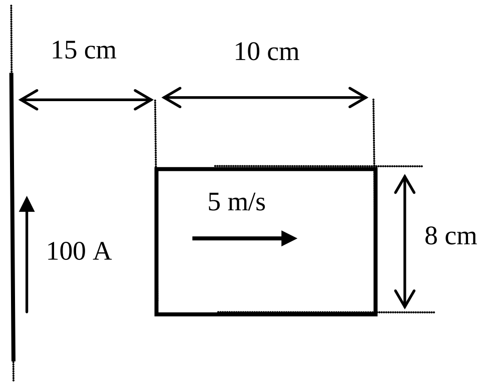
Complemento ley de Faraday

C1.- Calcúlese la fuerza electromotriz en la espira móvil de la figura en el instante en que su posición es la indicada. Supóngase que la resistencia de la espira es tan grande que el efecto de la corriente en la propia espira es despreciable.
Solución: $\varepsilon = 2{,}13\ 10^{-5}$ V, sentido horario.

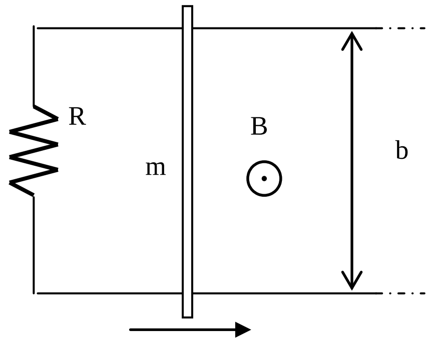


C2.- En la región y > 0 está presente un campo magnético uniforme B_0 **k.** Una espira semicircular de alambre se encuentra en el plano x-y, tiene radio a y está centrada en el origen. Gira en torno al eje +z con velocidad constante ω. El diámetro recto de la espira está en el eje x cuando t = 0 y el lado curvo en las y positivas. Determine la fem inducida en la espira en función del tiempo y trace una gráfica de la fem en función del tiempo para una rotación completa de la espira. Desprecie la corriente que se induce en la espira.
Solución: La fem es periodica con $T = 2\pi\ \omega^{-1}$ y su valor absoluto es constante:
$\varepsilon = 0{,}5\ \omega\ B\ a^2$ con sentido antihorario en la primera mitad y horario en la segunda.

C3.- Un hilo tenso pasa a través del entrehierro de un pequeño imán, donde la intensidad del campo es de 0,5 T. La longitud del hilo dentro del entrehierro es de 1,8 cm. Calcular la amplitud del voltaje alterno inducido cuando el hilo vibra a una frecuencia de 2000 Hz y con una amplitud de 0,03 cm.
Solución: $\varepsilon = 0{,}034$ V

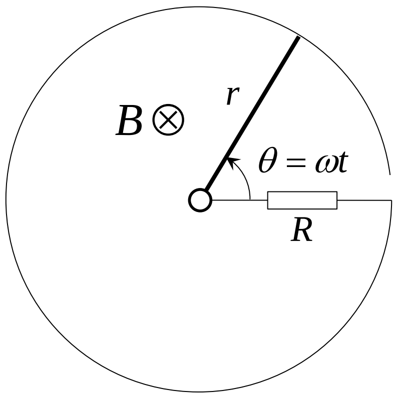
C4.- Una bobina circular de hilo, con N vueltas de radio a, está situada en el campo de un electroimán. El campo magnético es perpendicular a la bobina y su intensidad tiene el valor constante B_0. La bobina se conecta mediante un par de conductores trenzados a una resistencia externa. La resistencia total de este circuito cerrado, incluyendo la de la propia bobina, es R. Supongamos que el electroimán se desconecta y su campo cae más o menos rápidamente a cero. La fuerza electromotriz inducida da lugar a una corriente que circula por el circuito. Deducir una fórmula para la carga total que pasa por la resistencia.
Solución: $q = \pi\ B_0\ N\ a^2 / R$

C5.- Una barra metálica de masa m desliza sin rozamiento sobre dos largos rieles conductores paralelos, separados una distancia b. Se conecta una resistencia R entre los extremos de los rieles; las resistencias de los rieles y de la barra son despreciables frente a R. Existe un campo magnético uniforme **B** perpendicular al plano de la figura. En el instante t = 0 se comunica a la barra una velocidad v_0 , dirigida hacia la derecha. ¿Qué sucede a continuación? a) ¿Se detiene la barra en algún momento?¿Si es así, cuándo? b) ¿Qué distancia recorre antes de detenerse? c) ¿Qué ocurre con la energía cinética inicial de la barra?



