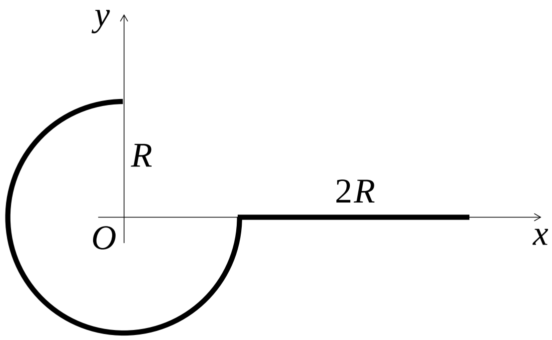
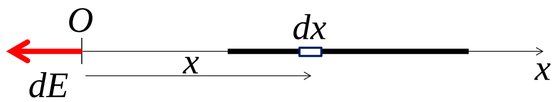
Intersemestral (Marzo 2016) - FÍSICA - Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

Problema 1: Una varilla delgada se ha doblado para formar la pieza que se muestra, formada por un tramo recto de longitud *2R* y uno circular de radio *R*. El tramo circular está centrado en el origen de coordenadas y su longitud cubre ¾ de circunferencia.
La varilla está cargada uniformemente con densidad lineal de carga λ .
Se pide calcular el vector campo eléctrico en el origen de coordenadas.



<u>Datos:</u> $R,\ \lambda,\ k$ (constante de Coulomb)

<u>Tramo recto</u>:

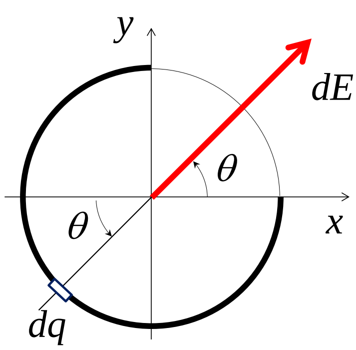


Coulomb: $dE = k\dfrac{\lambda dx}{x^2}$

$$E = k\lambda\int_R^{3R}\frac{dx}{x^2} = \frac{2}{3}\frac{k\lambda}{R}$$

$$\boxed{\vec{E}_{recto} = -\frac{2}{3}\frac{k\lambda}{R}\vec{i}}$$

<u>Tramo circular</u>:



Coulomb: $dE = k\dfrac{\lambda dl}{R^2}$ con $dl = Rd\theta$

Como los campos creados por cada *dq* tienen direcciones diferentes, su suma debe realizarse por componentes. Teniendo en cuenta que la integración debe hacerse en la región de la carga y en sentido creciente del ángulo (para no alterar el signo de la carga $dq = \lambda Rd\theta$), se obtiene

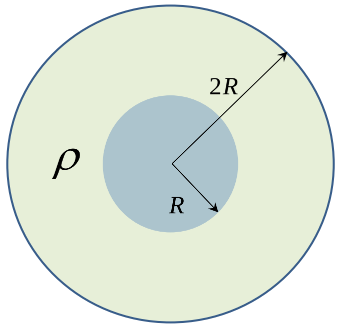
$$E_x = k\frac{\lambda}{R}\int_{-\pi/2}^{\pi}\cos\theta d\theta = k\frac{\lambda}{R} \qquad E_y = k\frac{\lambda}{R}\int_{-\pi/2}^{\pi} sen\theta d\theta = k\frac{\lambda}{R}$$

$$\boxed{\vec{E}_{circular} = \frac{k\lambda}{R}\vec{i} + \frac{k\lambda}{R}\vec{j}}$$

Las dos componentes son positivas e iguales como cabe esperar por la geometría del problema.

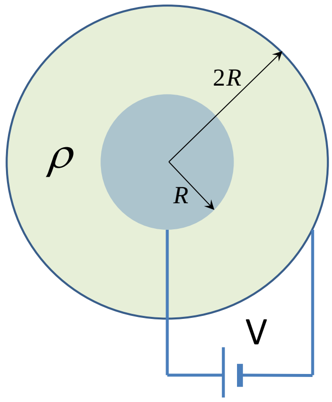
El campo total es la suma de los dos campos calculados.

Hay que notar que las integrales también se pueden hacer entre 0 y π (sólo tercer cuadrante) debido a que los campos del segundo y cuarto cuadrante se anulan.



Problema 2: Se tiene un conductor esférico de radio *R*, rodeado por una corteza conductora de espesor despreciable de radio *2R*. Entre la corteza y la esfera hay un material aislante cargado uniformemente con densidad volumétrica de carga ρ. Inicialmente, los dos conductores están descargados.

a) ¿Cuál es la diferencia de potencial $\Delta V = V_{esfera} - V_{corteza}$?



