

### Problema 1 repaso

Cuando la articulación de la figura está en la posición que se muestra, la barra AB gira con velocidad angular  $\omega_{AB} = 2,4 \text{ rad/s}$  y aceleración angular  $\alpha_{AB} = 1,5 \text{ rad/s}^2$ , según la figura. Determinar las aceleraciones angulares de las barras BC (5 puntos) y CD (5 puntos) para esta posición.

Solución: barra BC  $1,783 \text{ rad/s}^2$ , barra CD  $0,406 \text{ rad/s}^2$ .

### Problema 2 repaso

El sistema mecánico de la figura, contenido en todo instante en el plano de la figura, está constituido por un disco de radio  $R$  y una varilla de longitud indefinida, ambos vinculados y moviéndose sobre un escalón. El disco rueda sin deslizar sobre la parte superior del escalón mientras que su centro  $C$  avanza con una velocidad linealmente creciente con el tiempo constante  $\vec{v} = at\vec{i}$  siendo  $a$  una constante positiva conocida. La varilla tiene uno de sus extremos articulado al centro  $C$  del disco, y se mantiene apoyada en todo instante sobre el borde del escalón. Para un instante genérico  $t$ , determine:

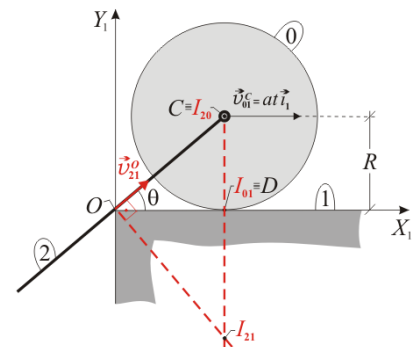
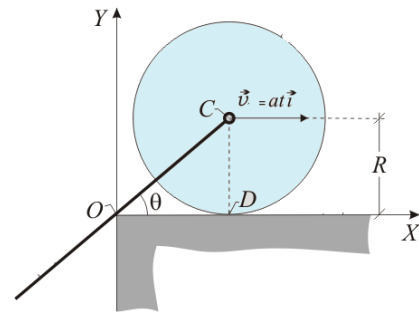
- El CIR.
- Aceleración del punto  $D$  del disco
- Velocidad lineal del punto de la varilla en contacto con el borde del escalón, velocidad angular de la varilla respecto al disco, y aceleración angular de la varilla.

Solución: EL CIR se determina gráficamente, b)  $\vec{a}_D = (a^2 t^2 / R) \vec{j}$  es la aceleración del punto  $D$ , c)

$$v_{21}^O = at \cos(\theta) \Rightarrow \vec{v}_{21}^O = at \cos(\theta) [\cos(\theta) \vec{i}_1 + \sin(\theta) \vec{j}_1]$$

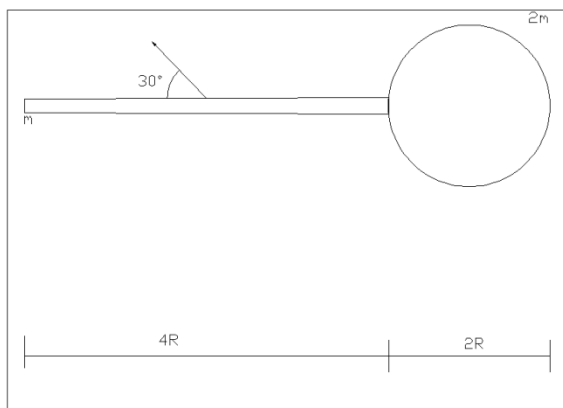
$$\omega_{20} = \frac{at}{R} \cos^2(\theta) \Rightarrow \vec{\omega}_{20} = \frac{at}{R} \cos^2(\theta) \vec{k}_1$$

$$\vec{\alpha}_{21} = -\frac{a}{R} \sin^2(\theta) \left[ 1 - 2 \frac{at^2}{R} \sin(\theta) \cos(\theta) \right] \vec{k}_1$$



Resuelto en:

[http://laplace.us.es/wiki/index.php/No\\_Bolet%C3%ADn\\_-\\_Disco\\_y\\_varilla\\_sobre\\_un\\_escal%C3%B3n\\_\(Ex.Jun/13\)](http://laplace.us.es/wiki/index.php/No_Bolet%C3%ADn_-_Disco_y_varilla_sobre_un_escal%C3%B3n_(Ex.Jun/13))



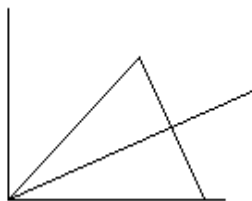
### Problema 3 Repaso

Dado el sólido de la figura estudiar su movimiento de forma completa. Tiene fijo el CG.

