



PRESENTACION MABH IME 108 – CÁLCULO, DISEÑO Y ENSAYO DE MÁQUINAS

1

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

1. Cargas. Estado tensional.
2. Círculo de Mohr
3. Tensiones octaédricas
4. Deformaciones
5. Más conceptos básicos
6. Tipos de cargas
7. Fallo con cargas estáticas
8. Criterios de fallo

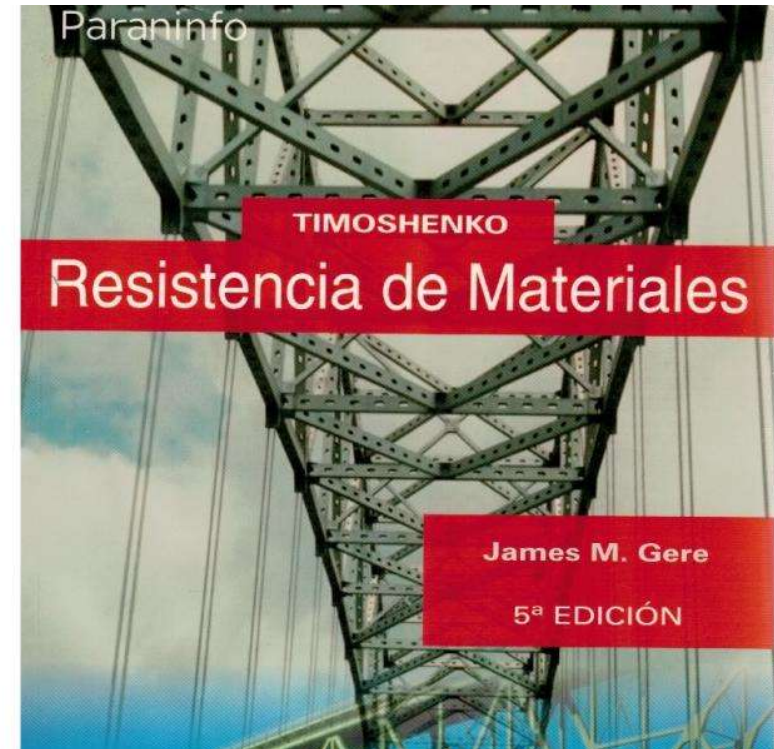
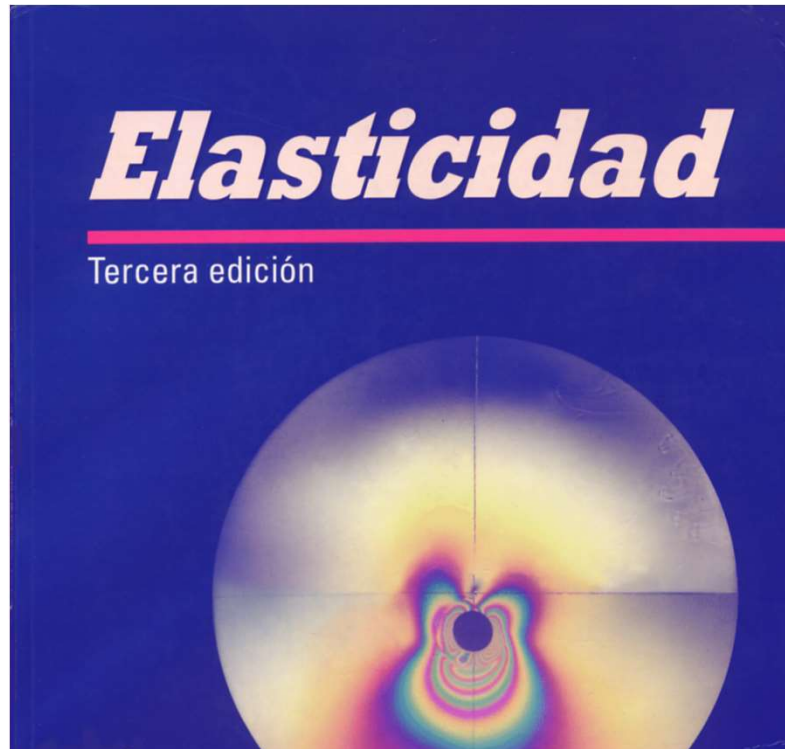
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

BIBLIOGRAFÍA DE APOYO RESISTENCIA ESTATICA

- Elasticidad – Luis Ortiz Berrocal
- Resistencia de materiales-Timoshenko.