Solución: a) La velocidad disminuye exponencialmente con el tiempo. b) d = $(R\ m\ v_0) / (B\ b)^2$

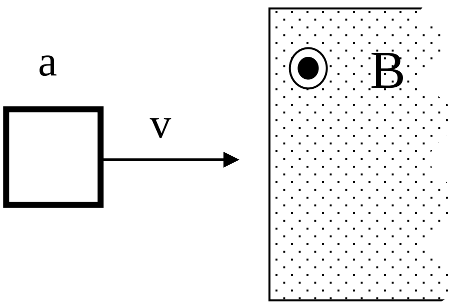
C6.- Una varilla de longitud *r* gira con velocidad angular ω apoyando su extremo en un raíl circular del mismo radio, con una pequeña hendidura. El circuito se cierra mediante un segmento horizontal fijo. El dispositivo está situado en un campo magnético B uniforme, perpendicular al plano del papel y dirigido hacia adentro. Despreciar efectos de autoinducción.



a) Determinar razonadamente, la fem y el sentido de la corriente inducida
b) Si en un instante dado la resistencia del circuito es R, hallar el momento de las fuerzas sobre la varilla respecto al centro O.
c) Hállese la potencia necesaria que tendremos que suministrar para mantener la varilla girando con velocidad constante.

Solución: a) $\varepsilon = B\,\omega\, r^2 / 2$ (horaria) b) $M_0=B^2\omega r^4/(4R)$ (horario) c) $P = B^2\,\omega^2\, r^4 / (4R)$

C7.- Una espira cuadrada de lado a, resistencia R y masa m se desplaza con velocidad v constante hacia una zona del espacio (zona punteada en la figura) en la que existe un campo magnético B uniforme e independiente del tiempo, con la dirección y el sentido que se muestra. La única fuerza que actúa sobre la espira es la debida a la existencia del campo magnético B. Calcular: a) la intensidad que circula por la espira para cada valor de x, siendo x la distancia que la espira ha penetrado en la zona punteada (x = 0 cuando el primer lado de la espira entra en la zona) y b) la energía disipada por efecto Joule desde x = 0 hasta x = 2a.



Solución: a) $i = \dfrac{Bav}{R} - \dfrac{B^3a^3x}{R^2m}$ si x < a ; i = 0 si x > a ;

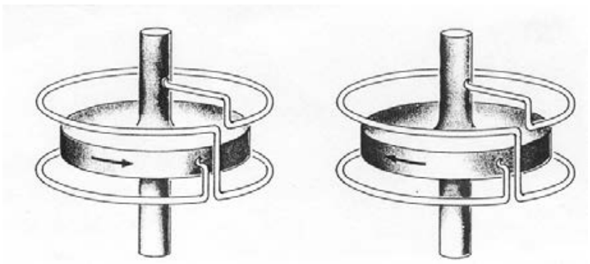
b) $W = \dfrac{1}{2}m(v^2 - v_f{}^2)$ con $v_f = v - \dfrac{B^2a^3}{Rm}$

C8.- La intensidad que circula por un solenoide de longitud L, radio r<<L y con n vueltas por unidad de longitud, varía con el tiempo según $I(t) = c \cdot t$, donde *c* es una constante positiva.

Calcule la intensidad de la corriente eléctrica que se inducirá en una espira de radio *a* que rodea al eje del solenoide en su zona central. La resistencia de la espira es R. Estudie los casos a) *a*<*r* y b) *a*>*r*.

Solución: a) $i = \mu_0 n c \pi a^2 / R$ b) $i = \mu_0 n c \pi r^2 / R$

C9.- La figura muestra dos posibles esquemas de un generador autoexcitado: mediante un agente exterior se hace rotar el disco metálico que está conectado mediante contactos deslizantes a una bobina fija de dos vueltas. ¿Cuál de los dos esquemas corresponde a dicho generador? ¿Qué es lo que determina el sentido de la corriente en la bobina?