Solución: Poinso

$$\dot{\phi} = \frac{w_0 \sin \gamma}{\sin \beta} = 0,78 w_0 (\text{rad/s})$$

$$\dot{\psi} = \frac{w_0 \sin 30}{\sin \beta} = 0,508 w_0 (\text{rad/s})$$



#### Problema 4 Repaso

Un cono de 2 m de radio y altura 4 m rueda sin deslizar sobre un plano horizontal fijo con velocidad angular 10 rad/s. Calcular:

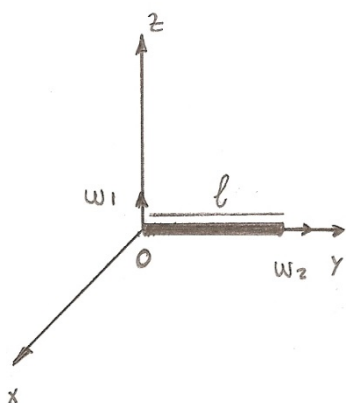
- Los axoides
- La precesión, nutación y la rotación propia

Solución Euler sencillo:

Axoides Fijo: Plano horizontal sobre el que rueda el cono

Axoides Móvil: Cono de vértice O, eje Z' y semiángulo  $\alpha = 26'57$

11,18 y 5 rad/s.



#### Problema 5 (repaso)

Una barra de sección circular con radio  $r$ , longitud  $l$  y masa  $m$  tiene fijo un extremo O de su eje, sin más restricciones en sus movimiento. En un momento determinado se halla con su eje horizontal, girando con velocidad angular  $\omega$  alrededor de un eje vertical y con velocidad de rotación propia, alrededor de su eje. Se pide Calcular el valor de  $\omega$  necesario para que el eje de la barra se mantenga horizontal en todo instante.

$$\omega_2 = \frac{m \cdot g \cdot L}{C \cdot \omega_1 \cdot 2}$$

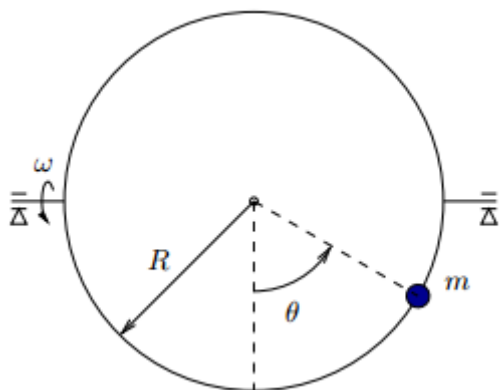
#### Problema 6 (repaso)

Considere una curva espiral cónica descrita en coordenadas esféricas por las ecuaciones:

$$\varphi = \frac{\pi}{4}; \quad \theta = 2\pi r/R$$

siendo R una constante conocida. Una partícula se mueve sobre la espiral partiendo desde el origen manteniendo una velocidad radial constante y conocida,  $\dot{r} = c$ , siendo c también constante. Se pide: Determine la distancia radial del punto P en el cual la rapidez de la partícula es  $3c$ .

Solución:  $r=2R/\pi$ ,



#### Problema 7 (repaso)

Se considera un aro que gira alrededor de un eje horizontal según un diámetro del mismo, con velocidad angular constante  $\omega$ . Una partícula de masa  $m$  insertada en el aro puede deslizar libremente sin fricción, sometida además a su propio peso. Se pide: Expresión de la velocidad y aceleración de la partícula en función de la coordenada  $\theta$  y sus derivadas

Solución: Damos sólo los módulos de los diferentes términos, los vectores dependerán del SR elegido

Velocidad relativa  $R\dot{\theta}$

Velocidad de arrastre  $R\omega \cos \theta$

Aceleración relativa  $R\dot{\theta}^2$

Aceleración de arrastre  $R\omega^2 \cos\theta$   
 Aceleración de Coriolis  $2\omega R \dot{\theta} \sin\theta$

### Problema 8 Repaso

Se considera un oscilador lineal con masa  $m$  y frecuencia (angular) natural sin amortiguamiento  $\omega_0$ . Sobre este oscilador actúa una fuerza que se aplica gradualmente según una rampa lineal en el tiempo, con valor nulo en el instante inicial ( $t = 0$ ) y  $p_0$  en el instante final ( $t = t_0$ ). En el instante inicial el sistema parte del reposo. Expresar la ecuación diferencial de la dinámica en función de las constantes citadas, y sabiendo que vale  $\omega_0 = 3\pi/t_0$ , obtener la solución del movimiento  $x(t)$  entre  $t = 0$  y  $t_0$ , calculando la posición y velocidad del oscilador en el instante  $t_0$ .

Solución:

$$x(t) = \frac{p_0}{k} \left[ \frac{t}{t_0} - \frac{1}{\omega_0 t_0} \sin(\omega_0 t) \right] = \frac{p_0}{k} \left[ \frac{t}{t_0} - \frac{1}{3\pi} \sin(3\pi t/t_0) \right]$$

$$x(t_0) = \frac{p_0}{k}; \quad \dot{x}(t_0) = \frac{2}{t_0} \frac{p_0}{k}.$$