Cartagena99

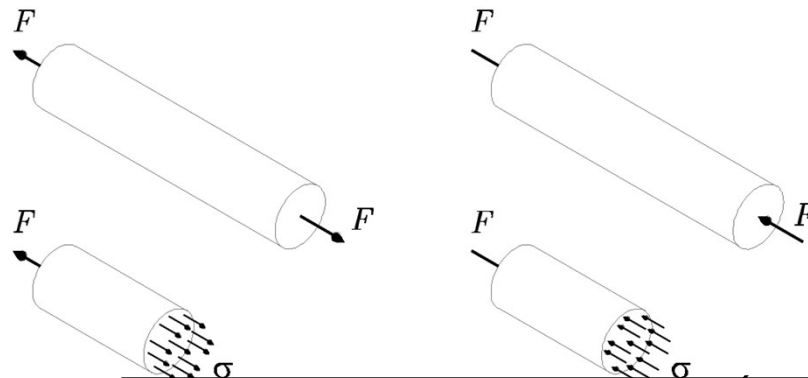
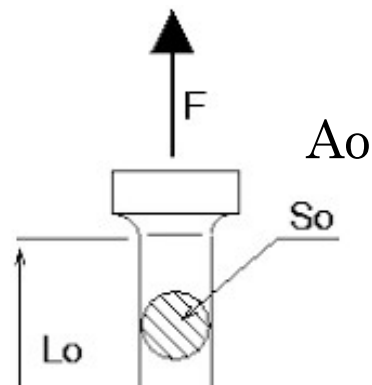
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

- **fuerzas de superficie:** presión de un cuerpo sobre otro, la presión hidrostática, etc. Las nombraremos como f_{Σ} , se designan como \bar{X} , \bar{Y} , \bar{Z}
- **fuerzas de volumen:** fuerzas gravitacionales, de inercia o magnéticas. Las nombraremos f_{Ω} , con subíndices X , Y , Z
- En mecánica llamamos **esfuerzo o tensión** a la fuerza que actúa por unidad de superficie (área), es decir, es el cociente entre la fuerza y la superficie en la que se aplica.



FORMULA DE LA TENSIÓN

$$\sigma_e = \frac{F}{A_0}$$

σ_e = Tensión

F = Fuerza Aplicada

A_0 = Sección Inicial

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

- Fuerzas y Momentos

- Fuerzas axiales

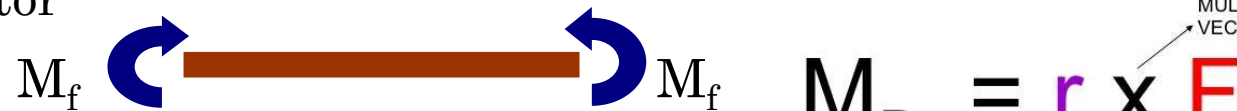


- Fuerzas cortantes



- Momento. El momento de una fuerza respecto a un punto o respecto a un eje es una medida de la tendencia de la fuerza a hacer girar o deformar el cuerpo alrededor del punto o del eje.

- Momento Flector



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

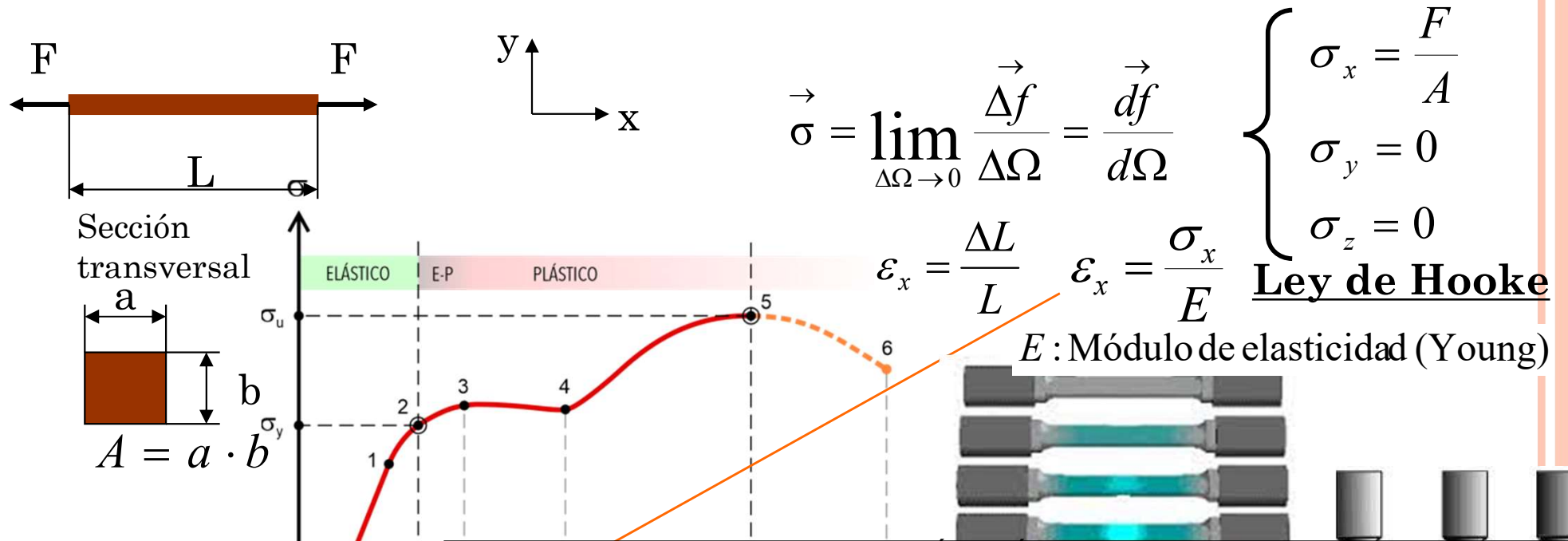
VECTORES EXPRESADOS EN COMPONENTES TANGENCIALES

$$\begin{cases} r = rx_i + ry_j \\ F = Fx_i + Fy_j \end{cases}$$

RESISTENCIA ESTÁTICA

5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

- Esfuerzos uniformemente distribuidos. Ej.
 - Barra prismática sometida a tracción. Ensayo de tracción.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

