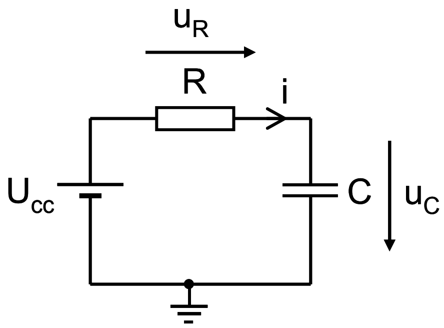
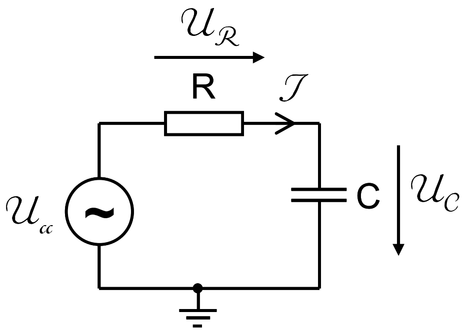
Cuestión 1

Hallar la tensión en el condensador del circuito de la figura tanto en régimen permanente como su evolución transitoria. Condición inicial: tensión inicial en el condensador nula.



Cuestión 2

Hallar la tensión en el condensador del circuito de la figura en régimen estacionario senoidal.



Respuesta a la cuestión 1

Para el transitorio se plantea la ecuación que rige el comportamiento de la corriente, que es: $U_{cc} = u_R + u_C = R \cdot i + u_C$. Pero como la corriente es común y circula por el condensador también se cumple que: $i = C\dfrac{du_C}{dt}$.

Sustituyendo esta segunda fórmula en la primera queda que la ecuación diferencial que rige la evolución del circuito es: $U_{cc} = R \cdot C\dfrac{du_C}{dt} + u_C$

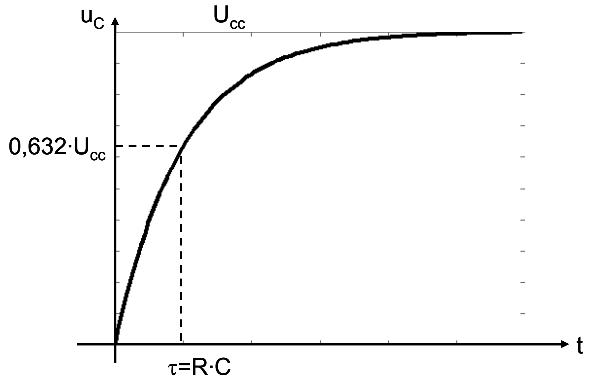
Solución particular: $u_C = U_{cc}$ (coincide con el régimen permanente)

Solución homogénea: $R \cdot C\dfrac{du_C}{dt} + u_C = 0 \Rightarrow u_C = K \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}}$

La solución completa es: $u_C(t) = K \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}} + U_{cc}$

Para hallar la constante se impone la condición inicial: $u_C(0) = K + U_{cc} = 0 \Rightarrow K = -U_{cc}$

Finalmente, la tensión en el condensador sigue el transitorio: $u_C(t) = U_{cc} \cdot \left(1 - e^{\frac{-t}{R \cdot C}}\right)$



Dada esta evolución temporal, el valor en régimen permanente se obtiene haciendo t→∞, es decir, $u_C(t \to \infty) = U_{cc}$.

Una forma sencilla de hallar el valor en régimen permanente sin hallar previamente la evolución temporal es suponiendo que, por ser una fuente continua, se cumple que $\frac{dX}{dt} = 0$ (todas las variables tienen derivadas nulas en régimen permanente).

Por tanto, $i = C\frac{du_C}{dt} = 0$ en régimen permanente. Por tanto, $u_R = R \cdot i = 0$ en régimen permamente, y por tanto $u_C = U_{cc} - u_R = U_{cc}$. Como se observa, coincide con la solución anterior.

Respuesta a la cuestión 2

El régimen estacionario senoidal se resuelve considerando la impedancia compleja de cada componente. La de la resistencia es $\mathcal{Z}_R$=R, y la del condensador $\mathcal{Z}_C$=1/(j·ω·C).

Ambas impedancias forman un divisor de tensión serie, en el que la tensión en el condensador es: $\mathcal{U}_C = \frac{\mathcal{Z}_C}{\mathcal{Z}_R + \mathcal{Z}_C}\mathcal{U}_{CC} = \frac{1/j \cdot \omega \cdot C}{R + 1/j \cdot \omega \cdot C}\mathcal{U}_{CC} = \frac{1}{1 + j \cdot \omega \cdot R \cdot C}\mathcal{U}_{CC}$

Si buscamos la ecuación temporal de esta solución, y suponiendo que $\mathcal{U}_{CC} = U_{cc} \cdot sen(\omega \cdot t)$, como el módulo del denominador es $\sqrt{1 + (\omega \cdot R \cdot C)^2}$ y su fase es $arctg(\omega \cdot R \cdot C)$, queda:

$$u_C(t) = \frac{U_{cc}}{\sqrt{1 + (\omega \cdot R \cdot C)^2}} \cdot sen(\omega \cdot t - arctg(\omega \cdot R \cdot C))$$