
Demostrar la siguiente deducción con el cálculo de deducción natural, **usando solamente reglas básicas y la regla de corte**:

$$\top [\exists x(P(x) \wedge R(x)), \forall z (P(z) \rightarrow Q(z) \vee S(z)), \forall y \neg(R(y) \wedge Q(y))] \vdash \exists x S(x)$$

repesca LPO enero 2017

- | | | |
|-----|---|---|
| 1. | $\exists x(P(x) \wedge R(x))$ | premisa |
| 2. | $\forall z (P(z) \rightarrow Q(z) \vee S(z))$ | premisa |
| 3. | $\forall y \neg(R(y) \wedge Q(y))$ | premisa |
| 4. | $P(a) \wedge R(a)$ | elim \exists 1 |
| 5. | $P(a) \rightarrow Q(a) \vee S(a)$ | elim \forall 2 |
| 6. | $P(a)$ | elim \wedge 4 |
| 7. | $Q(a) \vee S(a)$ | modus ponens 6,5 |
| 8- | $\neg(R(a) \wedge Q(a))$ | elim \forall 3 |
| 9. | $\neg R(a) \vee \neg Q(a)$ | th intercambio 8 con $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$ |
| 10. | $R(a)$ | elim \wedge 4 |
| 11. | $\neg Q(a)$ | corte 9,10 |
| 12. | $S(a)$ | corte 7,11 |
| 13. | $\exists x S(x)$ | intr \exists 12 |