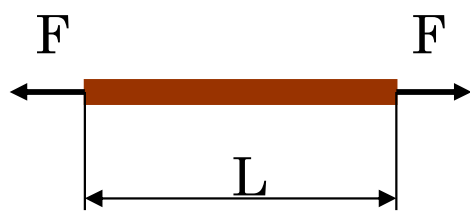
5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

G : Módulo de elasticidad transversal

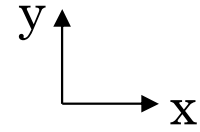
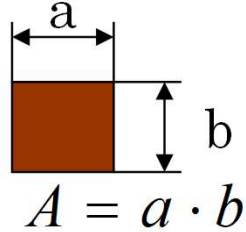
$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

$$G = \frac{\tau}{\gamma}$$

○ Deformaciones trasversales.



Sección transversal



$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$$

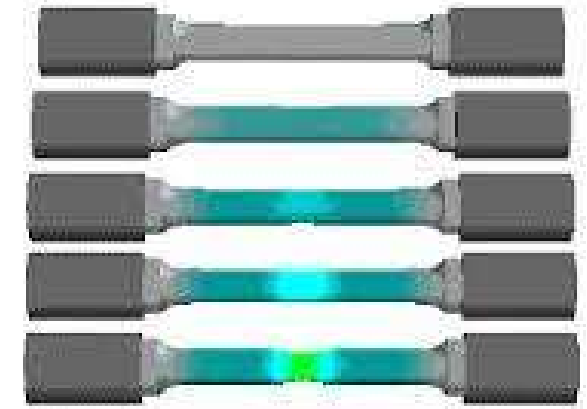
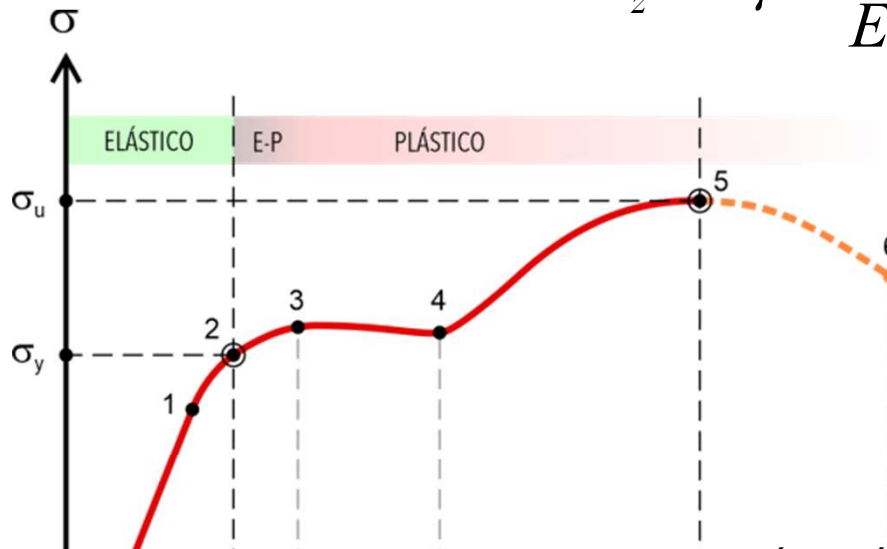
$$\varepsilon_y = -\mu \cdot \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\varepsilon_z = -\mu \cdot \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta L}{L}$$

E : Módulo de elasticidad (Young)

μ : Coeficiente de Poisson



Límite Elástico

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

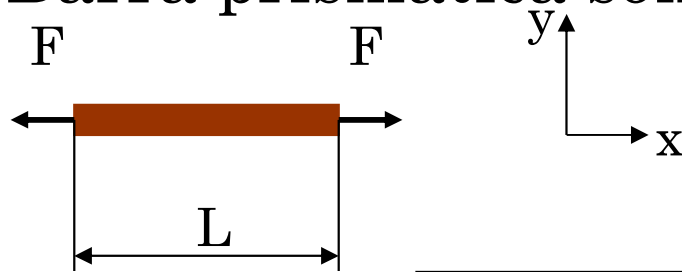


RESISTENCIA ESTÁTICA

5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

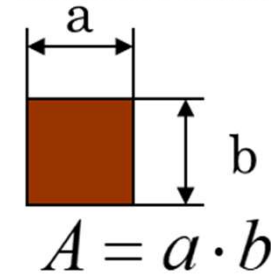
- Rigidez
 - Relación entre fuerza y desplazamiento.
- Barra prismática sometida a tracción.