A continuación, los conductores se conectan mediante una pila que mantiene entre ellos una diferencia de potencial *V*. El polo positivo se conecta a la esfera y el negativo a la corteza.

b) ¿Cuál es la carga que adquieren los dos conductores?

Datos: $R,\ \rho,\ V,\ \varepsilon_0$

SOLUCIÓN:

a) $\oint \overrightarrow{E_\rho} \cdot d\vec{s} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} \rightarrow E_\rho = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(r - \frac{R^3}{r^2}\right)$

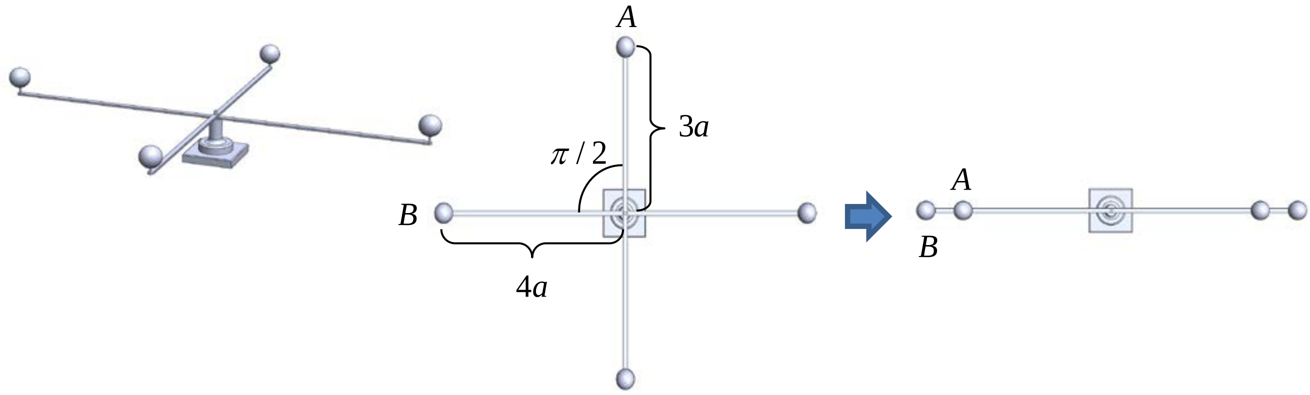
$$V_{esf} - V_{cort} = -\int_{2R}^{R} E_\rho \cdot dr = \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}$$

b) $\oint \overrightarrow{E_\rho} \cdot d\vec{s} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} \rightarrow E_\rho = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(r - \frac{R^3}{r^2}\right) + \frac{Q_1}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$

$$V_{esf} - V_{cort} = V = -\int_{2R}^{R} E_\rho \cdot dr = \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0} + \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2R}$$

$$Q_{esf} = -Q_{cort} = 8\pi\varepsilon_0 R\left(V - \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}\right)$$

Problema 3: Las cuatro bolas de la figura que se consideran cargas puntuales están cargadas, cada una de ellas, con carga Q. Las bolas están montadas en los extremos de dos aspas que, inicialmente, están en reposo formando 90º, como muestra la figura central. Las longitudes de las aspas son $6a$ y $8a$.



a) Calcular la energía electrostática del sistema en la posición inicial.

Un agente externo debe alinear las aspas y situarlas, en reposo, como se muestra en la figura de la derecha.

b) Calcular el trabajo que debe realizar dicho agente.

Datos: a, Q, k (constante de Coulomb)

Posición inicial:

$$V_B = kq\left(\frac{1}{5a}+\frac{1}{5a}+\frac{1}{8a}\right)=0,53\frac{kq}{a}$$

$$V_A = kq\left(\frac{1}{5a}+\frac{1}{5a}+\frac{1}{6a}\right)=0,57\frac{kq}{a}$$

$$\boxed{U_{inicial} = \frac{1}{2}\left(2qV_A+2qV_B\right)=1.09\frac{k\ q^2}{a}}$$

Posición final:

$$V_B = kq\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{7a}+\frac{1}{8a}\right)=1,27\frac{kq}{a}$$

$$V_A = kq\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{6a}+\frac{1}{7a}\right)=1,31\frac{kq}{a}$$

$$\boxed{U_{final} = \frac{1}{2}\left(2qV_A+2qV_B\right)=2,58\frac{k\ q^2}{a}}$$

$$W_{externo} = U_{final} - U_{final} = (2,58-1,09)\frac{k\ q^2}{a}=1,49\frac{k\ q^2}{a}$$