

## EJE DE TRANSMISIÓN

"Elemento cilíndrico de sección circular que transmite un momento de giro y que puede llevar montados distintos elementos mecánicos de transmisión de potencia (engranajes, poleas, volantes, etc.)"

Árbol → Sometido a torsión, transmisión de potencia

Eje → No está sometido a torsión, sin transmisión de potencia

### Tipos de cargas

- Flexión
  - Tracción / Compresión
  - Torsión
- (Solos ó combinadas)*



## DISEÑO DEL EJE

Predimensionamiento mediante estudio estático



Optimización mediante estudio dinámico

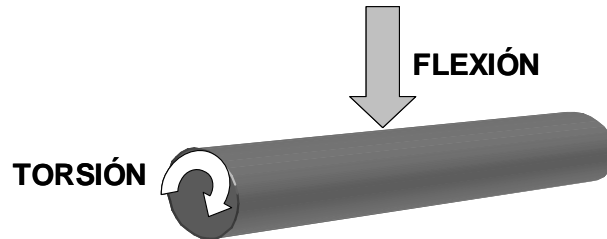


**TEORÍAS DE DISEÑO DE EJES**



### CÁLCULO DE UN EJE PARA RESISTENCIA A CARGAS ESTÁTICAS

*Ejemplo: Eje que transmite potencia (TORSIÓN) sobre el que está montada una rueda de dentado recto (FLEXIÓN)*



$$\text{FLEXIÓN} \quad \sigma_x = \frac{M \cdot d / 2}{I} = \frac{32 \cdot M}{\pi \cdot d^3}$$

$$\text{TORSIÓN} \quad \tau_{xy} = \frac{T \cdot d / 2}{J} = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3}$$

$\sigma_x$  = Tensión de flexión (esfuerzo normal según la dirección x).

$\tau_{xy}$  = Tensión de torsión (esfuerzo tangencial en el plano xy).

M = Momento flector en la sección crítica.

I = Momento de inercia transversal del eje =  $\frac{\pi \cdot d^4}{64}$

T = Momento torsor en la sección crítica.

J = Momento de inercia polar del eje =  $\frac{\pi \cdot d^4}{32}$

d = Diámetro del eje.



**Cálculo de la tensión cortante máxima**

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

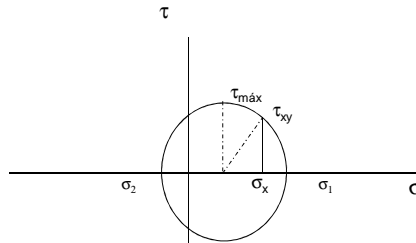


$$\tau_{max} = \frac{16}{\pi \cdot d^3} \sqrt{M^2 + T^2}$$

Teoría E.C.M.

$$S_{sy} = S_Y / 2 \quad n = S_{sy} / \tau_{max}$$

$$d = \left[ \frac{32 \cdot n}{\pi \cdot S_y} (M^2 + T^2)^{1/2} \right]^{1/3}$$



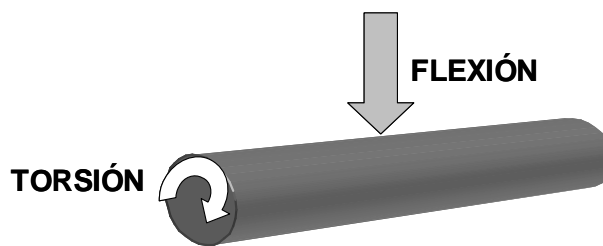
Teoría V.M.

$$S_{sy} = 0.577 \cdot S_Y \quad n = S_{sy} / \tau_{max}$$

$$d = \left[ \frac{27.7 \cdot n}{\pi \cdot S_y} (M^2 + T^2)^{1/2} \right]^{1/3}$$