$$K = \frac{F}{u} \quad \text{Unidades: [N/m]}$$



$$E = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x}$$

Sección transversal



$$K = \frac{F}{\Delta L}$$

$$F = \sigma_x \cdot A$$

$$\Delta L = \varepsilon_x \cdot L$$

$$K = \frac{\sigma_x \cdot A}{\varepsilon_x \cdot L} = \frac{E \cdot A}{L}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99



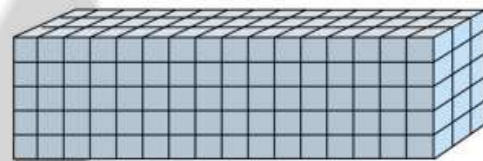
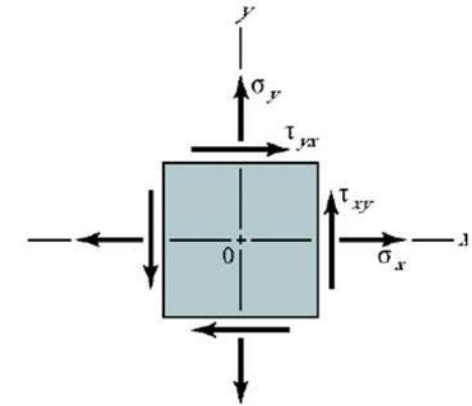
Nebrija
Universidad

MADRID

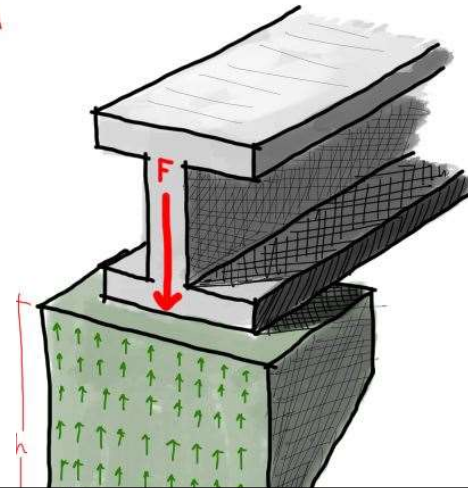
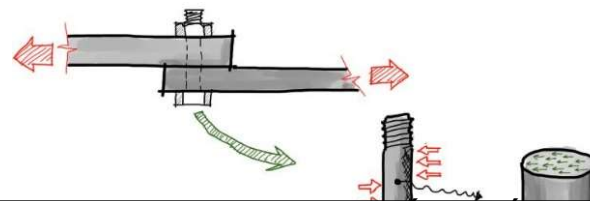
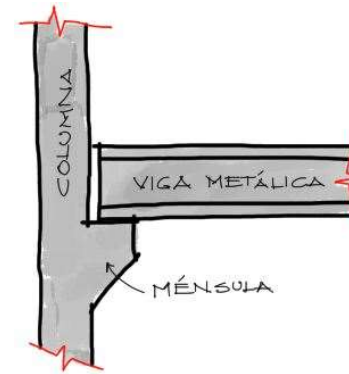
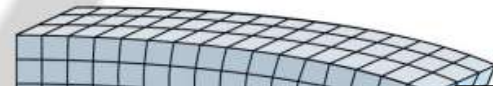
RESISTENCIA ESTÁTICA

5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

- Esfuerzos cortantes. Ej.



Viga sin deformar



Cartagena99

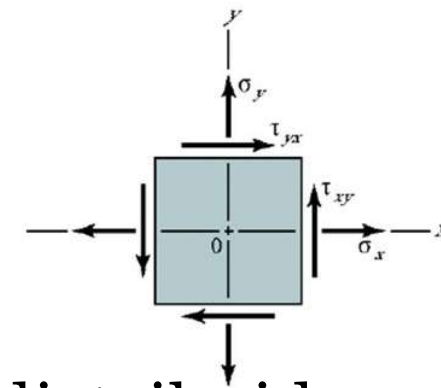
CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

