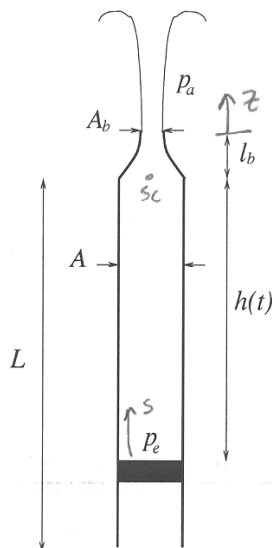


La figura representa esquemáticamente una jeringuilla, compuesta por un conducto de sección A y longitud L y una boquilla final de sección de salida A_b y longitud $l_b \ll L$. El líquido contenido en la jeringuilla se ve empujado hacia fuera debido al movimiento del émbolo, que se desplaza de forma que la altura de la columna de líquido $h(t)$ varía con una ley que supondremos conocida. Se pide determinar la sobrepresión $p_e - p_a$ que existe en la pared del émbolo en función de $h(t)$ y de los distintos parámetros del problema. Haga aplicación al caso $h = L - \alpha t^2/2$ correspondiente a una aceleración del émbolo constante.



BOQUILLA

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gz = C_p = \left(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gz \right)_{sc} = \frac{p_a}{\rho} + \frac{v_b^2}{2} = \frac{p_a}{\rho} + \frac{1}{2} \left(\frac{A}{A_b} \right)^2 v^2 \end{array} \right. \quad (1)$$

CONDUCTO

$$\int_0^h \left[\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gz \right) \right] ds = 0 \rightarrow h \frac{dv}{dt} + \left(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gz \right)_{sc} - \left(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gz \right)_e = 0 \quad (2)$$

SUSTITUYENDO (1) Y $v = -\frac{dh}{dt}$, obtenemos

$$\frac{p_e - p_a}{\rho} = -h \frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{A}{A_b} \right)^2 - 1 \right] \left(\frac{dh}{dt} \right)^2 + gh \quad (3)$$

con $h = L - \alpha t^2/2 \Rightarrow$

$$\frac{p_e - p_a}{\rho} = (\alpha + g) \left(L - \frac{\alpha t^2}{2} \right) + \left[\left(\frac{A}{A_b} \right)^2 - 1 \right] \frac{\alpha^2 t^2}{2} \quad (4)$$