COMPLEMENTOS MATEMÁTICOS PARA LA INGENIERÍA INDUSTRIAL
Febrero. Modelo B

INSTRUCCIONES: Lea atentamente los enunciados. Conteste a las preguntas cortas exclusivamente en el espacio disponible a continuación del enunciado (se sugiere hacerlo en folio aparte y luego pasarlo). Desarrolle la solución a los ejercicios 5 y 6 en otra hoja de examen, en el espacio que necesite.

PREGUNTAS CORTAS

1. (1 PUNTO) Escriba cuál es la clausura convexa de un conjunto de puntos $\{p_0, p_1, p_2, p_3\}$
   Solución:

2. (1 PUNTO) Estudíese si las ecuaciones paramétricas
$$x(t) = t^2, \quad y(t) = \cos^3 t + \operatorname{sen} t + 3.$$
   definen una curva regular.
   Solución:

3. (1 PUNTO) Sea S la superficie dada por la parametrización
$$\mathbf{x}(u, v) = \left(u^2 - v^2, u^2 + v^2, u\right)$$
   para $(u, v) \in (-2, 2) \times (-2, 2)$. Determine el plano tangente a S en $\mathbf{x}(0, 1)$.
   Solución:

4. (1 PUNTO) Estudie si la parametrización

$$x = u + v, \qquad y = u + u\cos v, \qquad z = u^2 + v^2$$

con $(u, v) \in \mathbb{R}^2$ es regular.
Solución:

EJERCICIOS

5. (3 PUNTOS) Dada la función $F : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2$, tal que

$$F(x, y, z, t) = \left(y^2 + t^4 - 2xz, y^3 + t^3 + x^3 - 1\right)$$

consideramos el punto $P = (1, -1, 1, 1)$.

a) Demostrar que $F(x, y, z, t) = 0$ define a $z = g_1(x, y)$ y $t = g_2(x, y)$ como funciones diferenciables de x e y en un entorno del punto $(1, -1)$.

b) Evaluar en el punto $(1, -1)$ la diferencial de la función

$$g(x, y) = (g_1(x, y), g_2(x, y))$$

c) Calcular $\dfrac{\partial^2 g_1}{\partial x^2}(1, -1)$ y $\dfrac{\partial^2 g_2}{\partial x^2}(1, -1)$

Nota: La puntuación de cada uno de los apartados es 1 punto.

6. (3 PUNTOS) Las ecuaciones paramétricas, para $r > 0$,

$$\mathbf{x}(t) = (rt - r\operatorname{sen} t, r - r\cos t).$$

corresponden a una cicloide, para $t \in \mathbb{R}$. Se pide:

a) Determinar la longitud de arco de la cicloide para un ciclo completo (para $t \in [0, 2\pi]$).

b) Parametrízar la cicloide por la longitud de arco, para $t \in [0, \pi]$.

Nota: La puntuación de cada uno de los apartados es 1.5 puntos.