1. 
Sea $X = Z^+ = \{ n \in Z \mid n > 0 \}$. Definimos una topología $T$ en $X$ cuyos conjuntos abiertos son $\emptyset$, $X$, y todos los subconjuntos de $X$ de la forma $G_n = \{ x \in X \mid x \geq n \} = \{ n, n + 1, n + 2, \ldots \}$, con $n \in X$.

(a) Pruébese que $T$ es una topología en $X$.

(b) Determinése el interior, la adherencia y la frontera, en $(X, T)$, del conjunto $A = \{ 3, 5 \}$.

Justifique su respuesta.

2. 

Sea $T$ la topología generada en $R$ (conjunto de los números reales) por la base $B = \{ [a, b) \mid a, b \in R, a < b \}$.

Estudie si $(R, T)$ es compacto y estudie si es localmente compacto.

Justifique su respuesta.

3. 

Sea el intervalo abierto $X = (0, 1)$, y sea $T$ la topología sobre $X$ cuyos conjuntos abiertos son $\emptyset$, $X$, y todos los intervalos de la forma $(0, 1 - \frac{1}{n})$, con $n \in Z$, $n \geq 2$.

Estudie si $(X, T)$ es conexo.

Justifique su respuesta.

Cada pregunta se puntuará sobre 10 y después se calculará la nota media.