

1. Sea  $X = A \cup B$ , con

$$A = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2 \},$$

$$B = \{ (0, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \leq 0 \}.$$

**Estudiar si**  $X$  es contractible.

**Determinar** el grupo fundamental  $\pi(X, (0, 0))$ .

**(3 puntos)**

2. En el plano  $\mathbb{R}^2$  se considera el subespacio topológico  $C \cup D$  siendo

$$C = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1, y \geq 0 \},$$

$$D = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 1, y = 0 \}.$$

**Determinar** el grupo fundamental  $\pi(C \cup D, (1, 0))$ .

**(3 puntos)**

3. En el plano  $\mathbb{R}^2$  se considera el subespacio topológico  $S^1 \cup M$  siendo

$$S^1 = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \},$$

$$M = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0 \}.$$

**Triangular**  $S^1 \cup M$ .

**Calcular** el primer grupo de homología simplicial  $H_1(S^1 \cup M)$ .

**(4 puntos)**