979036	21,144905	21,295973	36	
37	19,187597	19,966080	20,453938	20,816512	21,107992	21,353267	21,565938	21,754284	21,923738	22,078066	37	
38	19,911450	20,706834	21,205159	21,575455	21,873111	22,123562	22,340707	22,533004	22,706005	22,863556	38	
39	20,639226	21,451328	21,960006	22,337941	22,641706	22,897279	23,118849	23,315055	23,491565	23,652307	39	
40	21,370771	22,199415	22,718337	23,103831	23,413642	23,674282	23,900232	24,100307	24,280289	24,444188	40	
41	22,105945	22,950959	23,480021	23,872996	24,188790	24,454446	24,684731	24,888635	25,072056	25,239079	41	
42	22,844615	23,705833	24,244931	24,645312	24,967031	25,237652	25,472229	25,679925	25,866749	26,036867	42	
43	23,586654	24,463917	25,012952	25,420667	25,748251	26,023789	26,262617	26,474067	26,664263	26,837445	43	
44	24,331944	25,225096	25,783973	26,198950	26,532344	26,812753	27,055790	27,270960	27,464495	27,640713	44	
45	25,080373	25,989263	26,557889	26,980061	27,319210	27,604444	27,851652	28,070507	28,267350	28,446575	45	
46	25,831837	26,756318	27,334603	27,763903	28,108755	28,398769	28,650110	28,872616	29,072738	29,254944	46	
47	26,586234	27,526166	28,114021	28,550385	28,900888	29,195640	29,451078	29,677203	29,880573	30,065733	47	
48	27,343471	28,298714	28,896055	29,339421	29,695526	29,994974	30,254472	30,484184	30,690776	30,878865	48	
49	28,103458	29,073879	29,680623	30,130929	30,492587	30,796691	31,060215	31,293484	31,503269	31,694262	49	
50	28,866110	29,851577	30,467644	30,924832	31,291996	31,600717	31,868232	32,105028	32,317981	32,511853	50	
51	29,631346	30,631733	31,257044	31,721057	32,093681	32,406980	32,678454	32,918748	33,134842	33,331570	51	
52	30,399088	31,414271	32,048751	32,519532	32,897572	33,215413	33,490813	33,734577	33,953787	34,153348	52	
53	31,169264	32,199123	32,842697	33,320192	33,703605	34,025951	34,305247	34,552453	34,774754	34,977127	53	
54	31,941805	32,986222	33,638818	34,122973	34,511716	34,838532	35,121693	35,372315	35,597684	35,802846	54	
55	32,716642	33,775504	34,437051	34,927816	35,321847	35,653099	35,940096	36,194107	36,422520	36,630450	55	
56	33,493713	34,566907	35,237338	35,734661	36,133942	36,469595	36,760399	37,017774	37,249208	37,459887	56	
57	34,272958	35,360375	36,039621	36,543454	36,947945	37,287967	37,582549	37,843264	38,077698	38,291104	57	
58	35,054317	36,155852	36,843849	37,354143	37,763805	38,108165	38,406498	38,670528	38,907940	39,124054	58	
59	35,837736	36,953284	37,649968	38,166677	38,581473	38,930139	39,232197	39,499518	39,739886	39,958689	59	
60	36,623161	37,752622	38,457929	38,981007	39,400901	39,753843	40,059599	40,330189	40,573493	40,794966	60	
61	37,410541	38,553816	39,267686	39,797088	40,222044	40,579232	40,888661	41,162497	41,408717	41,632842	61	
62	38,199828	39,356819	40,079193	40,614876	41,044859	41,406264	41,719340	41,996401	42,245516	42,472276	62	
63	38,990975	40,161587	40,892407	41,434327	41,869304	42,234897	42,551597	42,831860	43,083852	43,313228	63	
64	39,783935	40,968077	41,707285	42,255401	42,695338	43,065093	43,385391	43,668836	43,923686	44,155662	64	
65	40,578667	41,776248	42,523789	43,078060	43,522924	43,896813	44,220687	44,507292	44,764983	44,999541	65	
66	41,375129	42,586059	43,341879	43,902265	44,352024	44,730020	45,057447	45,347194	45,607705	45,844831	66	
67	42,173280	43,397473	44,161518	44,727979	45,182604	45,564680	45,895638	46,188506	46,451821	46,691497	67	
68	42,973082	44,210454	44,982671	45,555170	46,014628	46,400760	46,735226	47,031196	47,297298	47,539509	68	
69	43,774498	45,024964	45,805303	46,383802	46,848064	47,238227	47,576180	47,875232	48,144104	48,388835	69	
70	44,577493	45,840972	46,629381	47,213843	47,682880	48,077049	48,418468	48,720585	48,992210	49,239445	70	
71	45,382031	46,658443	47,454874	48,045263	48,519046	48,917197	49,262062	49,567224	49,841586	50,091312	71	
72	46,188079	47,477346	48,281751	48,878031	49,356531	49,758642	50,106931	50,415122	50,692206	50,944406	72	
73	46,995606	48,297650	49,109981	49,712118	50,195309	50,601355	50,953050	51,264252	51,544040	51,798702	73	
74	47,804580	49,119326	49,939538	50,547497	51,035351	51,445310	51,800391	52,114586	52,397065	52,654174	74	
75	48,614971	49,942346	50,770391	51,384140	51,876631	52,290480	52,648928	52,966100	53,251254	53,510797	75	
c	0,0001	0,0002	0,0003	0,0004	0,0005	0,0006	0,0007	0,0008	0,0009	0,001	c	

Problema 8

Una empresa tiene un sistema de atención a los usuarios con tres nodos telefónicos:

Las llamadas que llegan a través de un número 900 siguen una distribución de Poisson, con una media de 35 por hora. Los usuarios que llaman a ese número tienen 2 opciones: pulsar el 1 para el servicio de quejas y 2 para el servicio de atención comercial. Se estima que el tiempo conjunto de escucha de los mensajes, decisión y pulsado del botón está distribuido exponencialmente, con una media de 30 segundos. Sólo se atiende una llamada a la vez, por lo que cuando se procesa una llamada el resto de llamadas que llegan se ponen en cola, con una música de fondo y un mensaje que pide se mantengan a la escucha (lo que se asume que hacen todos los llamantes). Aproximadamente el 70% de las llamadas son para quejas, el 20% para el servicio de atención comercial, y hay un 10% de usuarios que no encuentra la opción adecuada y cuelga.

El nodo de atención de quejas tiene cuatro servidores en paralelo y se estima que los tiempos de servicio se distribuyen exponencialmente con una media de 6 minutos (sólo se toma información general para enviar un formulario por correo).

El servicio de atención comercial tiene también cuatro servidores en paralelo, con tiempos de servicio exponencial, y cuya media es de 20 minutos. Se asume que todas las colas pueden alojar tantas llamadas como sea necesario.

Alrededor del 2% de las llamadas de los usuarios que realizan una queja se reencaminan después al servicio de atención comercial, y un 1% de los que llaman al servicio de atención comercial son reencaminados al de quejas, finalizando la llamada en el resto de casos.

Se desea conocer los tamaños medios de los usuarios en cada nodo y el tiempo total que un usuario está en media en el sistema. Para ello realice los siguientes pasos:

1. Dibuje el esquema de la red de colas, indicando el modelo de colas de cada sistema.
2. Calcule la tasa de llegadas a cada sistema en peticiones por hora. Indique qué teorema aplica para ello.
3. Calcule el número medio de usuarios en la red de colas. Indique qué teorema aplica para ello, comprobando que se cumplen las condiciones del mismo.
4. Calcule el tiempo medio de estancia en la red de colas en horas. Indique qué teorema aplica para ello.

Problema 9

Se desea dimensionar la velocidad de un enlace de datos, tratando de que el retardo medio que experimenten los paquetes que pasen por el mismo no exceda 1 ms. Para ello, se supone que todos los paquetes que se transmiten por ese enlace se encolan en un *router* y que el tiempo de procesamiento de los paquetes se debe principalmente a su tiempo de transmisión por el enlace.

