IV. CAMPOS ELÉCTRICOS EN LA MATERIA

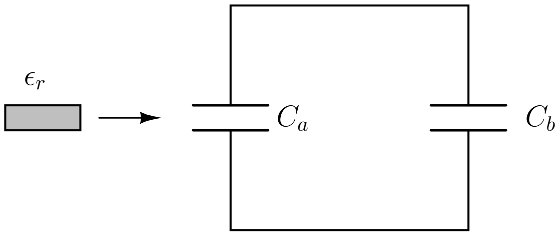
1. Problema

El circuito de la figura está formado por dos condensadores C_a y C_b de placas paralelas de **iguales** dimensiones y, por tanto, de **igual** capacidad, y con carga $\pm Q_0$ cada uno. Supongamos conocidas C_0 y V_0, es decir, la capacidad y la diferencia de potencial de cada condensador.

Ahora insertamos un material dieléctrico de **constante dieléctrica** (o permitividad relativa) $\epsilon_r = 2$ en el condensador C_a (ver figura).

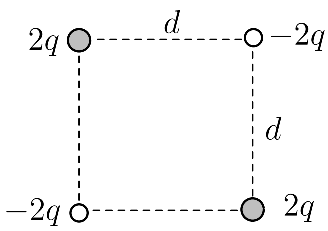
Determine los nuevos valores de la capacidad, carga y diferencia de potencial de cada uno de los condensadores **en función de los valores sin dieléctrico**.

Solución: $Q_a = 4Q_0/3$, $Q_b = 2Q_0/3$.



2. Problema

Purcell 10.3
Nota: La figura 10.3 (b) de la página 382 del libro de Purcell tiene una errata. La figura siguiente es la correcta.



Solución: Indicamos módulo (p) y ángulo respecto a la horizontal ($\angle$, positivo en sentido antihorario). (a) $p = \sqrt{3}qd$, $\angle = -90^{\text{o}}$; (b) $p = 0$; (c) $p = \sqrt{10}qd$, $\angle = -18.4^{\text{o}}$

3. Problema

Purcell 10.6
Nota: La traducción tiene una errata. El objetivo de este problema es estimar el campo eléctrico fuera del condensador. Este campo eléctrico, conocido como **fringing field**, es despreciado cuando ignoramos el efecto de bordes. Aunque la carga neta del condensador es nula, la asimetría en la configuración de cargas (positiva en una placa y negativa en la otra), produce una campo eléctrico, que lejos del condensador es dipolar.
Solución: (a) $E = 0.2\,\mathrm{V/m}$; (b) $E = 0.4\,\mathrm{V/m}$. Como comparación, el campo en el centro, entre las placas del condensador, es $E = 1.2 \times 10^5\,\mathrm{V/m}$.

4. Problema

Purcell 10.8

Solución:

$$W_{A\to B} = \frac{0.414}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{p}{a^2}$$

5. Problema

Purcell 10.9

Sugerencia: Lo más interesante de este problema es ser capaz de justificar hacia dónde apunta la fuerza sobre el dipolo central. Para ello, modele el dipolo central como dos cargas $\pm q$ separadas una distancia $d \ll b$ tal que $p = qd$, considere la fuerza que cada uno de los dipolos laterales ejerce sobre cada una de las cargas que forman el dipolo central, y use superposición. Si, además, tiene paciencia, puede encontrar la magnitud de la fuerza usando la ley de Coulomb y simplificando.

Solución: Si F_x y F_y son las fuerzas horizontal ($\rightarrow$) y vertical ($\uparrow$), respectivamente,

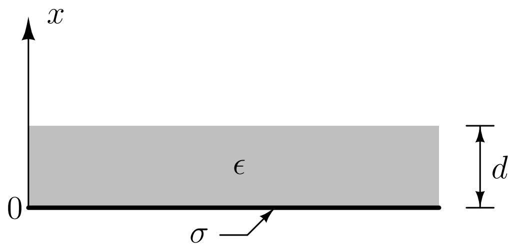
$$F_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{6p^2}{b^4} \qquad\qquad F_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{3p^2}{b^4}$$

6. Problema

La figura muestra una hoja infinita con densidad uniforme de carga σ y una placa infinita de material dieléctrico de grosor d y constante dieléctrica (o permitividad relativa) ϵ.

1. Determine las densidades superficiales de carga ligada en el dieléctrico. Indique el signo y dónde están situadas.

2. Demuestre que la densidad volumétrica de carga ligada es nula.



7. Problema

La figura muestra la sección transversal de un condensador de placas paralelas. El área de cada placa es S. El espacio entre placas está relleno de dos materiales dieléctricos lineales de distinto grosor. Las constantes dieléctricas de los medios son $\epsilon_1 = 2$ y $\epsilon_2 = 1.5$

Nota: Suponga que las dimensiones laterales de las placas son mucho mayores que la distancia entre ellas, por lo que se puede ignorar el efecto de bordes.

