

Examen de repesca de Lógica Proposicional

Ejercicio 1.1. Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F), justificando brevemente y con precisión la respuesta. (1 punto)

- a) De las dos fórmulas $(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$ y $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$ sólo la primera es una manera correcta de formalizar en el lenguaje proposicional la disyunción ó, con el sentido de **ó exclusivo**.
- b) $\Gamma \models B$ significa que B **se deduce** del conjunto de fórmulas Γ , mientras que $\Gamma \vdash B$ quiere decir que B **es consecuencia lógica** de Γ .
- c) Si la fórmula A es contingente y la fórmula B es insatisfacible, entonces la fórmula $(A \vee B) \rightarrow (A \wedge C)$ es satisfacible.
- d) Si existe una interpretación que satisface las fórmulas A, B y C se puede afirmar que C es consecuencia lógica de A y B.
- e) La forma clausular de una estructura deductiva es única.

Ejercicio 1.2. Formalizar en el lenguaje de la lógica proposicional:

- a) Es necesario que estudie Lógica para aprobar, pero únicamente si estudio y domino la asignatura sacaré buena nota. (0,5 puntos)
- b) Si no descargo la app *Whatsapp* no podré consultar la conversación en el grupo *Amigos*. Podré mirar ese grupo a no ser que el administrador del grupo no me haya incluido o no tenga batería. He podido acceder al grupo. Por tanto, tengo *Whatsapp*, estoy en el grupo *Amigos* y mi teléfono ni está estropeado ni descargado. (1 punto)

Ejercicio 2. Demostrar **con medios semánticos** que no se cumple la siguiente relación de consecuencia lógica. Indicar de forma explícita y completa: (1) los pasos principales del procedimiento y (2) el resultado final obtenido. (2,5 puntos)

$$\{ p \rightarrow s \wedge t, q \leftrightarrow \neg r, \neg(\neg s \vee q \rightarrow s \wedge \neg r) \} \models q \rightarrow t \vee p$$

(Nota: no pueden utilizarse ni las tablas de verdad, ni la deducción natural, ni el método de resolución)

Ejercicio 3. Demostrar mediante **deducción natural**, justificando adecuadamente cada uno de los pasos dados, que la siguiente estructura deductiva es correcta: (2,5 puntos)

$$T [p \rightarrow \neg t, q \wedge \neg s \rightarrow r, \neg(q \wedge r)] \vdash q \wedge t \rightarrow \neg p \wedge s$$

(Nota: La regla de corte puede utilizarse como mucho 2 veces)

Ejercicio 4. Demostrar que la siguiente estructura deductiva es correcta usando el método de resolución: (2,5 puntos)

$$T [\neg p \leftrightarrow (q \rightarrow r), \neg q \rightarrow (\neg r \rightarrow \neg t), p \vee t \rightarrow \neg p] \vdash \neg p \wedge (\neg t \vee r)$$

Examen de repesca de Lógica de Primer Orden

Ejercicio 1.1. Formalizar las siguientes frases con un lenguaje de primer orden: (1,2 puntos)

- a) Algunos alumnos de primero no saben Lógica.
- b) Todos los que intentan entrar en un país sin pasaporte encontrarán un policía que le impida el paso.
- c) Aristóteles argumentaba mejor que el resto de filósofos.

Ejercicio 1.2 Encontrar, si existe, el unificador de máxima generalidad (UMG) del siguiente par de fórmulas, detallando el proceso de obtención: (0,5 puntos)

A: $P(x, y, f(x, y))$, B: $P(f(y, b), g(a), f(z, y))$ siendo x, y variables, a, b constantes y f, g funciones

Ejercicio 1.3 Para las dos fórmulas siguientes, decir si las posibles formas clausulares que aparecen a continuación son correctas o incorrectas, en todos los casos:

(respuesta correcta +0,1 puntos, respuesta incorrecta -0,1 puntos, nota mínima 0)

$$\forall x(\neg P(x) \rightarrow \exists y \neg Q(y, f(a)) \vee R(x))$$

a.1) $P(x) \vee \neg Q(a, f(a)) \vee R(x)$

a.2) $P(x) \vee \neg Q(b, f(a)) \vee R(x)$

a.3) $P(x) \vee \neg Q(f(x), f(a)) \vee R(x)$

a.4) $P(x) \vee \neg Q(g(x), f(a)) \vee R(x)$

$$\forall x(\exists y x \geq y \rightarrow \exists z Q(f(x, a), z) \wedge P(x))$$

b.1) $\neg(x \geq y) \vee P(x), \neg(x \geq y) \vee Q(f(x, a), g(x, y))$

b.2) $\neg(x \geq y) \vee Q(f(x, a), g(x, y)), P(x)$

b.3) $\neg(x \geq y) \vee P(x), \neg(x \geq y) \vee Q(f(x, a), g(x))$

b.4) $x \geq y \vee Q(f(x, a), g(x)) \vee P(x)$

Ejercicio 2. Definir un contramodelo para demostrar que la siguiente relación de consecuencia lógica no se verifica: (2,5 puntos)

$$\{ \forall x(P(x) \rightarrow R(x)), \forall x(Q(x) \rightarrow R(x)), P(a), Q(b) \} \models \exists x(P(x) \wedge Q(x))$$

Justificar la respuesta adecuadamente con un análisis semántico.