La tasa de llegada de paquetes a dicho enlace se estima en 1000 paquetes por segundo, según un proceso de Poisson.

Se ha demostrado empíricamente que el 40% de los paquetes tienen 40 bytes y el 20% 1500 bytes, distribuyéndose uniformemente el tamaño para el resto, no habiendo paquetes de menos de 40 bytes ni mayores de 1500 bytes.

Dado que los tamaños de los paquetes no siguen una distribución exponencial, se plantean distintas alternativas para realizar el cálculo.

1. Suponga que los tamaños de los paquetes se ajustan a una distribución exponencial cuya media es la de la distribución anteriormente mencionada.
 - a. Indique de manera razonada el modelo de colas a utilizar en este caso.
 - b. Calcule la media de la distribución de tamaños de paquetes.^{1,2}
 - c. Calcule la velocidad que debe tener el enlace para cumplir con los requisitos anteriores
2. Suponga que los tamaños de los paquetes siguen la distribución de tramas expresada en el enunciado.
 - a. Indique de manera razonada el modelo de colas a utilizar en este caso.
 - b. Calcule el valor cuadrático medio de la distribución de tiempos de servicio en función de la velocidad de transmisión.^{3,4}
 - c. Calcule la velocidad que debe tener el enlace para cumplir con los requisitos anteriores

¹⁾ Para una variable aleatoria discreta X con valores posibles $x_1, x_2 \dots x_n$ y sus posibilidades representadas por la función de masa $p(x_i)$ la esperanza se calcula como $E[X] = \sum_{i=1}^n p(x_i)x_i$

²⁾
$$\sum_{k=m}^n k = \frac{n+m}{2}(n-m+1)$$

³⁾ Para una variable aleatoria discreta X con valores posibles $x_1, x_2 \dots x_n$ y sus posibilidades representadas por la función de masa $p(x_i)$ el segundo momento se calcula como

$$E[X^2] = \sum_{i=1}^n p(x_i)x_i^2$$

⁴⁾
$$\sum_{k=m}^n k^2 = \frac{1}{6}(n(n+1)(2n+1) - m(m-1)(2m-1))$$

- d. Calcule en qué porcentaje se desvía la aproximación del apartado 1 con respecto a esta solución. Comente este resultado en relación al coeficiente cuadrático de variación.

Problema 10

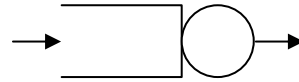
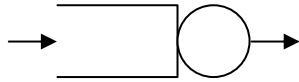
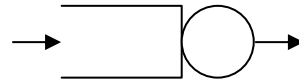
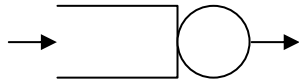
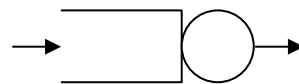
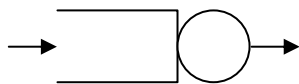
Un *router* doméstico tiene varios puertos Ethernet 10BaseT y un puerto ADSL. Sólo dos de los puertos Ethernet están ocupados por sendos PCs. Todos los puertos son full-duplex, por lo que para cada interfaz de red hay una cola en cada sentido para el procesamiento de tramas (entramado, cálculo de CRC), y no existen colisiones.

La siguiente matriz indica la probabilidad de que un paquete vaya de un puerto (fila) a otro (columna) dentro del *router* (*ethX* es un puerto Ethernet y *ppp0* es el puerto ADSL):

	<i>eth0</i>	<i>eth1</i>	<i>ppp0</i>
<i>eth0</i>	0	0,3	0,7
<i>eth1</i>	0,4	0	0,6
<i>ppp0</i>	0,5	0,5	0

El tráfico que llega a los puertos del *router* es de tipo Poissoniano, con tasas de llegadas en paquetes por segundo $\lambda_{eth0}=25$, $\lambda_{eth1}=50$, y $\lambda_{ppp0}=500$. El tamaño de las tramas está distribuido exponencialmente, con media 625 bytes, tanto para Ethernet como para ADSL, viniendo el tiempo de procesamiento de cada trama determinado directamente por el tamaño de éstas y la velocidad de cada enlace. El enlace ADSL tiene una velocidad de 300 Kbps de subida y de 3 Mbps de bajada. Los *buffers* del *router* están dimensionados adecuadamente para que no se pierdan paquetes.

1. Dibuje la interconexión de la red de colas, indicando:
 - a. Con qué puerto se corresponde cada cola.
 - b. Los modelos de cada cola.
 - c. Las tasas de llegada.
 - d. Las tasas de servicio.
 - e. Las tasas de salida y el teorema necesario para calcularlas.
 - f. La probabilidad de paso de una cola a otra.



2. Calcule el número medio de paquetes en la red de colas. Indique qué teorema aplica para ello, comprobando que se cumplen las condiciones del mismo.
3. Calcule el retardo medio que introduce el *router* como el tiempo medio de estancia de los paquetes en la red de colas. Indique qué teorema aplica para ello.

Problema 11

Se desea dimensionar el enlace de salida de un *router* teniendo en cuenta los siguientes requisitos:

- El *router* recibe en media 1 paquete cada 2 ms siguiendo una distribución exponencial. Los paquetes siguen una distribución exponencial, con un valor medio de 600 bytes.
- El tiempo de procesado de los paquetes se debe fundamentalmente a la transmisión de los mismos, que viene dada en función de la velocidad del enlace a dimensionar.
- El enlace a dimensionar necesariamente deberá coincidir con una portadora normalizada europea, siendo todos sus canales útiles para la transmisión de datos (incluyendo los canales de señalización y sincronismo). Se deberá escoger una única portadora dentro de la jerarquía, no pudiendo usar varias portadoras para la transmisión.

Para todos los cálculos que realice, indique el modelo de colas que emplea.

1. Sabiendo que se desea que al menos el 95% de los paquetes se encaminen en un tiempo menor de 5 ms, y suponiendo que se dispone de capacidad suficiente en la cola del *router* para que no se produzcan pérdidas de mensajes, calcule la capacidad mínima del enlace en Mbps, y la portadora a contratar. Con dicha portadora, ¿qué porcentaje de paquetes se encamina en el tiempo objetivo?
2. Siguiendo los supuestos y resultados del apartado anterior calcule el número medio de paquetes en el *router*. En relación con dicho número, indique un criterio que permita establecer una recomendación de la memoria que se debe reservar para esta cola de modo que el modelo de cola infinita se pueda considerar aceptable (considere que la memoria también incluye los paquetes que se están enviando). Valide la estimación realizada calculando la probabilidad de pérdida de paquetes para dicha memoria.

Problema 12 *

Una empresa tiene alquilado un enlace E1 para su servicio telefónico. Las llamadas se realizan según un proceso de Poisson, y tienen una duración que sigue una distribución exponencial, con media de 2 minutos. Se quiere tener una probabilidad de bloqueo del 0,1%

1. Indique el número de llamadas, λ_1 , que se pueden cursar en la hora cargada en dicho enlace. Indique el modelo de colas utilizado.

Cara a ampliar la capacidad de llamadas se decide modificar el enlace utilizando voz sobre IP, utilizando el caudal binario *total* de este tipo de enlaces (cada paquete tendrá sus propios delimitadores en el nivel de enlace, los paquetes podrán ser de voz o de señalización). La voz se transporta en paquetes de tamaño *fijo*, agrupándose las muestras cada 20 ms para generar los datos del paquete, al que hay que añadir 48 bytes de cabeceras (12 de RTP, 8 de UDP, 20 de IP, 8 de PPP). El enlace también debe transportar el tráfico de señalización, si bien éste es tan pequeño que se puede considerar despreciable. Dada la cantidad de llamadas que se realizan en paralelo, se supone que los paquetes llegarán siguiendo una distribución de Poisson. El retardo admisible debido al enlace se estima en media en 15 ms. La memoria de los equipos a los lados del enlace está dimensionada adecuadamente para que no se pierdan paquetes.