**CÁLCULO DE UN EJE PARA RESISTENCIA A CARGAS DINÁMICAS**



**FLEXIÓN**  $\sigma_a = \frac{32 \cdot M}{\pi \cdot d^3}$

**TORSIÓN**  $\tau_m = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3}$



## CÁLCULO DE UN EJE PARA RESISTENCIA A CARGAS DINÁMICAS

## TEORÍAS

- **Teoría de Sines:** "La resistencia a fatiga por flexión no varía por la existencia de un esfuerzo medio de torsión hasta que  $\tau_{max} = 1,5 S_{sy}$ "

$$n = \frac{S_e}{\sigma_a} \Rightarrow n = \frac{S_e}{\frac{32 \cdot M}{\pi \cdot d^3}} \Rightarrow d = \left[ \frac{32 \cdot n \cdot (M)}{\pi \cdot S_e} \right]^{1/3}$$

✓ Comprobación de fluencia

- **Teoría de Soderberg**

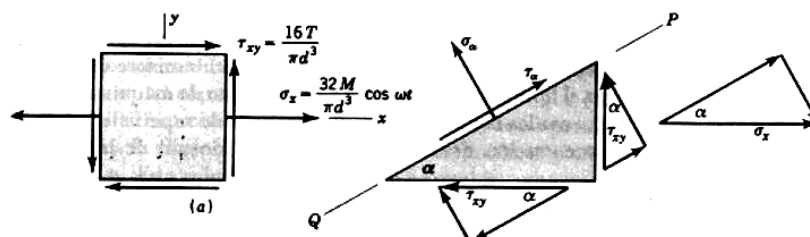
- **Teoría de Goodman**



Área de Ingeniería Mecánica

## Ejemplo de análisis de un eje a fatiga Teoría de Soderberg + T.C.M.

Elemento de esfuerzo en la superficie de un eje macizo de sección circular girando a una velocidad de  $\omega$  rad/s.



→ El elemento de espesor unitario se corta por el plano PQ



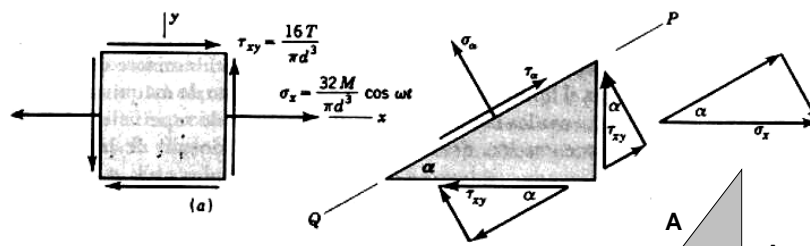
Área de Ingeniería Mecánica

*Ejemplo de análisis de un eje a fatiga Teoría de Soderberg + T.C.M.*

**¿Cuál será el valor de las tensiones en función de la variación del ángulo?**



**DETERMINACIÓN DEL PLANO DE FALLA**



**Equilibrio de esfuerzos cortantes**

$$A \cdot \tau_{\alpha} + A_1 \cdot \sigma_x \cdot \cos \alpha + A_1 \cdot \tau_{xy} \cdot \sen \alpha - A_2 \cdot \tau_{xy} \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\begin{cases} A_1 = A \sen \alpha \\ A_2 = A \cos \alpha \end{cases}$$

