10.-

Bol.3

EJERCICIO 5

En el circuito de la Fig. 5.1 los valores de la resistencia, la autoinducción y la fuente de intensidad son fijos, mientras que los de la capacidad y la fuente de tensión cambian. De hecho, dependiendo del valor que tomen estos parámetros, pueden darse los cinco casos que se muestran en la tabla de la derecha.

	E	C	
Caso 1	0V	$\frac{1}{4}\times 10^{-5}$F	2.5μF
Caso 2	0V	$\frac{1}{4}\times 10^{-1}$F	25mF
Caso 3	0V	$\frac{1}{4}\times 10^{-3}$F	250μF
Caso 4	1V	$\frac{1}{4}\times 10^{-3}$F	250μF
Caso 5	1V	$\frac{1}{4}\times 10^{-1}$F	25mF

a) Describa los comportamientos que se producen en este circuito antes y después de $t = 0$ y qué papel juegan los parámetros (valores de elementos de circuito y de las fuentes independientes) en relación con dichos comportamientos.

b) En las Figs. 5.2, 5.3, 5.4, 5.5 y 5.6 se muestran cinco formas de onda con distintas evoluciones temporales de la intensidad en la bobina. Relacione cada una de estas formas con uno de los casos de la tabla, justificando en cada caso su respuesta y calculando las correspondientes frecuencias naturales.

c) En la Fig. 5.7 se muestra la forma de onda para la intensidad en la bobina para $C = 0$. Relacione la frecuencia natural de este caso con las que se obtienen en los de la tabla.

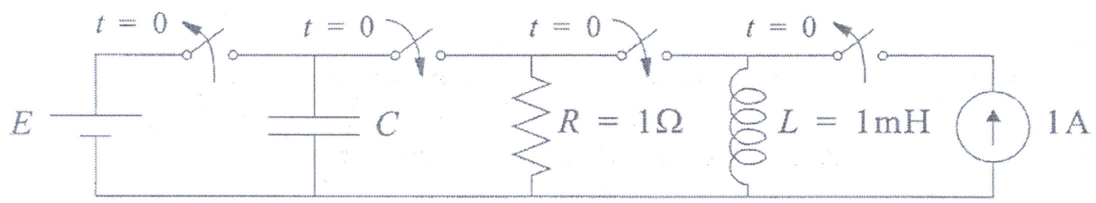
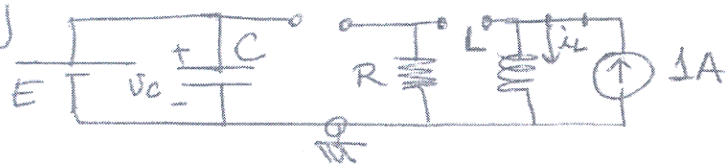


Fig. 5.1

t<0

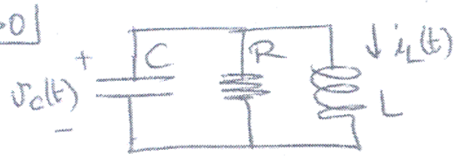


La fuente de tensión y la de intensidad fijan condiciones iniciales en el condensador y la bobina, respectivamente.

$v_C(0^-) = E$

$i_L(0^-) = 1A$

t>0



$v_L = v_C = L\frac{di_L}{dt}$

$$\boxed{\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + \underbrace{\frac{1}{RC}}_{2\xi\omega_0}\frac{di_L(t)}{dt} + \underbrace{\frac{1}{LC}}_{\omega_0^2} i_L(t) = 0}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} i_L(0) = 1A \\ i_L'(0) = \frac{E}{L} \end{array}}$$

$$\boxed{\xi = \frac{1}{2RC}\sqrt{LC} = \frac{1}{2R}\sqrt{\frac{L}{C}}}$$

$$s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2 = 0 \longrightarrow s_{1,2} = -\xi\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{\xi^2 - 1}$$