2. Si se utiliza un códec de 64 Kbps, calcule el número de llamadas, c_2 , que se pueden realizar concurrentemente con este sistema. Indique el modelo de colas utilizado. Note que, al no tenerse en cuenta la probabilidad de bloqueo en este apartado, el tiempo medio de una llamada no es relevante para este cálculo.
3. Los resultados obtenidos en el apartado anterior no satisfacen a la empresa, por lo que se decide utilizar un mecanismo de supresión de silencios que reduce a un 50% el tráfico de paquetes de voz para cada llamada. Vuelva a calcular el número de llamadas concurrentes, c_3 , que se pueden realizar con este sistema. Calcule la tasa de llamadas, λ_3 , que podrá realizarse en la hora cargada con los datos iniciales, tomando como número de circuitos las llamadas concurrentes posibles. Indique el modelo de colas utilizado en cada caso.
4. No contentos todavía con la mejora anterior, se decide modificar el códec por uno de 8 Kbps, manteniéndose el resto de parámetros y la supresión de silencios. ¿Cuántas llamadas pueden realizarse concurrentemente, c_4 , en este supuesto? ¿Cuál será la tasa de llamadas admisible en la hora cargada, λ_4 ? Indique el modelo de colas utilizado en cada caso.
5. A la vista de los resultados ¿qué conclusiones pueden extraerse?

Intensidad de tráfico en función de la probabilidad de bloqueo y el número de servidores

Probabilidad de Bloqueo (E_b)			
c	0,001	0,01	0,1
c	0,001	0,01	0,1
1	0,001001	0,010101	0,111111
2	0,045755	0,152593	0,595433
3	0,193837	0,455485	1,270776
4	0,439274	0,869418	2,045375
5	0,762114	1,360786	2,881078
6	1,145914	1,909029	3,758449
7	1,578599	2,500939	4,666192
8	2,051325	3,127562	5,597131
9	2,557487	3,782537	6,546411
10	3,092044	4,461176	7,510582
11	3,651060	5,159918	8,487102
12	4,231401	5,875986	9,474039
13	4,830533	6,607170	10,469891
14	5,446371	7,351680	11,473464
15	6,077181	8,108042	12,483792
16	6,721501	8,875028	13,500082
17	7,378088	9,651602	14,521677
18	8,045873	10,436881	15,548024
19	8,723930	11,230104	16,578651
20	9,411453	12,030614	17,613156
21	10,107731	12,837836	18,651193
22	10,812139	13,651264	19,692458
23	11,524119	14,470451	20,736686
24	12,243174	15,295000	21,783646
25	12,968857	16,124555	22,833129
26	13,700766	16,958798	23,884954
27	14,438536	17,797441	24,938954
28	15,181838	18,640224	25,994985
29	15,930370	19,486910	27,052911
30	16,683856	20,337285	28,112614
31	17,442044	21,191151	29,173985
32	18,204701	22,048328	30,236924
33	18,971613	22,908650	31,301341
34	19,742582	23,771963	32,367153
35	20,517426	24,638127	33,434284
36	21,295973	25,507010	34,502663
37	22,078066	26,378490	35,572227
38	22,863556	27,252455	36,642916
39	23,652307	28,128800	37,714673
40	24,444188	29,007424	38,787449
41	25,239079	29,888238	39,861195
42	26,036867	30,771154	40,935867
43	26,837445	31,656092	42,011423
44	27,640713	32,542975	43,087825
45	28,446575	33,431732	44,165036
46	29,254944	34,322296	45,243023
47	30,065733	35,214603	46,321753
48	30,878865	36,108593	47,401197
49	31,694262	37,004209	48,481326
50	32,511853	37,901398	49,562114
c	0,001	0,01	0,1
c	0,001	0,01	0,1
51	33,331570	38,800107	50,643536
52	34,153348	39,700290	51,725567
53	34,977127	40,601900	52,808187
54	35,802846	41,504892	53,891373
55	36,630450	42,409227	54,975105
56	37,459887	43,314863	56,059364
57	38,291104	44,221764	57,144133
58	39,124054	45,129892	58,229394
59	39,958689	46,039215	59,315131
60	40,794966	46,949698	60,401328
61	41,632842	47,861310	61,487970
62	42,472276	48,774021	62,575044
63	43,313228	49,687803	63,662536
64	44,155662	50,602627	64,750434
65	44,999541	51,518466	65,838724
66	45,844831	52,435297	66,927395
67	46,691497	53,353093	68,016436
68	47,539509	54,271832	69,105836
69	48,388835	55,191491	70,195585
70	49,239445	56,112048	71,285674
71	50,091312	57,033482	72,376092
72	50,944406	57,955773	73,466830
73	51,798702	58,878901	74,557881
74	52,654174	59,802848	75,649235
75	53,510797	60,727596	76,740884
76	54,368548	61,653128	77,832822
77	55,227402	62,579425	78,925039
78	56,087337	63,506473	80,017530
79	56,948332	64,434255	81,110287
80	57,810367	65,362757	82,203304
81	58,673419	66,291962	83,296574
82	59,537471	67,221858	84,390092
83	60,402502	68,152431	85,483850
84	61,268495	69,083667	86,577844
85	62,135431	70,015552	87,672068
86	63,003293	70,948076	88,766516
87	63,872065	71,881225	89,861184
88	64,741729	72,814987	90,956066
89	65,612270	73,749352	92,051158
90	66,483673	74,684308	93,146454
91	67,355922	75,619845	94,241951
92	68,229003	76,555951	95,337644
93	69,102902	77,492617	96,433529
94	69,977605	78,429833	97,529601
95	70,853099	79,367590	98,625857
96	71,729370	80,305877	99,722292
97	72,606406	81,244686	100,818904
98	73,484195	82,184009	101,915688
99	74,362724	83,123836	103,012641
100	75,241982	84,064158	104,109759
c	0,001	0,01	0,1
c	0,001	0,01	0,1
101	76,121957	85,004969	105,207040
102	77,002639	85,946260	106,304479
103	77,884016	86,888023	107,402074
104	78,766078	87,830251	108,499822
105	79,648814	88,772936	109,597720
106	80,532214	89,716071	110,695765
107	81,416269	90,659650	111,793954
108	82,300969	91,603665	112,892284
109	83,186305	92,548110	113,990753
110	84,072267	93,492978	115,089358
111	84,958846	94,438263	116,188097
112	85,846034	95,383959	117,286968
113	86,733823	96,330059	118,385967
114	87,622203	97,276559	119,485092
115	88,511167	98,223451	120,584343
116	89,400707	99,170731	121,683716
117	90,290815	100,118393	122,783207
118	91,181483	101,066431	123,882817
119	92,072704	102,014841	124,982543
120	92,964470	102,963617	126,082383
121	93,856776	103,912754	127,182335
122	94,749612	104,862247	128,282397
123	95,642973	105,812091	129,382567
124	96,536853	106,762283	130,482844
125	97,431243	107,712816	131,583225
126	98,326139	108,663687	132,683710
127	99,221533	109,614891	133,784296
128	100,117419	110,566424	134,884981
129	101,013792	111,518281	135,985764
130	101,910646	112,470459	137,086645
131	102,807974	113,422954	138,187620
132	103,705771	114,375760	139,288688
133	104,604032	115,328875	140,389849
134	105,502751	116,282295	141,491100
135	106,401922	117,236016	142,592441
136	107,301540	118,190034	143,693869
137	108,201601	119,144345	144,795384
138	109,102099	120,098947	145,896984
139	110,003029	121,053835	146,998669
140	110,904386	122,009006	148,100436
141	111,806165	122,964457	149,202284
142	112,708362	123,920185	150,304213
143	113,610972	124,876186	151,406221
144	114,513991	125,832457	152,508307
145	115,417413	126,788995	153,610470
146	116,321236	127,745798	154,712709
147	117,225453	128,702861	155,815023
148	118,130062	129,660182	156,917410
149	119,035058	130,617759	158,019870
150	119,940437	131,575588	159,122401
c	0,001	0,01	0,1
c	0,001	0,01	0,1

Problema 13

Se pretende estudiar el rendimiento de la conmutación de circuitos y de paquetes sobre un enlace de fibra óptica con WDM, multiplexando 4 longitudes de onda sobre dicha fibra. Sobre cada longitud de onda se puede transmitir datos a una velocidad de 10 Gbps.