Solución: El segundo. El sentido de la corriente lo determina el sentido del campo magnético que la desencadena.

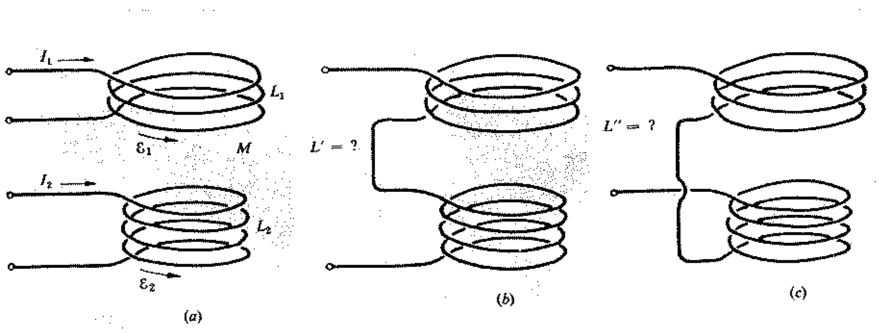
C10.- Un anillo delgado de material conductor y radio a tiene una resistencia despreciable y un coeficiente de autoinducción L. Este anillo no conduce corriente y está en un campo magnético uniforme, de intensidad B_0 y paralelo al eje del anillo. ¿Si el campo se retira, qué corriente circulará por el anillo?

Solución: $I = \pi a^2 B_0 / L$

C11.- Deducir una fórmula aproximada para la inducción mutua de dos anillos circulares del mimo radio a, dispuestos como ruedas en el mismo eje con sus centros separados una distancia b>>a.

Solución: $M = \mu_0 \pi a^4 / (2 b^3)$

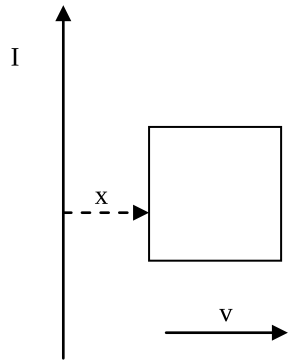
C12.- La figura (a) nos muestra dos inductancias L_1 y L_2. En la posición relativa indicada, su inducción mutua es M. Los sentidos positivos de las corrientes y de las fuerzas electromotrices en cada bobina están indicadas mediante flechas. Escribir las ecuaciones que relacionan corrientes y fuerzas electromotrices. Conectemos ahora las dos bobinas según la figura (b). ¿Cuál es la autoinductancia del circuito? Repetir el cálculo para la conexión representada en la figura (c).



Solución: a) $\varepsilon_1 = -L_1 \dfrac{dI_1}{dt} - M \dfrac{dI_2}{dt}$; $\varepsilon_2 = -L_2 \dfrac{dI_2}{dt} - M \dfrac{dI_1}{dt}$

b) $L = L_1 + L_2 + 2M$ c) $L = L_1 + L_2 - 2M$

C13.- Una espira cuadrada de lado *a* y resistencia *R* se desplaza con velocidad *v* cte hacia la derecha del lector. Un hilo inmóvil rectilíneo indefinido recorrido por una corriente I crea un campo magnético en esa región. Se desprecia el campo creado por la corriente inducida en la espira.



Calcula:

a) El coeficiente de inducción mutua entre el hilo y la espira, en función de la distancia x.
b) La potencia disipada en la resistencia de la espira en función de la distancia x.
c) La potencia desarrollada por el agente externo para mantener constante la velocidad de la espira.

Solución:

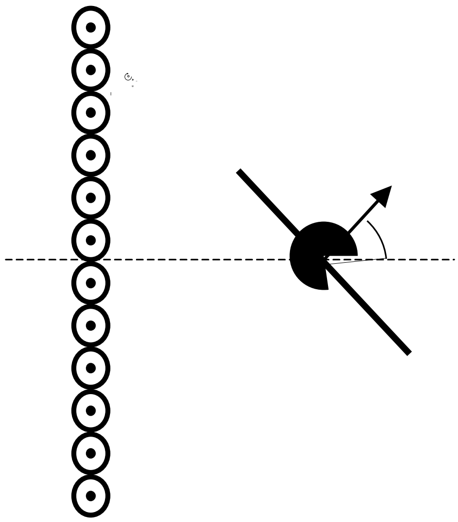
a) $M = \mu_0\ a \ln(1+a/x) / (2\pi)$ b) $P = \dfrac{\mu_0^{\,2} a^4 v^2 I^2}{4\pi^2 x^2 (x + a)^2 R}$

c) La misma P, que también puede ser calculada como el producto de la fuerza neta sobre el cuadro y la velocidad.

