2^a **Prueba de Evaluación a Distancia** Curso 2012-2013

- Cada pregunta tiene **una sola respuesta correcta**. SOLO DEBE MARCAR UNA RESPUESTA.
- Cada pregunta acertada suma 1 punto, las **incorrectas restan** 0.33ptos y las blancas o dobles marcas no puntúan.
- Las preguntas deben ser contestadas desde "*ENVÍO DE RESPUESTAS DE LA PEC-2 FMTI-12-13*"(en ENTREGA DE TRABAJOS o PLAN DE TRABAJO).
- Recuerde que dentro del examen virtual las respuestas deben ser marcadas en la pestaña correspondiente.
- El cuestionario virtual estara disponible los días 18, 19 y 20 de enero de 2013.

Ejercicio 1 Es cierto:

A) La función $g(x) = 2^{\frac{1}{x-2}}$ NO posee un punto de discontinuidad

B) Los valores de a y b que hacen que la función definida por $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si} \quad 1 < x < 3 \\ ax^2 + bx + 6 & \quad\text{otros casos} \end{cases}$ sea continua en $\mathbb{R}$ verifican la ecuación $a + b = 1$.

C) La función $\dfrac{\ln x}{x}$ decrece en $(0, e)$ y crece en $(e, +\infty)$

D) Ninguna de las anteriores.

Ejercicio 2 El dominio de la función $f(x, y) = \dfrac{\sqrt{1 - |x - y|}}{xy - 1}$ es:

A) Un conjunto acotado

B) El conjunto de los puntos del plano $\mathbb{R}^2$ delimitados por las rectas $y = x + 1$ y $y = x - 1$ salvo los puntos de la hipérbola $y = \dfrac{1}{x}$

C) Un conjunto cerrado

D) Ninguna de las anteriores.

Ejercicio 3 No es cierto:

A) Existen las derivadas parciales de la función $f(x,y) = x^{\frac{3}{5}}y^{\frac{3}{5}}$ en el $(0,0)$

B) Una función puede tener derivadas parciales en un punto y no ser diferenciable en dicho punto

C) Una función puede ser diferenciable en un punto y no tener derivadas parciales en dicho punto

D) Ninguna de las anteriores.

Ejercicio 4 La integral definida $\int_0^{\pi}(x^2+3)\cos(x)dx$ vale:

A) -2π

B) π

C) 0

D) Ninguna de las anteriores.

Ejercicio 5 El valor de la integral de $f(x,y) = x^2y$ sobre la región definida por la semicorona limitada por las dos semicircunferencias de centro $(0,0)$ y radio 1 y 2 con $y > 0$ es:

A) $\dfrac{62}{15}$

B) $\dfrac{2}{3}$

C) $\dfrac{32}{15}$

D) Ninguna de las anteriores.

SOLUCIONES

Solución 1 Es **D) correcta**. A) es falso porque posee un punto de discontinuidad en el $x = 2$ ya que f no está definida en $x = 2$. Si se evalúa `wxplot2d([x^(1/(x-2))],[x,2,15])$` y `wxplot2d([x^(1/(x-2))],[x,2.2,15])$` también se puede deducir. B) es falso. Para que sea continua la función debe suceder que la parábola $y = ax^2 + bx + 6$ tiene que pase por los puntos $(1, 2)$ y $(3, 4)$ (dados por la recta en los valores $1 < x < 3$). Entonces, los valres de a y b verifican $a + b + 6 = 2$, $9a + 3b + 6 = 4$ cuyo sistema tiene como solución:

```
(%i1)  linsolve([a+b+6=2, 9*a+3*b+6=4], [a,b]);
```

(%o1) $[a = \frac{5}{3}, b = -\frac{17}{3}]$

Entonces $a + b = -4$.

Se puede comprobar con MAXIMA que la gráfica es continua (se puede representar sin levantar el lápiz del papel). (%i20)

```
load(draw);
```

(%o2) $C : /PROGRA\ 2/MAXIMA\ 1{,}0/share/maxima/5{,}27{,}0/share/draw/draw.lisp$

```
-->     draw2d(explicit(5/3*x^2-17/3*x+6,x,-3,1), explicit(x+1,x,1,3),explicit(5/3*x^2-17/3*x+6,x,3,8))$
```

C) es falso porque a función $\frac{\ln x}{x}$ tiene como derivada $\dfrac{1 - \ln x}{x^2}$ que es positiva en $(0, e)$ (crece en $(0, e)$) y es negativa en $(e, +\infty)$ (decrece en $(e, +\infty)$). Nótese que en $x = 0$ la función tiene como dominio $(0, \infty)$.

Solución 2 Es **B) correcta**. Tras representar el conjunto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \colon xy \neq 1\} \cap \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \colon 1 \geq |x - y|\}$ se deduce que NO es un conjunto acotado ni es un conjunto cerrado.

Solución 3 Es **C) correcta**. La afirmación de la opción A) es cierta porque dicha función posee parciales en el $(0, 0)$. En efecto $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0, 0) = \lim_{h\to 0} \dfrac{f(h, 0) - f(0, 0)}{h} = 0$. Por simetría se deduce que también $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0, 0) = 0$. La afirmación de la opción B) también es cierta ya que la existencia de derivadas parciales no garantiza la existencia de la diferencial. La afirmación de la opción C) es falsa porque si es diferenciable en un punto, su diferencial en dicho punto está definida por las derivadas parciales en dicho punto.

Solución 4 Es **A) correcta** Con MAXIMA:

```
(%i3) integrate((x^2+3)*cos(x), x, 0, %pi);
```

(%o3) -2π

Compruébese el resultado anterior aplicando integración por partes.

Solución 5 Es **A)**. La integral pedida es $I = \int_1^2 \int_0^{\pi} \rho^2 \cos^2(x)\rho \operatorname{sen}(x)\rho \, d\theta d\rho = \dfrac{62}{15}$.