Dicho enlace recibe mensajes de tamaño distribuido exponencialmente, de 100 KBytes de media. Dichos mensajes son enviados por un conjunto de fuentes poissonianas que concurren a dicho enlace, con un tiempo entre llegadas de mensajes de 25 μ s.

No olvide indicar las unidades de medida en cada resultado.

En el caso de la conmutación de circuitos, el conmutador que recibe los mensajes busca una longitud de onda disponible. Si ésta existe, envía el mensaje. Si no, lo descarta.

1. Indique razonadamente el modelo de colas que emplearía para resolver este caso, identificando los valores de las variables a utilizar (número de servidores, tasas de llegadas y servicio, e intensidad de tráfico).
2. ¿Cuál será la probabilidad de que un mensaje no se transmita? ¿Cuál será la carga del enlace?
3. Sin tener en cuenta el tiempo que se necesite para establecer el circuito óptico, ¿cuánto se tarda en media en transmitir un mensaje cuando hay una longitud de onda disponible?

En el caso de conmutación de paquetes, las fuentes dividen los mensajes en 100 partes iguales (suponga que los mensajes son siempre divisibles), afectando a las tasas de llegadas y de servicio del enlace en ese factor. La sobrecarga de las cabeceras se puede suponer despreciable. El conmutador que recibe los paquetes los almacena en una cola dimensionada adecuadamente y los va enviando por la longitud de onda que quede disponible en cada momento.

4. Indique razonadamente el modelo de colas que emplearía para este caso, identificando los valores de las variables a utilizar (número de servidores, tasas de llegadas y servicio, e intensidad de tráfico). ¿Cuál será la carga del enlace?
5. ¿Cuánto se tarda en media en transmitir un paquete? Suponiendo un caso peor, en que el tiempo de transmisión de cada uno de ellos fuera independiente, ¿cuánto se tardaría en media en enviar un mensaje completo?
6. ¿Qué tamaño en bytes debe tener la memoria del conmutador para que la probabilidad de pérdida de paquetes sea despreciable? Tenga en cuenta que los paquetes que se están transmitiendo deben mantenerse en memoria durante su transmisión.
7. En base a los resultados obtenidos a lo largo del problema, explique las ventajas e inconvenientes que plantean ambos tipos de conmutación.

Problema 14

Un operador tiene en una red de paquetes un enlace de comunicaciones de 622 Mbps que cursa paquetes con un tamaño distribuido exponencialmente con media de 500 bytes, y se espera que el tráfico crezca hasta el extremo de recibir en media un paquete cada $4 \mu\text{s}$ siguiendo un proceso de Poisson. Por ello, se plantea la necesidad de actualizar dicho enlace con dos posibles alternativas sobre una red óptica: La primera posibilidad es utilizar una única longitud de onda que permite una tasa binaria de 2 Gbps, mientras que la segunda es usar dos longitudes de onda en WDM que permiten una tasa binaria de 1 Gbps cada una. En todos los casos los paquetes se almacenan en un buffer único dimensionado adecuadamente y se van enviando por orden de llegada.

1. Indique razonadamente el modelo de colas a emplear para el caso inicial y las dos posibles alternativas.
2. Demuestre que con la configuración inicial no se podría asumir el tráfico estimado, pero sí en las dos alternativas.
3. Se quiere que el nuevo enlace tenga una latencia media inferior a $10 \mu\text{s}$. ¿Qué tasa de llegadas en paquetes por segundo se puede alcanzar para esa latencia con cada una de las dos alternativas?
4. A partir de los resultados del apartado anterior, ¿qué tamaño tendrá que tener en bytes, de manera aproximada y para los dos casos, el buffer de almacenamiento de los paquetes para que su pérdida sea despreciable? Tenga en cuenta que los paquetes que se están transmitiendo deben mantenerse en memoria durante su transmisión.

Problema 15

Un router está conectado a un enlace vía satélite de tasa binaria R bits/s y retardo de propagación I s. Los paquetes que se cursan por ese enlace tienen un tamaño que sigue una distribución exponencial con media de B bits. La tasa de llegada de paquetes sigue un proceso de Poisson de tasa A s⁻¹. La memoria del router, que almacena los paquetes según van llegando y los borra *una vez han sido enviados*, tiene un tamaño tal que no se pierden paquetes.

1. Explique el modelo de colas a utilizar, indicando su notación Kendall.
2. ¿Cuál es el retardo total, D , que experimentan los paquetes desde que llegan al router hasta que alcanzan su destino final?
3. Si la tasa aumenta en un factor F , ¿en qué factor, V , debe aumentarse la velocidad del enlace para mantener el retardo medio total? Comente el resultado.
4. Según estos nuevos factores, estime de forma razonada el tamaño de la memoria del router en bytes para que se pueda considerar que no pierde paquetes (utilice únicamente las variables F , A , B , y R).

Problema 16

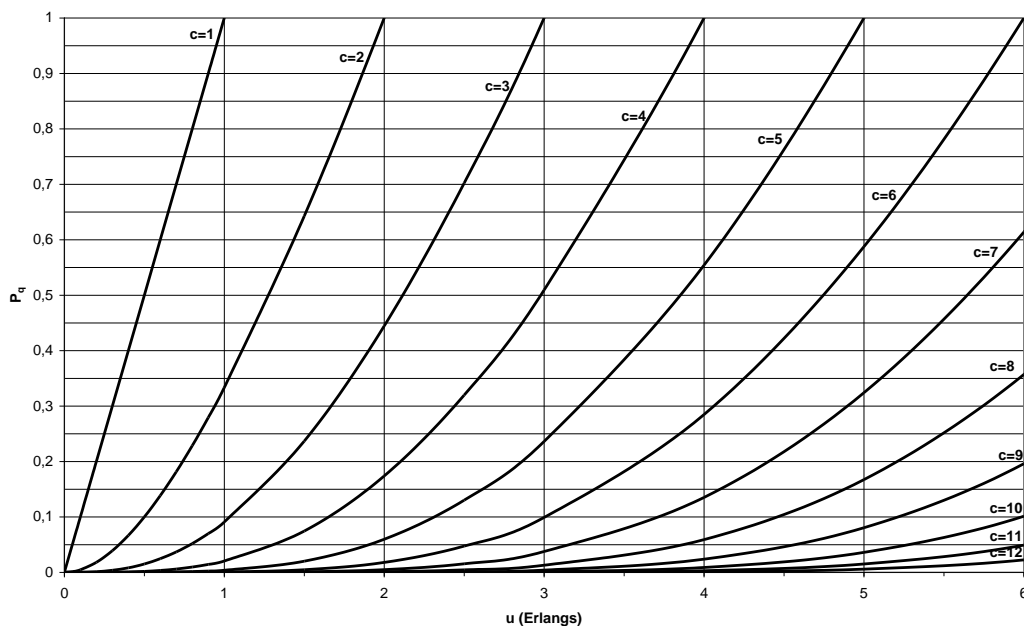
Se quiere dimensionar los parámetros de un *router* (velocidad de transmisión, memoria). Para ello se supone que el tamaño de la memoria es inicialmente infinita. Los paquetes llegan siguiendo un proceso de Poisson con tiempo entre llegadas de 1 ms. El tiempo de proceso del *router* se debe principalmente a la transmisión por el enlace de salida, estando el tamaño de los paquetes distribuido de forma exponencial, de tamaño 125 bytes. Como decisión de diseño se quiere que el *router* introduzca en media una latencia no superior a 2 ms.