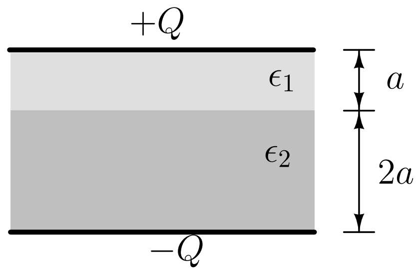
Colocamos $+Q$ en una placa y $-Q$ en la otra, y suponemos que están uniformemente distribuidas,

1. Calcule la carga ligada en cada dieléctrico e indique dónde está localizada.

2. Obtenga la capacidad del condensador.

Solución: En las superficies de los dieléctricos hay $\pm\sigma_1 = \pm\sigma/2$ en el superior y $\pm\sigma_2 = \pm\sigma/3$ en el inferior. La capacidad es

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{a(1/\epsilon_1 + 2/\epsilon_2)} = \frac{6\,\epsilon_0 S}{11\,a}$$

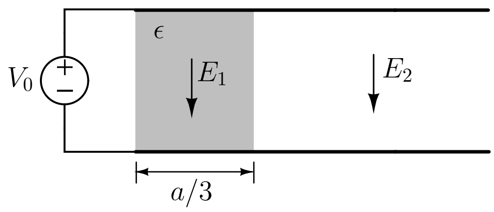


8. Problema

La figura muestra un condensador de placas paralelas separadas una distancia d, parcialmente relleno de dieléctrico con constante dieléctrica (o permitividad relativa) ϵ. Las placas son cuadradas, de lado a, y sus lados son mucho mayores que la distancia de separación entre ellas ($a \gg d$), por lo que podemos ignorar el efecto de bordes.

Conectamos el condensador a una batería de V_0 voltios.

1. Determine los campos eléctricos E_1 y E_2 indicados en la figura.
2. En las superficies del dieléctrico aparecen densidades de **carga ligada** que denominamos $\pm\sigma_b$. ¿Qué relación hay entre σ_b y el campo E_1? ¿Cómo se distribuye la carga σ_b?
3. ¿Cómo se distribuye la carga libre en las placas del condensador? Determine la carga libre total que hay en cada una de las placas en función de V_0.
4. ¿Qué capacidad tiene el condensador?



9. Problema

Un cascarón esférico (radio interior a y radio exterior b) de **material polarizado** con carga neta nula tiene un vector polarización dado por

$$\vec{P}(r) = \frac{P_0}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

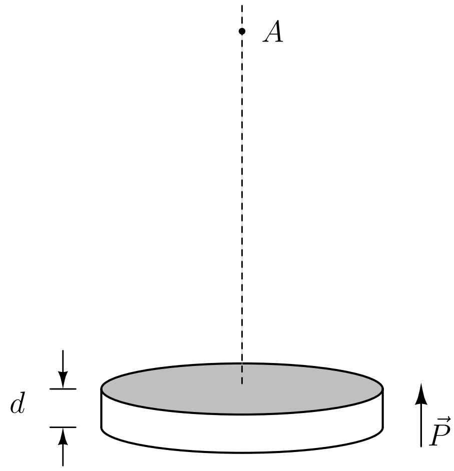
donde P_0 es una constante, r es la distancia desde el centro del cascarón y $\hat{\mathbf{r}}$ es un vector unitario en la dirección radial.

1. Obtenga las densidades superficiales de carga ligada.
2. La densidad volumétrica de carga ligada en este problema es nula, pues $\rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = 0$. ¿Puede usted justificar físicamente por qué no hay carga volumétrica en este problema?
3. Calcule la carga ligada **total**.
4. Use las distribuciones de carga ligada obtenidas anteriormente para determinar el campo eléctrico en todas las regiones del espacio.
5. Calcule la diferencia de potencial $\phi(a) - \phi(b)$. ¿Qué superficie está a mayor potencial?

Solución: Hay densidad superficial de carga ligada en $r = a$ de valor $\sigma_a = -P_0/a^2$, y en $r = b$ de valor $\sigma_b = +P_0/b^2$. La carga ligada superficial neta es nula. Y como $P(r)$ es una función monótona decreciente, no hay carga ligada volumétrica (no hay que hacer derivadas!). Dada la distribución de carga ligada, el campo eléctrico es nulo en $r < a$ y en $r > b$. Además, $\phi(a) - \phi(b) < 0$.

10. Problema

La figura muestra un disco de material polarizado a lo largo del eje, tal como está indicado. El grosor del disco es $d = 0.3\,\mathrm{cm}$ y su radio es 1 cm. Si $P = 0.02\,\mathrm{C/m^2}$, determine **de forma aproximada** el campo eléctrico (1) en el punto A del eje, a una distancia de $10\,\mathrm{cm}$ del disco; y (2) en un punto B del eje dentro del disco.



Solución: $E_A \approx 3.4 \times 10^5\,\mathrm{V/m}$, $E_B \approx 2.3 \times 10^9\,\mathrm{V/m}$