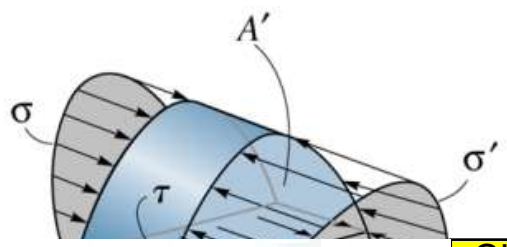
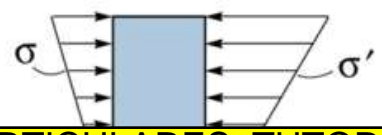
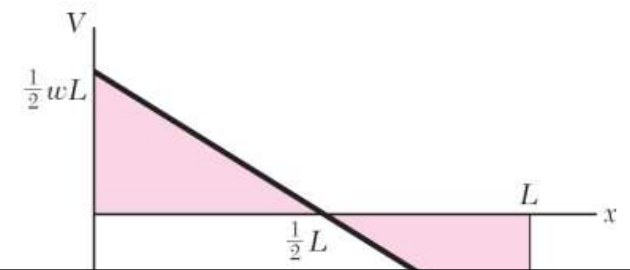
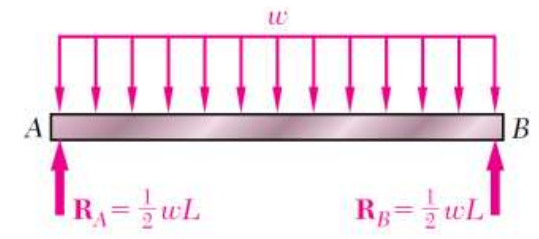
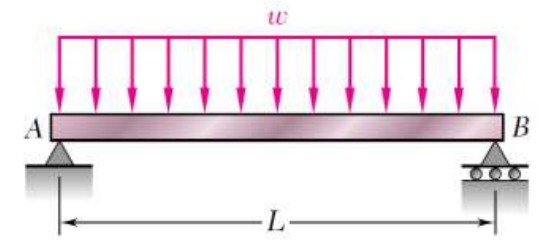
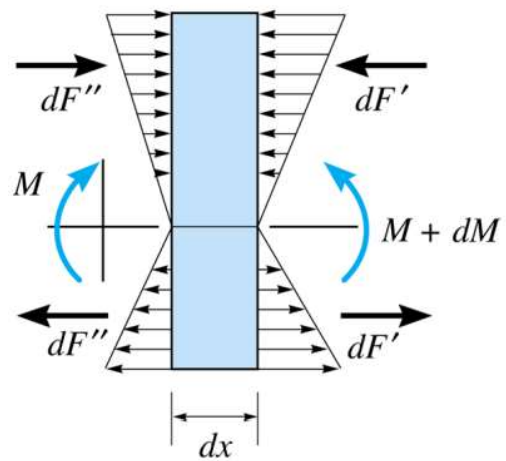
RESISTENCIA ESTÁTICA

5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

- Esfuerzos cortantes. Ej. Viga con carga distribuida.



$\Sigma F_x = 0$ satisfecha



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

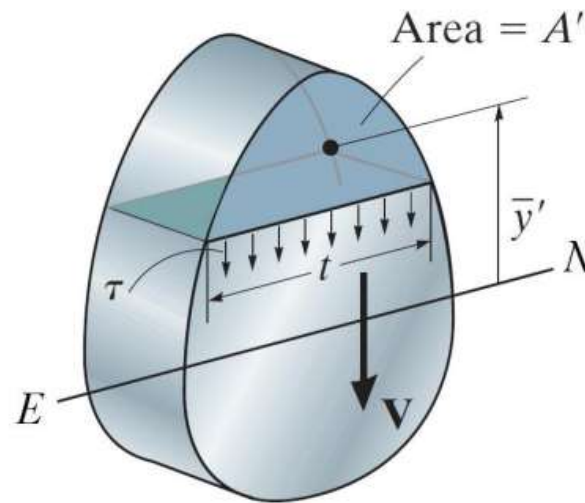
RESISTENCIA ESTÁTICA

5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS



- Esfuerzos cortantes

$$\tau = \frac{VQ}{It}$$



τ : Esfuerzo cortante en un punto de la sección transversal a una distancia y' del eje neutro [Pa]

Q : Fuerza cortante interna [N]

I : Momento de inercia de la sección transversal respecto al eje neutro [m^4].
 t : Espesor de la sección transversal en el punto considerado [m].
 y' : es la distancia al centroide de A' medida desde el eje neutro [m^3].

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS



- Esfuerzos cortantes.
Viga rectangular.

τ : Esfuerzo cortante en un punto de la sección transversal a una distancia y' del eje neutro [Pa]

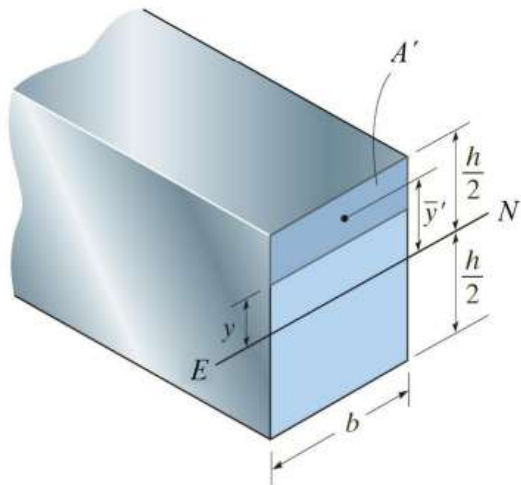
V : Fuerza cortante interna [N]

t : Ancho de la sección transversal medido en el punto donde τ es evaluado [m]

I : Momento de inercia de toda el área de la sección respecto al eje neutro [m^4]

$Q = \bar{y}' A'$, donde A' es la porción del área de la sección definida por el corte, \bar{y}' es la distancia al centroide de A' medida desde el eje neutro [m^3].