1. Obtenga **R** como la velocidad de transmisión del enlace de salida del *router* necesaria según los parámetros indicados. Explique el modelo de colas que utiliza para ello.
2. A partir del resultado anterior, calcule **M₁** como la memoria en bytes que el *router* utiliza en media (los paquetes son almacenados desde que llegan al *router* hasta que acaba su transmisión por el enlace de salida), y **M₂** como la que se debería utilizar para poder suponer que las pérdidas de paquetes sean despreciables.
3. Empleando **el mismo modelo de colas** que en los apartados anteriores, calcule la probabilidad **P_(sobreocupación)** de que la memoria dimensionada anteriormente esté sobreocupada (los paquetes que hay en cola exceden el tamaño de la memoria).
4. Suponga ahora que la memoria del *router* es finita. Calcule la probabilidad **P_(pérdida)** de pérdida de paquetes que el sistema experimentará realmente y compárela con el resultado anterior. Explique el modelo de colas que utiliza para ello. Comente el resultado, comparándolo con el obtenido en el apartado anterior.

Problema 17

Un locutorio telefónico necesita dimensionar el número de cabinas telefónicas a instalar en el local. A partir de negocios similares se sabe que el uso de los teléfonos por parte de los clientes sigue una duración distribuida exponencialmente cuya media es de 10 minutos, y que el servicio es adecuado si los usuarios sólo tienen que esperar a lo sumo el 10% de las veces. Se espera que durante la hora de mayor afluencia acudan al locutorio 12 clientes, según un proceso de Poisson.

1. Explique razonadamente el modelo de colas que se debe emplear, y calcule la tasa de llegadas, la tasa de servicio (ambas en llamadas/h) y el tráfico (en Erlangs) que deberá soportar el locutorio.
2. Obtenga de forma razonada, a partir de la gráfica adjunta, el número de cabinas que será necesario instalar. ¿Cuál será el factor de utilización del locutorio?



3. Para el número de cabinas obtenido en el apartado anterior, calcule la probabilidad **exacta** de que un usuario tenga que esperar, el número medio de usuarios esperando para llamar y el tiempo medio de espera en segundos previo a poder realizar una llamada.
4. Si el locutorio sólo dispone de espacio para que esperen dentro dos personas, ¿cuál será la probabilidad de que cuando alguien llegue tenga que esperar en la calle?

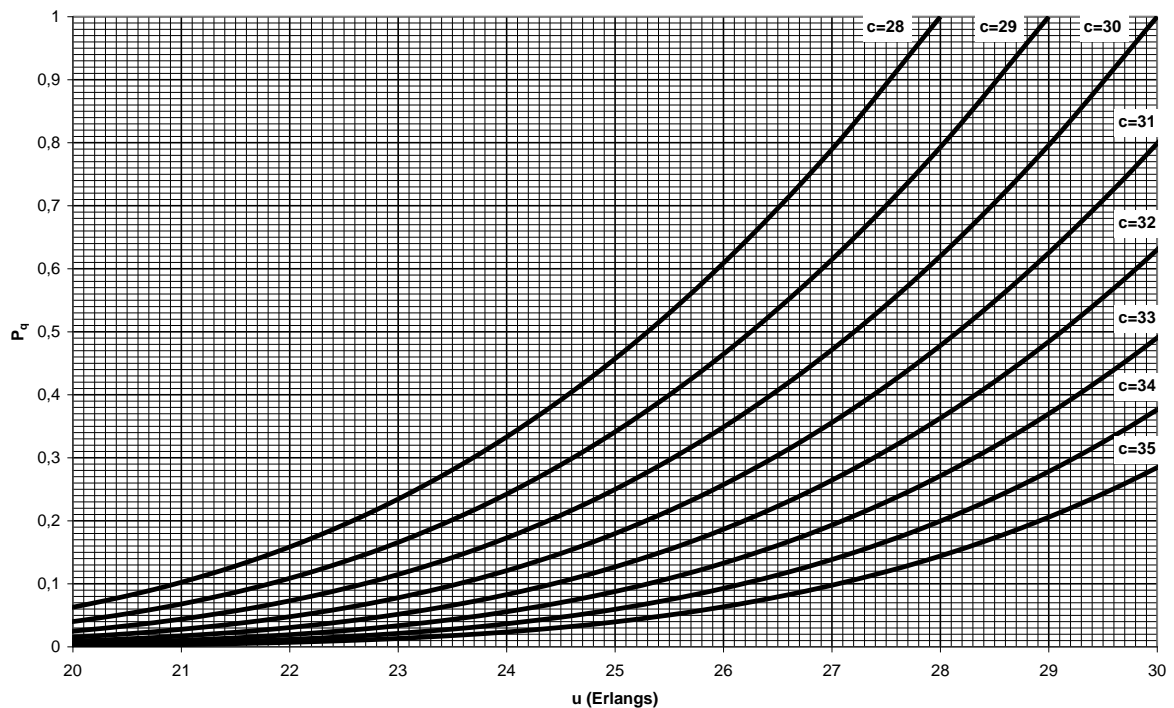
Problema 18 *

Se pretende comparar el rendimiento de la conmutación de circuitos y la conmutación de mensajes para el envío de datos sobre una portadora telefónica E1. En dicha portadora concurren múltiples fuentes Poissonianas, que en suma generan mensajes con un tiempo entre llegadas de mensajes de 0,0025 s. Los mensajes tienen un tamaño distribuido exponencialmente con media de 500 bytes.

No olvide indicar las unidades de medida de los resultados.

En el caso de la conmutación de circuitos, cada vez que se quiere enviar un mensaje por la portadora hay que establecer un circuito y sólo se puede utilizar la capacidad binaria de un circuito vocal de la portadora E1. Una vez se ha enviado el mensaje se libera el circuito. Si no hay ningún circuito disponible, el mensaje se encola.

1. Indique razonadamente el modelo de colas que emplearía para resolver este caso, identificando los valores de las variables a utilizar (número de servidores, tasas de llegadas y servicio, intensidad de tráfico y carga de la portadora).
2. ¿Cuál será aproximadamente la probabilidad de que haya que encolar un mensaje? Puede utilizar la gráfica adjunta para obtener dicho valor.



3. ¿Cuál será el número medio de mensajes en el sistema? ¿Cuánta memoria en bytes deberá tener aproximadamente el sistema para estar adecuadamente dimensionado? Nótese que a la hora de implementar el sistema será necesario mantener en memoria los mensajes hasta que sean transmitidos completamente.
4. Sin tener en cuenta el tiempo que se necesitaría para establecer el circuito, ¿cuánto se tarda en media desde que un mensaje llega a la cola hasta que es transmitido por completo?

En el caso de la conmutación de mensajes se puede utilizar la capacidad binaria completa de la portadora E1, incluyendo también en este caso los circuitos que no son vocales. Si la portadora ya está siendo utilizada, el mensaje se encola.

5. Indique razonadamente el modelo de colas que emplearía para resolver este caso, identificando los valores de las variables a utilizar (número de servidores, tasas de llegadas y servicio, intensidad de tráfico y carga de la portadora).
6. ¿Cuál será, de forma razonada, la probabilidad exacta de que un mensaje sea encolado?
7. ¿Cuál será el número medio de mensajes en el sistema? ¿Cuánta memoria deberá tener el sistema para estar adecuadamente dimensionado? Nótese que a la hora de implementar el sistema será necesario mantener en memoria los mensajes hasta que sean transmitidos completamente.
8. ¿Cuánto se tarda en media en transmitir un mensaje?
9. Basándose en los resultados obtenidos compare ambos tipos de conmutación en relación a la utilización, velocidad de transmisión, memoria necesaria para implementar el sistema, etc.