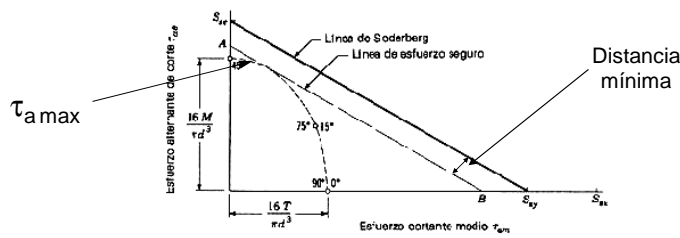


**Equilibrio de esfuerzos cortantes**

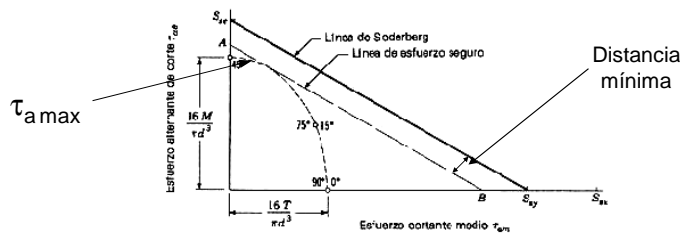
$$\tau_{\alpha} + \sigma_x \cdot \text{sen}\alpha \cdot \cos\alpha + \tau_{xy} \cdot \text{sen}^2\alpha - \tau_{xy} \cdot \cos^2\alpha = 0$$

$$\sigma_x = \frac{32 \cdot M}{\pi \cdot d^3} \cdot \cos\omega t \quad \tau_{xy} = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3}$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3} \cdot \cos 2\alpha - \frac{16 \cdot M}{\pi \cdot d^3} \cdot \text{sen} 2\alpha \cdot \cos\omega t$$



$\tau_{a \max}$  Punto de la elipse por el cual pasa una recta paralela a la línea de Soderberg y cuya distancia a la misma es mínima



$$n = \frac{\pi \cdot d^3}{16 \cdot \sqrt{\left(\frac{T}{S_{sy}}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_{se}}\right)^2}} \quad \rightarrow \quad d = \left[ \frac{16 \cdot n}{\pi} \left( \left(\frac{T}{S_{sy}}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_{se}}\right)^2 \right)^{1/2} \right]^{1/3}$$



## TABLA RESUMEN

	<b>TEORÍA DE SODERBERG</b>	<b>TEORÍA DE GOODMAN</b>
<b>EXPRESION GENERAL</b>	$d = \left[ \frac{16 \cdot n}{\pi} \left( \left( \frac{T}{S_{sy}} \right)^2 + \left( \frac{M}{S_{se}} \right)^2 \right)^{1/2} \right]^{1/3}$	$d = \left[ \frac{16 \cdot n}{\pi} \left( \left( \frac{T}{S_{su}} \right)^2 + \left( \frac{M}{S_{se}} \right)^2 \right)^{1/2} \right]^{1/3}$
<b>T.C.M.</b> ( $S_{sy} = 0,5 S_y$ ) ( $S_{se} = 0,5 S_e$ )	$d = \left[ \frac{32 \cdot n}{\pi} \left( \left( \frac{T}{S_y} \right)^2 + \left( \frac{M}{S_e} \right)^2 \right)^{1/2} \right]^{1/3}$	$d = \left[ \frac{32 \cdot n}{\pi} \left( \left( \frac{T}{S_u} \right)^2 + \left( \frac{M}{S_e} \right)^2 \right)^{1/2} \right]^{1/3}$
<b>T.V.M.</b> ( $S_{sy} = 0,577 S_y$ ) ( $S_{se} = 0,577 S_e$ )	$d = \left[ \frac{27.7 \cdot n}{\pi} \left( \left( \frac{T}{S_y} \right)^2 + \left( \frac{M}{S_e} \right)^2 \right)^{1/2} \right]^{1/3}$	$d = \left[ \frac{27.7 \cdot n}{\pi} \left( \left( \frac{T}{S_u} \right)^2 + \left( \frac{M}{S_e} \right)^2 \right)^{1/2} \right]^{1/3}$



## CASO GENERAL

*Eje sometido a esfuerzos variables combinados*

$$\begin{array}{l}
 \text{FLEXIÓN} \left[ \begin{array}{l} \text{Medio } (M_m) \\ \text{Alternante } (M_a) \end{array} \right. \\
 \text{TORSIÓN} \left[ \begin{array}{l} \text{Medio } (T_m) \\ \text{Alternante } (T_a) \end{array} \right.
 \end{array}$$

$$\frac{T}{S_y} \equiv \frac{T_a}{S_e} + \frac{T_m}{S_y}$$

$$\frac{M}{S_e} \equiv \frac{M_a}{S_e} + \frac{M_m}{S_y}$$