Sección transversal -



$$\tau = \frac{VQ}{It}$$

$$\tau = \frac{6V}{bh^3} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$

Si

$$y = \pm \frac{h}{2} \rightarrow \tau = 0$$



Viga sin deformar



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

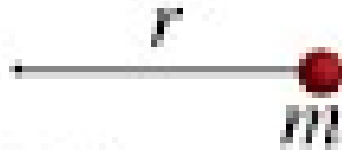
la sección transversal es parabólica.

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

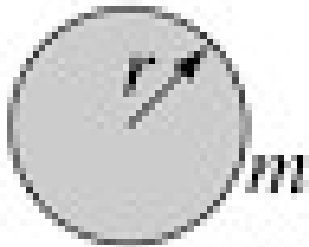
5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

○ Momento de Inercia.



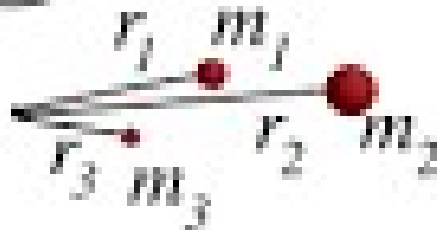
$$I = mr^2$$

Para una masa puntual el momento de inercia es el producto de la masa por el radio al cuadrado. Para una colección de masas puntuales (abajo) el momento de inercia es justo la suma de los momentos de inercia de las masas.



$$I = kmr^2$$

Para un objeto con un eje de simetría, el momento de inercia es una fracción del que tendría si toda la masa estuviera concentrada en el radio r.



$$I = \sum_i m_i r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots$$

Suma de los momentos de inercia de las masas puntuales



$$I = \int r^2 dm$$

Las distribuciones continuas de masas requieren una suma infinita de todos los momentos de masas puntuales que conforman el objeto entero. Esto se

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

- Momento de Inercia.



Cartagena99

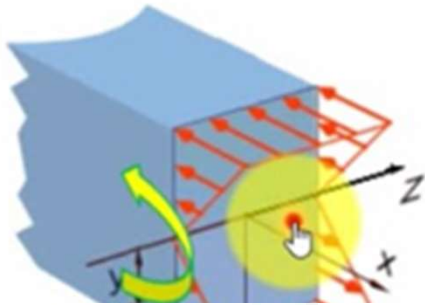
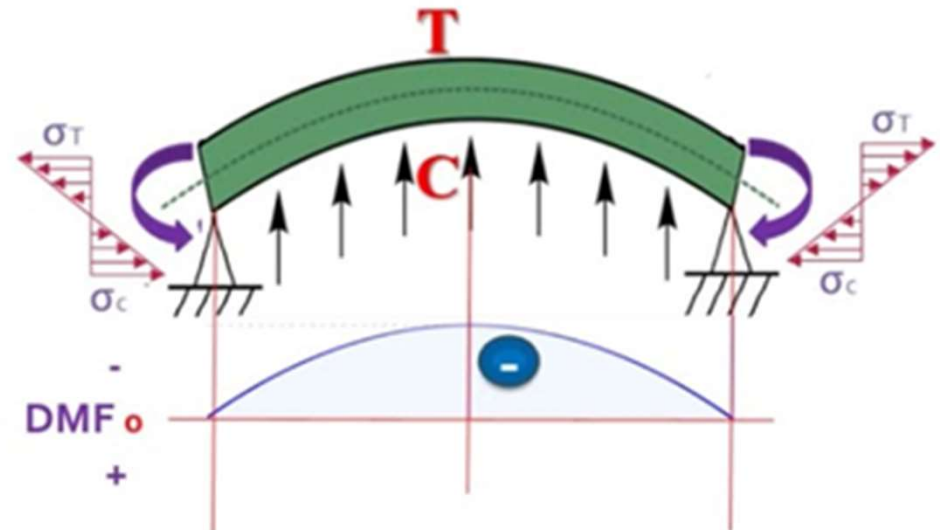
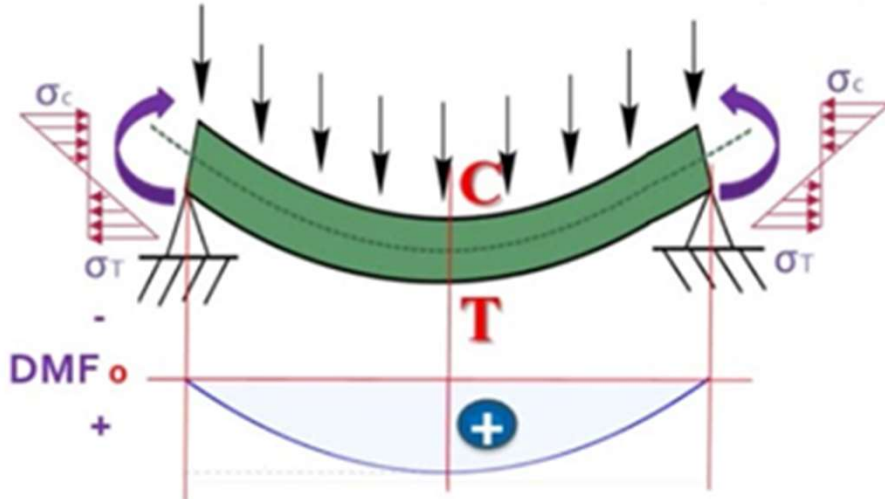
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