Problema 19

Una tarjeta Ethernet de 10 Gbps, para trabajar a esta velocidad, divide el procesamiento de las tramas en cuatro líneas de 2,5 Gbps, enviando cada trama por la primera línea que esté libre.

Se presupone que las tramas llegan a la tarjeta siguiendo un proceso de Poisson, con tiempo medio entre llegadas de $2\ \mu\text{s}$, y que las tramas tienen un tamaño medio de 1500 bytes, distribuido exponencialmente. Las tramas se encolan en un buffer común a todas las líneas de transmisión, disponiendo de memoria suficiente para que no se pierdan.

1. Indique razonadamente el modelo de colas que se debe utilizar para estudiar este sistema, la tasa de llegadas, la tasa de servicio, la intensidad de tráfico y el factor de utilización.
2. Calcule el número medio de tramas en el buffer.
3. Aplicando Little siempre que sea posible, calcule el tiempo medio de estancia en cola. A partir de dicho tiempo, obtenga el tiempo medio de estancia en la tarjeta y el número medio de unidades en la tarjeta.

Ahora se quiere comparar el rendimiento obtenido frente al caso hipotético en que se pudiera tener una única línea de 10Gbps. El resto de variables permanece igual. Para este caso:

4. Indique razonadamente el modelo de colas que se debe utilizar para estudiar este sistema a 10 Gbps, la tasa de llegadas, la tasa de servicio, la intensidad de tráfico y el factor de utilización.
5. Calcule el número medio de tramas en la tarjeta. Tras ello, aplicando Little siempre que sea posible, calcule el tiempo medio de estancia en el sistema, y a partir de este valor el tiempo medio de estancia en cola y el número medio de unidades en cola.
6. Con los resultados obtenidos, compare las dos soluciones.

Problema 20

Un cliente de una compañía telefónica tiene contratado un servicio de ADSL con 12 Mbit/s de bajada y 600 Kbit/s de subida. Dicho servicio se utiliza exclusivamente para una aplicación P2P, que recibe peticiones de otros usuarios que solicitan archivos del cliente. La aplicación atiende las peticiones de estos otros usuarios una a una, utilizando todo el ancho de banda de subida, de forma que si se está transfiriendo un archivo, el resto de peticiones quedan a la espera de ser atendidas según su orden de llegada.

Las peticiones llegan siguiendo un proceso de Poisson, recibándose en media una nueva petición cada minuto. Los archivos solicitados tienen un tamaño distribuido exponencialmente de 4 Mbytes. Desprecie la sobrecarga debida a la conmutación de paquetes. $1 \text{ Mbit/s} = 10^6 \text{ bit/s}$, $1 \text{ Mbyte} = 2^{20} \text{ bytes}$.

1. Indique razonadamente el modelo de colas que se debe utilizar para estudiar este sistema, la tasa de llegadas, la tasa de servicio, la intensidad de tráfico y el factor de utilización.
2. Calcule el tiempo medio que espera una petición para comenzar a ser atendida. ¿Cuál es el porcentaje de tiempo que se está en cola respecto del tiempo total que se tarda en descargar un archivo?
3. ¿Cuál es el caudal binario que se utiliza en media para atender las peticiones recibidas?

Como no se está usando en media todo el caudal binario disponible pese a tener un tiempo de espera no despreciable, se plantea la estrategia de repartir la tasa de transferencia entre varias peticiones. De esta forma, se da una velocidad de transmisión fija de 75 Kbps a cada petición, aumentando así el número de peticiones que se atienden a la vez. Si no hay ancho de banda para atender más peticiones, estas se encolan. A continuación, evalúe si esta estrategia puede resultar útil o no.

4. Indique razonadamente el modelo de colas que se debe utilizar para estudiar este sistema, la tasa de llegadas, la tasa de servicio, la intensidad de tráfico y el factor de utilización. ¿Cuál es el caudal binario que se utilizará en media en este caso?
5. ¿Cuál es ahora el tiempo que espera una petición para comenzar a ser atendida? ¿Y el tiempo total que se tarda en descargar un archivo?
6. ¿Hasta qué punto merece la pena aumentar el número de servidores a costa de reducir el caudal binario para cada petición?

Problema 21

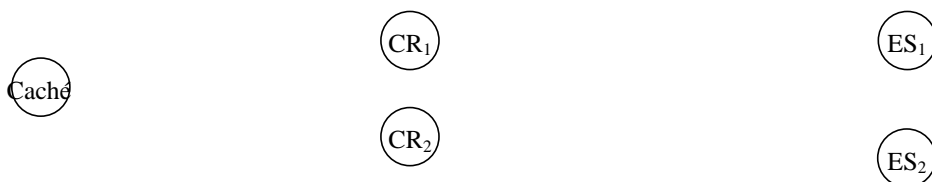
Un router tiene dos enlaces de salida: uno a 10 Mbps y otro a 100 Mbps. Los paquetes llegan al router siguiendo un proceso de Poisson con tasa 5000 paquetes/s, teniendo todos ellos un tamaño distribuido exponencialmente de media 500 bytes.

La forma en que el router procesa los paquetes que le llegan es la siguiente:

- 1) Hay un procesador inicial que busca cómo debe encaminarse el paquete según una tabla caché. Este proceso sigue una distribución exponencial de media 10000 paquetes/s y consigue un resultado en el 80% de las veces, evitándose el paso siguiente, y pasándose a la última etapa.
- 2) Si no se consigue resultado en la tabla caché, se busca cómo encaminar el paquete en la tabla de rutas completa, siendo este proceso realizado por dos procesadores en paralelo, de forma que cada paquete es procesado por el que se encuentre libre en cada momento. Como en el caso anterior, este proceso sigue una distribución exponencial, pero su media es de 1000 paquetes/s.
- 3) En la última etapa, según los resultados obtenidos en las etapas anteriores el paquete es enviado por los enlaces de salida, enviándose con probabilidad 30% por el enlace de 10 Mbps y el resto por el de 100 Mbps.

Considere que todas las colas están dimensionadas adecuadamente con la memoria necesaria para no perder paquetes.

1. Complete el esquema de bloques del sistema, indicando los modelos de colas que se emplean en cada subsistema, identificando las tasas de llegada y de salida de cada uno de ellos (su cálculo se realiza en el apartado siguiente), e indicando las tasas de servicio, y las probabilidades de que las peticiones pasen de unos procesadores a otros. (Caché: Cálculo de ruta con tabla caché; CR: Cálculo de ruta completo; ES: Enlace de Salida).



2. ¿Cuántos procesadores debería haber en la etapa de cálculo de rutas si no existiese el procesador basado en la tabla caché?
3. Con los datos de partida calcule las tasas de llegada de peticiones a cada uno de los bloques de proceso del sistema: cálculo de ruta con caché ($\lambda_{\text{Caché}}$), cálculo de ruta completo (λ_{CR}) y enlaces de salida (λ_{ES1} , λ_{ES2}). Indique qué teorema aplica para ello.
4. Calcule el tiempo medio de estancia en el conjunto del sistema a partir del número medio de peticiones en cada cola. Indique qué teorema aplica para ello, comprobando que se cumplen las condiciones del mismo.

Problema 22

Un router está conectado a un enlace de 1 Mbps por el que envía paquetes cuyo tamaño está distribuido exponencialmente con media de 500 bytes. Los paquetes llegan al router siguiendo un proceso de Poisson.

1. Indique **razonadamente** el modelo de colas a utilizar.
2. Si la carga del router es del 80%, ¿cuál será el retardo medio introducido por el router?
3. Siguiendo con el supuesto anterior ¿cuál es el tamaño medio en bytes que los paquetes ocupan en memoria? (los paquetes permanecen en memoria hasta que se terminan de enviar).
4. Si se dimensiona el tamaño de la memoria a reservar para este enlace teniendo en cuenta que la probabilidad de sobreocupación sea inferior al 0,1% (los paquetes que haya en cola exceden el tamaño de memoria reservado inicialmente), ¿qué tamaño en bytes debe tener dicha memoria?