C14.- Una bobina de 0,01 Ω de resistencia y 0,5 mh de autoinductancia se conecta a una gran batería de 12 V y resistencia interna despreciable. Hallar cuánto tardará la corriente en alcanzar el 90 % de su valor final después de cerrar el interruptor. Calcular en ese instante la energía almacenada en el campo magnético y la energía que la batería ha entregado.

Solución: t = 0,115 s ; $U_{almcenada} = 0{,}5\ L\ i^2 = 291$ J ; $U_{entregada} = 1008$ J (integral de ε_{bat} i dt)

C15.- La figura muestra un conjunto de hilos rectos paralelos dispuestos apretadamente sobre un plano perpendicular al papel. El número de hilos por unidad de longitud es n y cada uno de ellos transporta una corriente constante I en el sentido que se muestra, hacia el lector.



Se puede considerar que el conjunto ocupa todo el plano, esto es: existen infinitos hilos de longitud infinita.

Frente al plano de corriente se encuentra situada una espira plana de área S y vector unitario normal **n**, dispuesta de manera que puede rotar alrededor de un eje paralelo a los hilos que dista del plano una distancia D.

La espira posee una autoinductancia L y una resistencia despreciable.

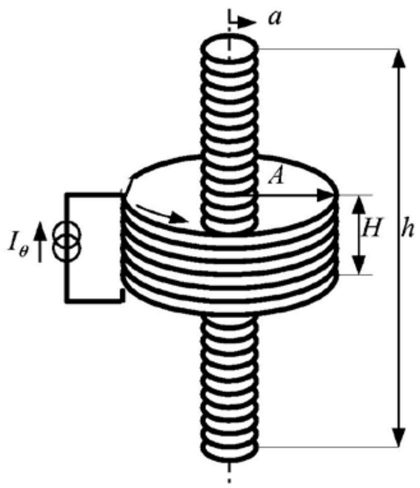
Sobre la espira actúa un par externo que mantiene una rotación uniforme con velocidad angular ω, con el sentido que se muestra en la figura.

Inicialmente el plano de la espira es paralelo al de los hilos (θ = 0) y la corriente que circula por ella es nula.

a) Calcular la corriente que se induce en la espira para cada valor del ángulo θ.
b) Calcular el trabajo que realiza el par externo durante el primer cuarto de revolución.

Solución: a) $i = -\ \mu_0\ n\ I\ S\ \text{sen}\theta\ /\ (2L)$ b) $W = (S\ \mu_0\ n\ I)^2\ /\ (8L)$

C16.- La figura muestra un par de solenoides coaxiales centrados en el eje *z* y en el origen de coordenadas. El solenoide interior es mucho más largo que el exterior, *H*<<*h*, y mucho más delgado, *a*<<*A*. Además se verifica que *a*<<*h*, de forma que se puede suponer que el campo debido a una posible corriente *i* que circule por el solenoide interior es igual al de un solenoide indefinido. Ambos solenoides están construidos con *n* vueltas por unidad de longitud de un hilo de resistencia R Ω/m. El solenoide exterior está conectado a un generador ideal de corriente de valor I, y el interior está cortocircuitado. a)Obtener el campo sobre el eje Z cuando $I=I_0$, constante. b) Obtener la ecuación que gobierna la corriente que circula por el solenoide interior cuando $I=I_0$ sen(ωt). No se deben despreciar ni las resistencias ni las autoinducciones de los solenoides.



Solución:

a) La corriente inducida es nula por lo que el problema se reduce al problema 19 de magnetostática.

b) Adoptando el sentido positivo para las corientes como se muestra en la figura (antihorarias vistas desde arriba) se obtiene:

$$-L\frac{di}{dt} - MI_0\omega\cos(\omega t) = iR' \quad ; \quad R' = Rnh2\pi a \quad ; \quad L = \mu_0 n^2 \pi a^2 h \quad ; \quad M = \mu_0 n^2 \pi a^2 H$$