SOLUCIONES DE LA SEGUNDA PRUEBA DE EVALUACIÓN CONTINUA.
CURSO 2011/12.
FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS DE LAS TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN
MÓDULOS 3, 4 y 5

Pregunta 1. La función dada por $f(x) = x^3 - 3x$ verifica:

a. Tiene dos asíntotas horizontales.
b. Tiene una asíntota vertical.
c. Tiene una asíntota oblicua.
d. Ninguna de las anteriores.

Solución. La opción correcta es d. La función f es continua en todo $\mathbb{R}$ y no puede tener asíntotas verticales. Por otro lado,

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty \quad \text{y} \quad \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty,$$

por lo que no existen asíntotas horizontales.

Por otro lado, el hecho de que

$$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} x^2 - 1 = \infty \quad \text{y} \quad \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} x^2 - 1 = \infty$$

impide la existencia de asíntotas oblicuas.

Pregunta 2. El polinomio de Taylor $p_4(x)$ de la función dada por $f(x) = \operatorname{sen} x$ centrado en 0 de orden 4 verifica:

a. Para cualquier x se verifica $p_4(x) = p_4(x + 2\pi)$, es decir, es periódico.
b. $p_4''''(x)$ es constante y $p_4'''(x)$ no es constante.
c. Tiene dos extremos relativos.
d. Ninguna de las anteriores.

Solución. Es correcta la opción c. Resulta $p_4(x) = x - \frac{x^3}{6}$. Ver el Ejemplo 3.65 del texto base donde se calcula el polinomio de orden 5 de $f(x) = \operatorname{sen} x$ centrado en 0.

Claramente las opciones a y b son falsas. Ningún polinomio no constante es periódico. Las derivadas tercera y cuarta de p_4 son constantes.

Por otro lado derivando, $p_4'(x) = 1 - \frac{x^2}{2}$ e igualando a 0 obtenemos que p_4 tiene dos puntos críticos $-\sqrt{2}$ y $\sqrt{2}$. Volviendo a derivar $p_4'(x) = -x$ y evaluando en los puntos críticos obtenemos que en ambos se alcanzan extremos relativos.

Pregunta 3. Queremos aplicar el método de Simpson para aproximar el valor de la integral $\int_1^2 f(x)dx$ utilizando tres subintervalos. ¿Cuántos valores necesitamos calcular de $f(x)$?

a. 9.

b. 7,

c. 5,

d. Ninguna de las anteriores.

Solución. Es correcta la opción b.

Para aplicar el método de Simpson en tres subintervalos es necesario conocer los valores de $f(x)$ en los extremos de esos intervalos y en sus puntos medios. Como salvo para el primer y el último intervalo los valores extremos coinciden necesitamos conocer el valor de la función en $3 \times 2 + 1 = 7$ puntos.

Pregunta 4. Con `Maxima`, se puede utilizar el comando `contour_plot` para representar las curvas de nivel de una función de dos variables. Señale cual de los siguientes comandos también representaría curvas de nivel de la función dada por $f(x, y) = x^2 + y$

a.
```
f(x,c):=-x^2+c;
plot2d([f(x,1),f(x,2),f(x,3)],[x,-5,5]);
```

b.
```
f(x,c):=x^2+c;
plot2d([f(x,1),f(x,2),f(x,3)],[x,-5,5]);
```

c.
```
f(x,c):=x^2+c;
plot3d([f(x,1),f(x,2),f(x,3)],[x,-5,5]);
```

d. Ninguna de las anteriores.

Solución. Es correcta la opción a. Ejecute con `Maxima` para comprobarlo.

Pregunta 5. Señale la ecuación del plano tangente a la gráfica de la función dada por $f(x, y) = e^{xy}$ en el punto $(0, 0, 1)$.

a. $z = x + y$.

b. $z = 1$.

c. $z = x - y$.

d. Ninguna de las anteriores.

Solución. Es correcta la opción b. En la página 225 del texto base puede ver la ecuación del plano tangente.

Derivando calculamos el gradiente

$$\nabla f(x, y) = (ye^{xy}, xe^{xy}).$$

Y sin más que sustituir resulta que la ecuación del plano tangente es

$$z = 1 + (0,0) \cdot (x - 0, y - 0) \quad \Leftrightarrow \quad z = 1.$$