Solución a los problemas

Problema 1

1. Número de canales vocales: 14; Número de pares de frecuencias: 2 (GSM utiliza celdas de 8 canales)
2. $p_c=0,000044$; $\rho=0,3099$

Problema 2

Modelo M/M/1 para cada router.

$$W_{A,C}=0,0083 \text{ s}$$

$$W_{D,E}=0,0125 \text{ s}$$

$$W_B=0,025 \text{ s}$$

Problema 3

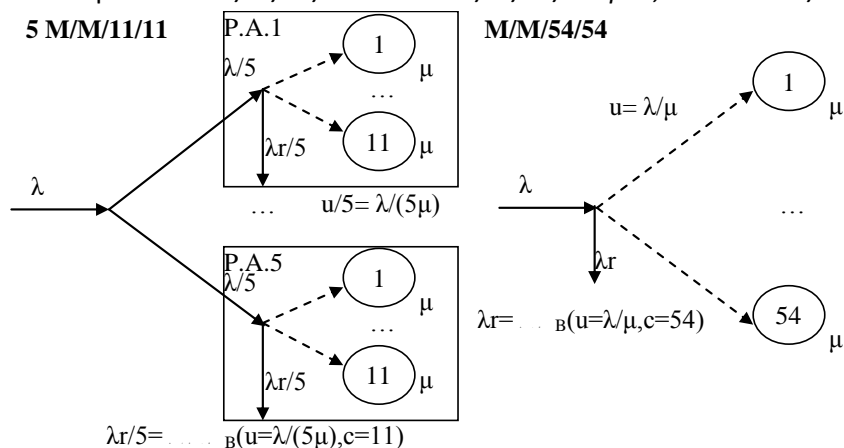
1. Colas M/M/1, con los datos que se aportan, $\rho > 1$, con lo que la red está saturada.
2. Con ambas opciones ahora $\rho < 1$, con lo que ambas opciones son iguales en este sentido. $W_{100Mbps}=1/5000 \text{ s}$; $W_{10Mbps}=1/500 \text{ s}$, en este sentido es mejor aumentar la velocidad de la red sin segmentarla.
3. No es posible, como mínimo la latencia mínima se dará en el caso de que cada segmento de red esté ocupado por un único ordenador, y en ese caso, $W'_{10Mbps}=1/2450 \text{ s}$

Problema 4

1. M/M/1, $t_s=878,056 \text{ paq/s}$
2. M/M/1, 36,788 % de los paquetes
3. M/M/1, $t_s=914,107 \text{ paq/s}$, $W=21,715 \text{ ms}$, $W_1/W_3=4,605$
4. M/M/1/K, $K=66$, $p_k=0,998 \%$, $W=33,463 \text{ ms}$, $W_1/W_4=2,988$. Se debe a que la tasa de llegadas efectiva es menor, con lo que se reduce la carga del sistema, y por tanto, los paquetes que entran tienen que esperar menos tiempo a ser atendidos

Problema 5

1. Se comparan $5 \times M/M/11/11$ con $1 \times M/M/54/54$. $\mu=5,5555e-4 \text{ con/s}$



2. $\lambda_{802.11b}=0,01014183 \text{ con/s}$. $\lambda_{802.11g}=0,01989047 \text{ con/s}$

3. $\rho_{802.11b} = 0,331582631$. $\rho_{802.11g} = 0,662352651$
4. 10
5. En general será mejor siempre una cola única.

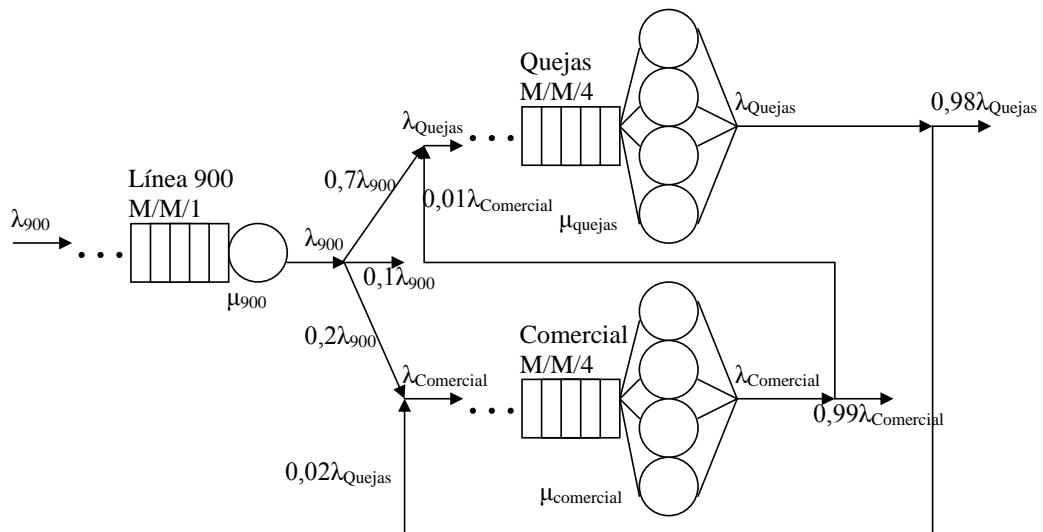
Problema 6

1. M/M/c/c.
2. $\lambda = 0,05787037$ conexiones/s, $\mu = 0,000555556$ con/s, $u = 104,1666667$ Erlangs.
3. 122 direcciones.
4. $0,002 < p_c < 0,003$, $\rho = 0,8115158$.
5. $u = 26,04166667$ Erlangs, 32 direcciones.
6. $0,04 < p_c < 0,05$ ($p_c = 0,041687624$).
7. 64 direcciones, $\rho = 0,406901$

Problema 7

1. $u = 39,0625$ Erlangs
2. 116 circuitos (58 para salientes). Portadora: E2 (Una portadora E1 tiene 30 canales, una portadora E2: 120 canales, una portadora E3: 480 canales)
3. $0,0004 < p_c < 0,0005$, $\rho = 65,07\%$

Problema 8



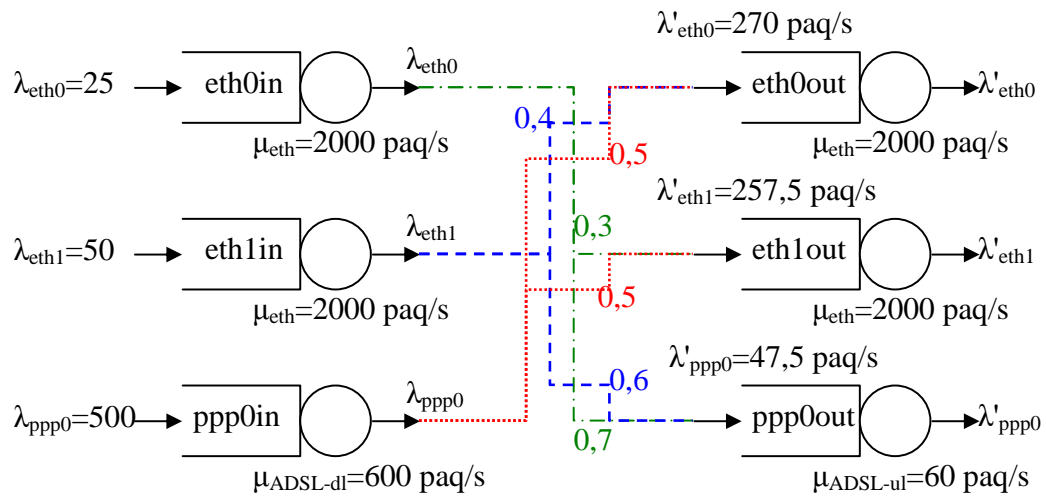
- 1.
2. $\lambda_{900} = 35$ pet/h, $\lambda_{Quejas} = 24,57491498$ pet/hora, $\lambda_{Comercial} = 7,4914983$ pet/h, Teorema de Burke
3. Teorema de Jackson: $\rho_{900} < 1$, $\rho_{Quejas} < 1$, $\rho_{Comercial} < 1$, $L_{Total} = 6,383345255$ usuarios
4. $W_{Total} = 0,182381293$ horas, Teorema de Little.

