1. Sea

$$X = S^1 = \{ (x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \} \subset R^2$$

y sea

$$Y = [-1, 1] \times [-1, 1] \subset R^2.$$

Consideremos las aplicaciones $f, g : X \to Y$,
definidas, para todo punto $(x, y) \in X$, mediante

$$\begin{aligned} f(x, y) &= (0, 0), \\ g(x, y) &= (1, 1). \end{aligned}$$

Pruebe que $f \simeq g$.
Se considera X e Y con sus topologías relativas de la topología usual de R^2.
Razone su respuesta.

(3 puntos)

2. Sea

$$X = \{ (x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \} \cup \{ (x, 0) \mid x^2 \geq 1 \} \cup \{ (0, y) \mid y^2 \geq 1 \},$$

considerado como subespacio topológico de R^2, con su topología usual.
Determine el **grupo fundamental** de homotopía de X.
Razone su respuesta.

(3 puntos)

3. Calcule el **grupo de homología simplicial** $H_1(M)$ del poliedro geométrico

$$M = [0, 1] \times [0, 1],$$

con su topología relativa de la topología usual de R^2.
Razone su respuesta.

(4 puntos)