JUNIO 02/03

8.-

BOL. 3

P3.- En el circuito de la Fig.3 suponga que en $t = 0$ el condensador está relajado y que la bobina tiene una intensidad I_0. Escriba la ecuación diferencial que rige la respuesta al estado y determine los posibles tipos de respuesta al estado en función del valor de k.

Ilustre gráficamente la respuesta $i(t)$ obtenida en los distintos casos.

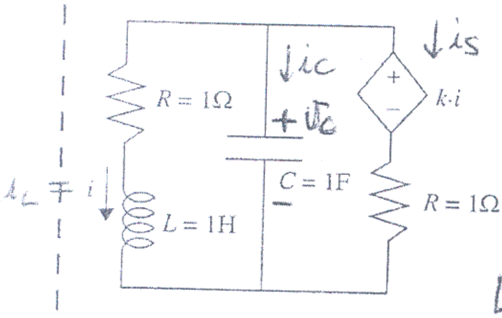


Fig.3

$$\begin{cases} i_L + i_C + i_S = 0 \\ v_C = v_L + i_L R = k i_L + i_S R \end{cases} \qquad v_L = L\frac{di_L}{dt}$$

$$L\frac{di_L}{dt} + i_L R = k i_L + R(-i_L - i_C)$$

$$i_C = C\frac{dv_C}{dt} = LC\frac{d^2 i_L}{dt^2} + RC\frac{di_L}{dt}$$

$$L\frac{di_L}{dt} + i_L R = k i_L - R i_L - RLC\frac{d^2 i_L}{dt^2} - R^2 C\frac{di_L}{dt}$$

$$RLC\frac{d^2 i_L}{dt^2} + (L + R^2 C)\frac{di_L}{dt} + (R + R - k)i_L = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \left(\frac{1}{RC} + \frac{R}{L}\right)\frac{di_L}{dt} + \left(\frac{2}{LC} - \frac{k}{RLC}\right) i_L = 0} \qquad [k] = \Omega$$

Condiciones iniciales:

$$\boxed{i_L(0) = I_0}$$

$$v_C(0) = 0 = L\frac{di_L}{dt}\Big|_0 + i_L|_0 \cdot R \longrightarrow \boxed{\frac{di(t)}{dt}\Big|_{t=0} = -\frac{I_0 R}{L}}$$

$$S_{1,2} = \frac{1}{2}\left[-\left(\frac{1}{RC} + \frac{R}{L}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{1}{RC} + \frac{R}{L}\right)^2 - 4\left(\frac{2}{LC} - \frac{k}{RLC}\right)}\right]$$

$$\left.\begin{matrix} R = 1\Omega \\ C = 1F \\ L = 1H \end{matrix}\right\} \boxed{S_{1,2} = \frac{1}{2}\left[-2 \pm \sqrt{4 - 4(2-k)}\right]} = \boxed{-1 \pm \sqrt{k-1}}$$

Ⓐ $\boxed{k < 1}$ → complejos conjugados ⇒ SUB-AMORTIGUADA

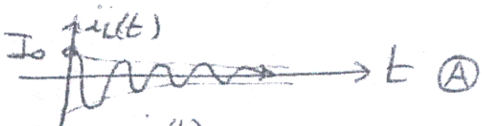
Ⓑ $\boxed{k = 1}$ → real doble ⇒ CRÍTICAMENTE AMORTIGUADA

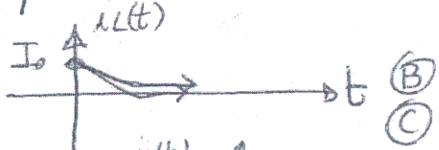
Ⓒ $\boxed{1 < k < 2}$ → reales distintas ⇒ SOBRE-AMORTIGUADA

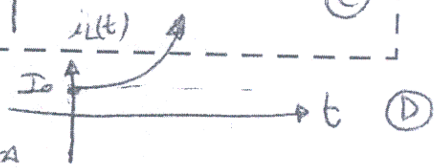
estable ← (ambas en S.I.)

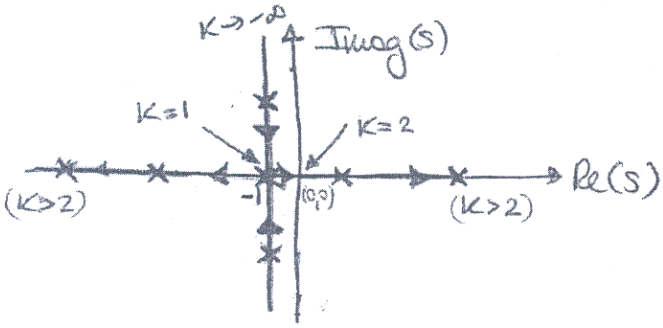
Ⓓ $\boxed{k > 2}$ → reales y distintas, pero una en semiplano dcho → inestable

SOBRE-AMORTIGUADA









- ¿Puede ser inestable el circuito dependiendo del valor que tome k?

Si $K>2$, uno de los polos reales pasa al semiplano drcho

$\Downarrow$

Inestable

- ¿Puede presentar $i_L(t)$ un comportamiento oscilatorio sin pérdidas dependiendo del valor que tome k?

No, siempre $\exists$ parte real para los polos, independientemente de k.