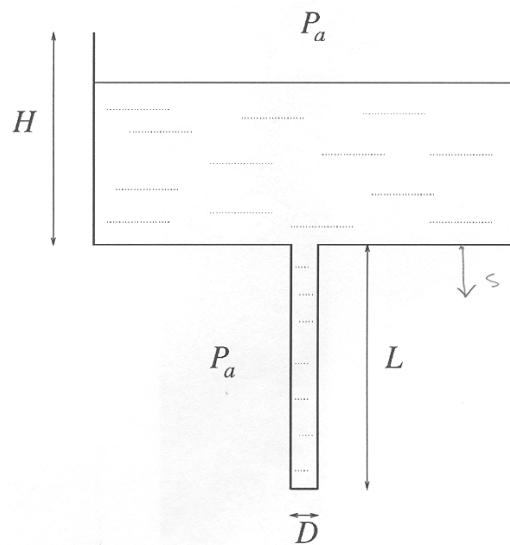


MECÁNICA DE FLUIDOS

FLUIDOS IDEALES

Un conducto cilíndrico de longitud L y diámetro D , tales que $L \gg D$, se encuentra conectado a un depósito abierto de gran capacidad que está lleno de un líquido ideal de densidad ρ hasta una altura $H \sim L$ tal como se indica en la figura. En un instante dado, se abre el extremo inferior y el líquido comienza a descargarse a la atmósfera debido al efecto de la gravedad. Se pide calcular:

1. La velocidad y presión a lo largo del tubo cuando se ha alcanzado el régimen estacionario.
2. La velocidad y presión a lo largo del tubo durante el régimen transitorio de puesta en movimiento del fluido. Estime a priori el tiempo característico de duración del transitorio.
3. Calcule también en función del tiempo la posición del límite superior de la columna líquida que aparece durante el régimen transitorio final de vaciado del depósito.



1) A LA ENTRADA $\frac{P_a}{\rho} + gH = \frac{P_e}{\rho} + \frac{v^2}{2}$

EN EL TUBO EULER-BERNOULLI DA

$$\frac{P}{\rho} - gs = \frac{P_e}{\rho} = \frac{P_a}{\rho} - gL$$

$$\boxed{\frac{P - P_a}{\rho} = g(s - L)}$$

A LA SALIDA

$$\frac{P_a}{\rho} - gL = \frac{P_e}{\rho} = \frac{P_a}{\rho} + gH - \frac{v^2}{2} \Rightarrow \frac{v^2}{2} = g(L + H) \rightarrow \boxed{v = \sqrt{2g(L + H)}}$$

2) $\frac{dv}{dt} + \frac{d}{ds} \left(\frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} - gs \right) = 0 \quad t_c \sim \frac{L}{\sqrt{2g(L + H)}}$

$v = v(t) \rightarrow L \frac{dv}{dt} + \frac{P_a}{\rho} - gL - \frac{P_e}{\rho} = 0 \Rightarrow L \frac{dv}{dt} = g(L + H) - \frac{v^2}{2}$

INTRODUCIENDO

$$\bar{v} = \frac{v}{\sqrt{2g(L + H)}} \quad \gamma \quad z = \sqrt{\frac{g(L + H)}{2L^2}} t \rightarrow \frac{d\bar{v}}{dt} = 1 - \bar{v}^2 \quad \bar{v}(0) = 0 \Rightarrow \bar{v} = \tanh(\tau)$$

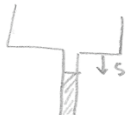
3)

$$(L - s) \frac{dv}{dt} + \frac{P_a}{\rho} - gL - \frac{P_e}{\rho} + gs = 0$$

$$\boxed{\frac{dv}{dt} = g}$$

$$\boxed{u = \frac{ds}{dt}} \rightarrow \boxed{s = g \frac{t^2}{2}}$$

$$\boxed{s = g \frac{t^2}{2} + \sqrt{2gL} t}$$



$$t=0, s=0$$

$$v = gt + \sqrt{2gL}$$

$$\boxed{s = g \frac{t^2}{2} + \sqrt{2gL} t}$$

TIEMPO DE SALIDA DE LA COLUMNA LÍQUIDA

$$L = g \frac{t^2}{2} + \sqrt{2gL} t \Rightarrow \boxed{t = (2 - \sqrt{2}) \sqrt{\frac{L}{g}}}$$