- Momento flector.



$$\sigma = \frac{My}{I}$$

M= momento flector

Y= Distancia medida desde la línea neutra.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

max

I

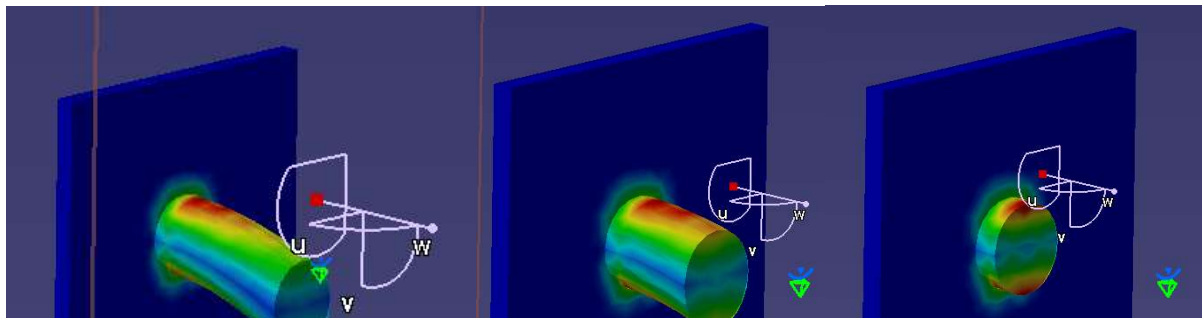
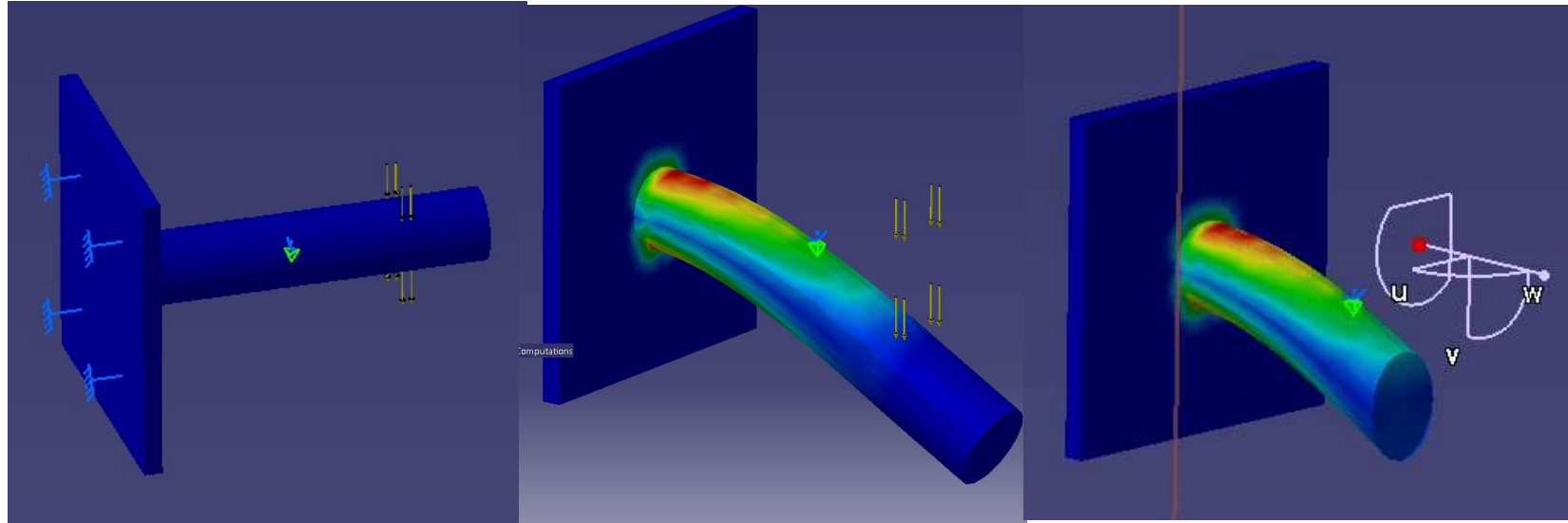
comp

tracción

En el eje neutro $\sigma = 0$

Cartagena99

EJ. FLEXIÓN.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

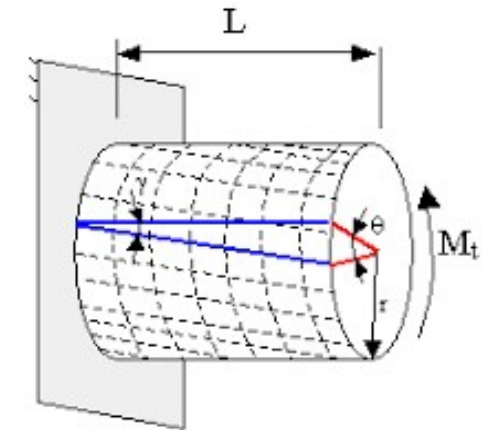
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

- Momento torsor.