Fig. 5: Figuras del Ejercicio 5

SUBAMORTIGUADO

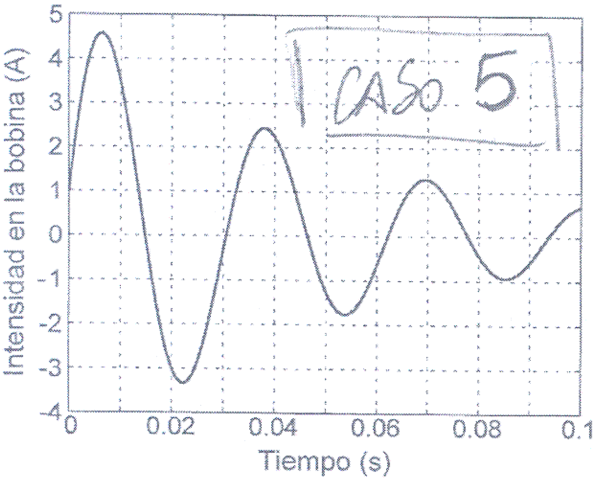


Fig. 5.2

más lento que el amortiguamiento crítico
⇑
SOBREAMORTIGUADO

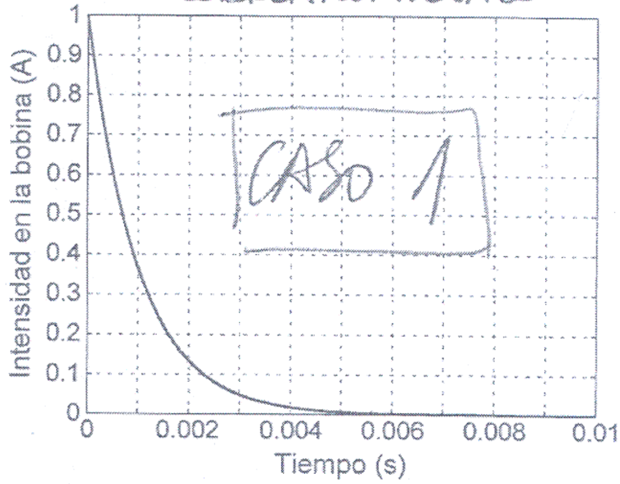


Fig. 5.3

AMORTIG. CRÍTICO

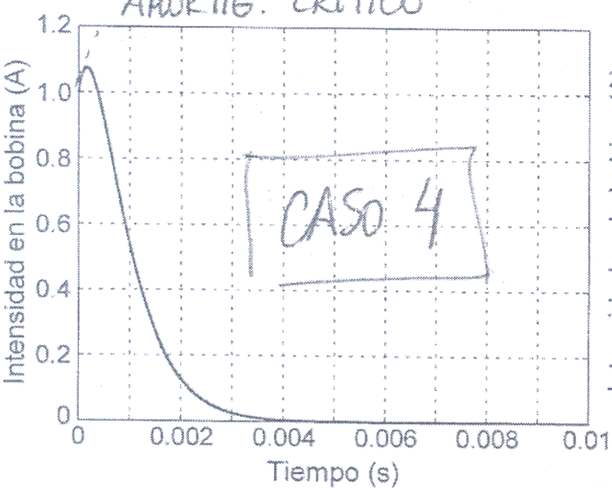


Fig. 5.4

SUBAMORTIGUADO

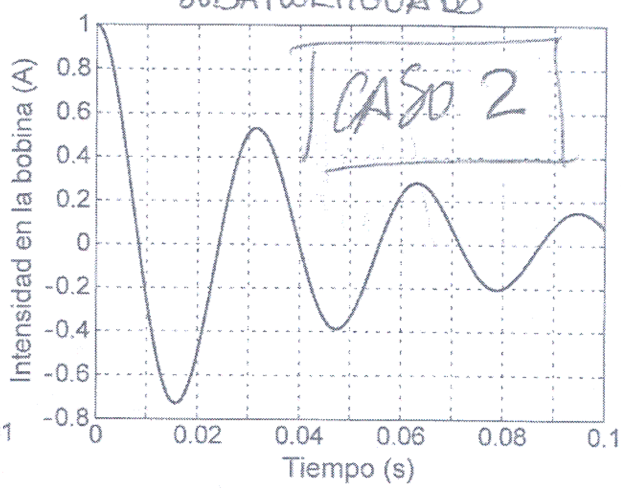


Fig. 5.5

AMORTIG. CRÍTICO

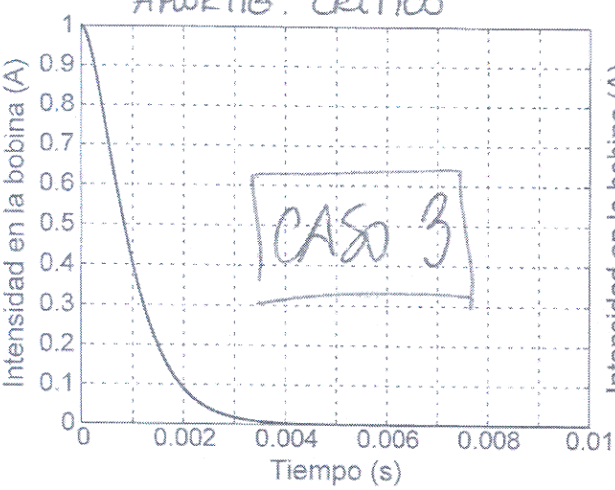


Fig. 5.6

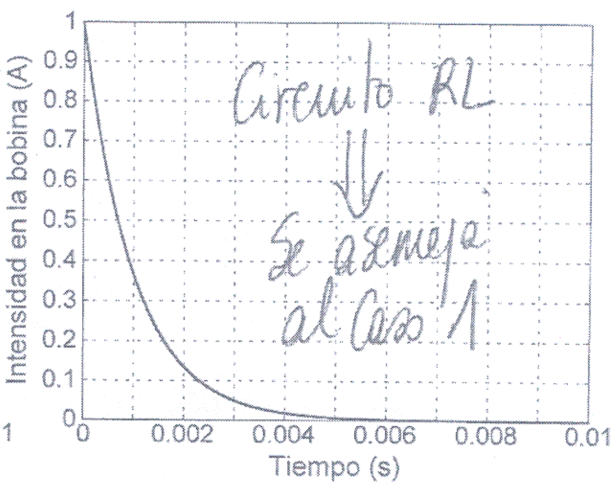


Fig. 5.7

(b) CASO 1: $E=0$, $C=\frac{1}{4}\times10^{-5}F$

$\boxed{\xi=\frac{1}{2R}\sqrt{\frac{L}{C}}=10} \Longrightarrow$ CASO SOBREAMORTIGUADO. $(\xi>1)$

$i_L(0)=1A$

$\dot{i}_L(0)=0 \Longrightarrow$ derivada inicial nula

CASO 2: $E=0 \longrightarrow \dot{i}_L(0)=0$
$C=\frac{1}{4}\times10^{-1}F$

$\boxed{\xi=0.1} \longrightarrow$ CASO SUBAMORTIGUADO $(0<\xi<1)$

CASO 3: $E=0 \longrightarrow \dot{i}_L(0)=0$
$C=\frac{1}{4}\times10^{-3}F$

$\boxed{\xi=1} \longrightarrow$ CASO CRÍTICAMENTE AMORTIGUADO

CASO 4: $E=1V$, $C=\frac{1}{4}\times10^{-3}F$

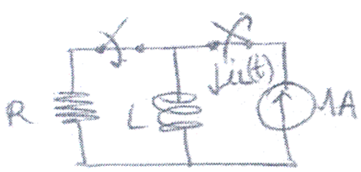
$\dot{i}_L(0)\neq0$, $\boxed{\xi=1} \Longrightarrow$ CRÍTICAMENTE AMORTIGUADO

CASO 5: $E=1V$, $C=\frac{1}{4}\times10^{-1}F$