Ejercicio 3. Demostrar la siguiente deducción con el cálculo de deducción natural, justificando adecuadamente cada paso: (2,5 puntos)

$$T [\forall x \exists y r(x, f(y)) \vee \neg \exists z p(z), \exists x \forall z (r(x, f(z)) \rightarrow q(z))] \vdash p(b) \rightarrow \exists x q(x)$$

Ejercicio 4. Demostrar que el siguiente conjunto de cláusulas es insatisfacible mediante resolución con umg, indicando en cada paso el unificador empleado: (2,5 puntos)

$$C_1: \neg P(y) \vee Q(z, h(z))$$

$$C_2: S(z, f(x), x) \vee \neg P(x)$$

$$C_3: P(a)$$

$$C_4: \neg R(x, h(y)) \vee \neg S(g(z), z, a)$$

$$C_5: \neg T(g(x)) \vee \neg R(x, h(x))$$

$$C_6: R(x, y) \vee \neg Q(z, y)$$

Grado en Ingeniería Informática, Grado en Matemáticas e Informática

20 de enero de 2015

EXAMEN FINAL DE LÓGICA

Bloque de Lógica Proposicional

Ejercicio 1. Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F), justificando brevemente y con precisión la respuesta. (3 puntos)

- a) De las dos fórmulas $(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$ y $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$ sólo la primera es una manera correcta de formalizar en el lenguaje proposicional la disyunción ó, con el sentido de **ó exclusivo**.
- b) $\Gamma \models B$ significa que B **se deduce** del conjunto de fórmulas Γ , mientras que $\Gamma \vdash B$ quiere decir que B **es consecuencia lógica** de Γ .
- c) Si la fórmula A es contingente y la fórmula B es insatisfacible, entonces la fórmula $(A \vee B) \rightarrow (A \wedge C)$ es satisfacible.
- d) Si existe una interpretación que satisface las fórmulas A, B y C se puede afirmar que C es consecuencia lógica de A y B.
- e) La forma clausular de una estructura deductiva es única.

Ejercicio 2. Formalizar en el lenguaje de la lógica proposicional:

Si no descargo la app *Whatsapp* no podré consultar la conversación en el grupo *Amigos*. Podré mirar ese grupo a no ser que el administrador del grupo no me haya incluido o no tenga batería. He podido acceder al grupo. Por tanto, tengo *Whatsapp*, estoy en el grupo *Amigos* y mi teléfono ni está estropeado ni descargado. (3 puntos)

Ejercicio 3. Demostrar mediante **deducción natural**, justificando adecuadamente cada uno de los pasos dados, que la siguiente estructura deductiva es correcta: (4 puntos)

$$T [p \rightarrow \neg t, q \wedge \neg s \rightarrow r, \neg(q \wedge r)] \vdash q \wedge t \rightarrow \neg p \wedge s$$

(Nota: La regla de corte puede utilizarse como mucho 2 veces)

Bloque de Lógica de Primer Orden

Ejercicio 4. Formalizar las siguientes frases con un lenguaje de primer orden: (2 puntos)

- a) Algunos alumnos de primero no saben Lógica.
- b) Todos los que intenten entrar en un país sin pasaporte encontrarán un policía que les impida el paso.

Ejercicio 5. Definir un contramodelo para demostrar que la siguiente relación de consecuencia lógica **no** se verifica: (4 puntos)

$$\{ \forall x(P(x) \rightarrow R(x)), \forall x(Q(x) \rightarrow R(x)), P(a), Q(b) \} \models \exists x(P(x) \wedge Q(x))$$

Justificar la respuesta adecuadamente con un análisis semántico.

Ejercicio 6. Demostrar que el siguiente conjunto de cláusulas es insatisfacible mediante resolución con umg, indicando en cada paso el unificador empleado: (4 puntos)

$$C_1: \neg P(y) \vee Q(z, h(z))$$

$$C_2: S(z, f(x), x) \vee \neg P(x)$$

$$C_3: P(a)$$

$$C_4: \neg R(x, h(y)) \vee \neg S(g(z), z, a)$$

$$C_5: \neg T(g(x)) \vee \neg R(x, h(x))$$

$$C_6: R(x, y) \vee \neg Q(z, y)$$