Problema 9

1.
 - a. M/M/1
 - b. 624 bytes
 - c. $R = 9,984$ Mbps
2.
 - a. M/G/1
 - b. $E[S^2] = 758756/R^2 s^2$

- c. $R=9,919$ Mbps
d. $0,65\%$, $C^2=0,9486 \rightarrow$ la distribución tiene comportamiento poissoniano.

Problema 10



1. Todas son colas M/M/1, al haber un procesamiento independiente por cada sentido de cada puerto, y no perderse paquetes. Para calcular las tasas de salida se utiliza el teorema de Burke.
2. $L=9,14$ paquetes. Se aplica el teorema de Jackson, comprobando que $\rho < 1$ en todas las colas.
3. $W=15,899$ ms. Se aplica el teorema de Little.

Problema 11

1. Modelo de cola: M/M/1. Capacidad mínima del enlace (Mbps): 5,276. Portadora a contratar: E2 (tiene 8,192 Mbps. La E1 (2,048Mbps) se queda corta). Porcentaje de paquetes (%): 99,7
2. Modelo de cola para número medio de paquetes: M/M/1. $L=0,41$ paquetes. Modelo de cola para reserva de memoria: M/M/1/K. Memoria necesaria (Bytes): 3000. $p_k=0,0015269$

Problema 12

1. M/M/c/c, con $c=30$ canales de voz (E1). $\lambda_1=500,51568$ ll/h
2. M/D/1, 23 llamadas concurrentes.
3. M/D/1, 47 llamadas concurrentes. M/M/c/c, con $c=47$, $\lambda_3=901,97199$ ll/h.
4. M/D/1, 149 llamadas concurrentes. M/M/c/c, con $c=149$, $\lambda_4=3571,05174$ ll/h

Problema 13

1. M/M/c/c, con $c=4$, $\lambda=40000$ mensajes/s, $\mu=12207,03125$ mensajes/s, $u=3,2768$ Erlangs
2. $p_c=0,236486115725$, $\rho=0,62547057399808$
3. 81,92 μs
4. M/M/c, con $c=4$, $\lambda=4000000$ paq/s, $\mu=1220703,125$ paq/s, $u=3,2768$ Erlangs, $\rho=0,8192$
5. 1 paquete: 1,534439 μs ; Mensaje completo, suponiendo independencia: 153,4439 μs
6. 62851 bytes

Problema 14

1. Caso inicial: M/M/1, una longitud de onda: M/M/1, dos longitudes de onda: M/M/2
2. Inicial: $\rho = 1,607 > 1 \rightarrow$ Saturado. Una longitud de onda: $\rho = 0,5 < 1 \rightarrow$ no saturado. 2 longitudes de onda: $\rho = 0,5 < 1 \rightarrow$ no saturado.
3. Una longitud de onda: $\lambda = 400000$ paq/s. Dos longitudes de onda: $\lambda = 387298,3346$ paq/s
4. Una longitud de onda: 20000 bytes. Dos longitudes de onda: 19365 bytes

Problema 15

1. M/M/1
2. $D = \frac{1}{\frac{R}{B} - A} + I s$
3. $V = 1 + \frac{AB}{R}(F - 1)$
4. $\frac{10}{8} \frac{FAB}{\frac{R}{B} - A} \text{ bytes.}$

Problema 16

1. M/M/1, R=1,5 Mbps
2. $M_1=250$ bytes, $M_2=2500$ bytes
3. 0,0003
4. M/M/1/K, K=20, $p_K=0,000100262988$. Se debe a la pérdida de paquetes.

Problema 17

1. M/M/c, $\lambda = 12$ ll/h, $\mu = 6$ ll/h, $u = 2$ Erlangs
2. $c = 5$, $\rho = 0,4$
3. $P_q = 0,059701$, $L_q = 0,039801$ usu., $W_q = 11,9403$ s
4. $P(\text{calle}) = 0,009552$

Problema 18

1. M/M/c, con $c=30$ (circuitos E1), $\lambda=400$ mens/s, $\mu=16$ mens/s, $u = 25$ Erlangs, $\rho=0,833333$
2. $P_q \approx 0,25$
3. $L=26,249452$ mensajes, memoria: 131248 bytes.
4. $W=0,06562363$ s.
5. M/M/1, R=2048 Kbps (E1). $\lambda=400$ mens/s, $\mu=512$ mens/s, $u = 0,78125$ Erlangs, $\rho=0,78125$
6. 0,78125
7. $L=3,57142857$ mensajes, memoria: 17858 bytes.
8. $W=0,00892857143$ s.

Problema 19

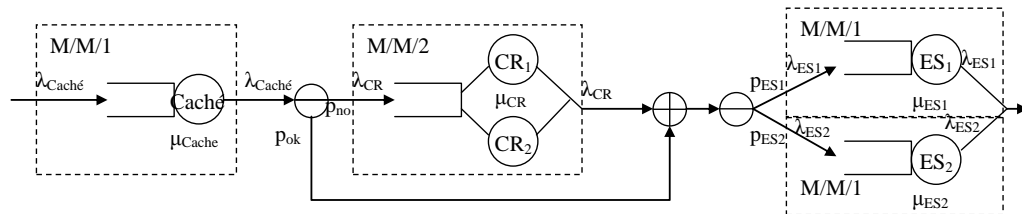
1. Modelo de Colas: M/M/c. $\lambda=500000$ tramas/s, $\mu=208333,333$ tramas/s, $u=2,4$ Erlangs, $\rho=0,6$
2. $L_q=0,4305647840256$ tr.

3. $W_q=0,86113 \mu s$, $W=5,66113 \mu s$, $L=2,830565$ tramas
4. Modelo de Colas: M/M/1, $\lambda=500000$ tramas/s, $\mu=833\,333,333$ tramas/s, $u=0,6$ Erlangs, $\rho=0,6$
5. $L=1,5$ tramas, $W=3 \mu s$, $W_q=1,8 \mu s$, $L_q=0,9$ tramas

Problema 20

1. Modelo de Colas: M/M/1, $\lambda=0,016667$ pet/s, $\mu=0,017881393$ pet/s, $u=0,932067556$ Erlangs, $\rho=0,932067556$
2. $W_q=767,3063455$ s, Porcentaje: 93,20675556%
3. $R=559,2405333$ Kbps
4. Modelo de Colas: M/M/c, $c=8$. $\lambda=0,016667$ pet/s, $\mu=0,002235174$ pet/s, $u=7,456540444$ Erlangs, $\rho=0,932067556$, $R=559,2405333$ Kbps
5. $W_q=651,5606949$ s, $W=1098,953122$ s
6. No merece la pena aumentar el número de servidores.

Problema 21



1. $\mu_{Cache}=10000paq/s$; $\mu_{CR}=1000paq/s$; $\mu_{ES1}=2500paq/s$; $\mu_{ES2}=25000paq/s$; $p_{ok}=0,8$; $p_{no}=0,2$; $p_{ES1}=0,3$; $p_{ES2}=0,7$
2. $c=6$.
3. Teorema de Burke. $\lambda_{Cache}=5000$ paquetes/s, $\lambda_{CR}=1000$ paq/s, $\lambda_{ES1}=1500$ paq/s, $\lambda_{ES2}=3500$ paq/s

Problema 22

1. M/M/1
2. $W=0,02s$.
3. 2000 bytes.
4. 15479 bytes.