$\dot{i}_L(0)\neq0$, $\boxed{\xi=0.1} \Longrightarrow$ SUBAMORTIGUADO

Observando las figuras (Fig. 5.2 - Fig 5.6) se puede distinguir entre los 2 casos subamortiguados y los 2 críticamente amortiguados a partir de la pendiente inicial $[\dot{i}_L(0)=0$ ó $\neq0]$

(c) En caso de C=0, tenemos un circuito dinámico de 1er orden:



$$\frac{di_L(t)}{dt}+\frac{R}{L}i_L(t)=0 \ ; \ i_L(0)=1A$$

$$\boxed{s_1=-\frac{R}{L}=-1Krad/s=-1000}$$

Si observa la forma de onda de la Fig 5.7, podemos ver que se asemeja a la de la Fig 5.3 $\Longrightarrow$ Caso Sobreamortig.

En ese caso se obtenía:

$$\xi=10 \ ; \ \omega_0=20krad/s \Longrightarrow s_{1,2}=-\xi\omega_0\pm\omega_0\sqrt{\xi^2-1} \begin{cases} s_1=-1002.5\,rad/s \\ s_2\simeq-400000\,rad/s=-400\,krad/s \end{cases}$$

Se parecen porque en el caso sobreamortiguado:

$$i_L(t) = K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_2 t} \cong \underbrace{K_1 e^{-1002t}}_{\substack{\text{esta componente domina la evolu-} \\ \text{ción temporal, con constante de} \\ \text{tiempo similar a la del circuito RL.}}} + \underbrace{K_2 e^{-400000t}}_{\substack{\text{tiende a cero} \\ \text{400 veces + rápido} \\ \text{y se anula rápidamente}}}$$