TORSIÓN	FLEXIÓN
El momento torsor T está aplicado en un plano perpendicular al eje de la barra.	El momento flector M está aplicado en un plano que contiene al eje de la barra.
$\tau = \frac{T \cdot r}{I_0}$	$\sigma = \frac{M \cdot y}{I_{XX}}$
$\tau_{max} = \frac{T \cdot R}{I_0}$	$\sigma_{max} = \frac{M \cdot y}{I_{XX}}$



$$\mathbf{T}_{tor} = \begin{bmatrix} 0 & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & 0 & 0 \\ \tau_{xz} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\int \tau_{zx} d\Omega = 0$$

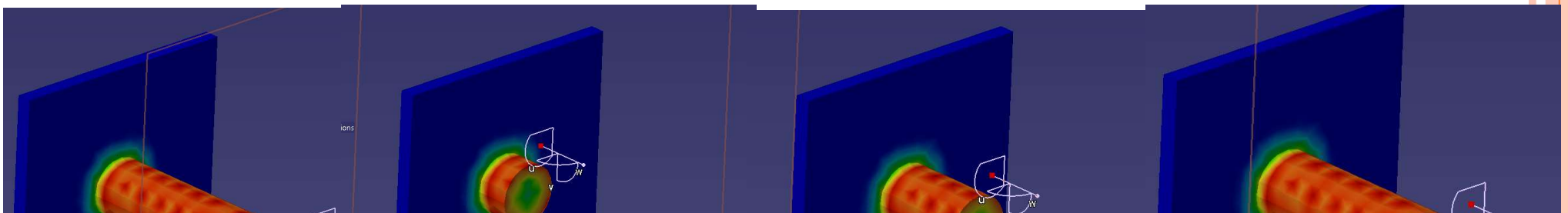
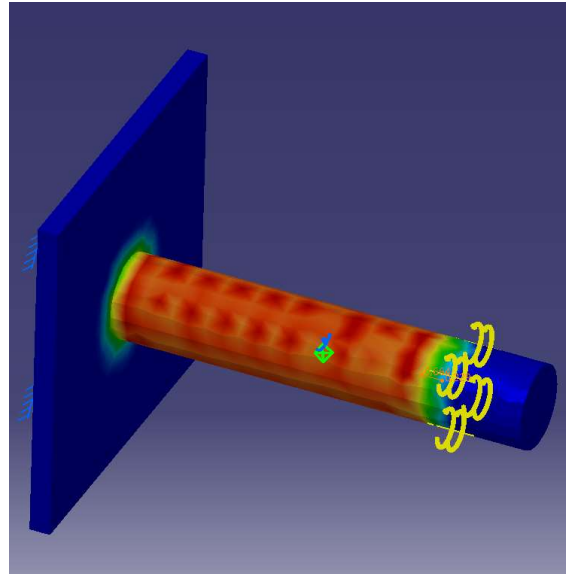
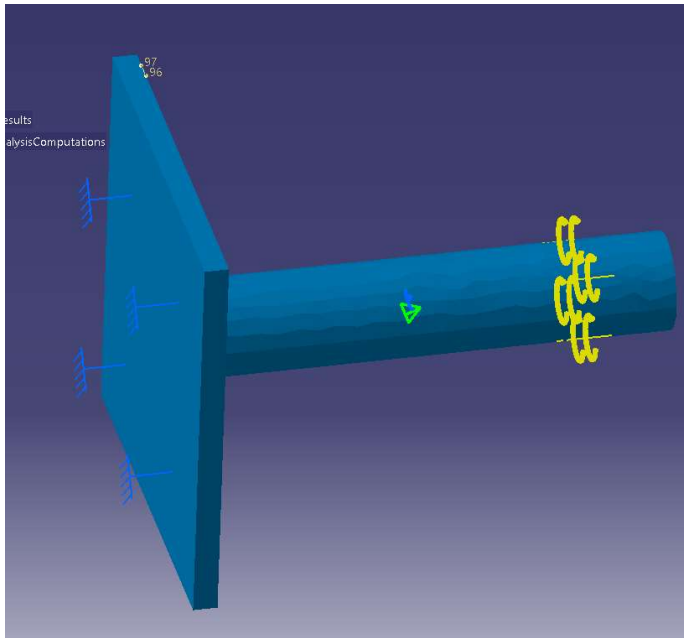
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

$$\int (\tau_{zx} y + \tau_{zy} x) d\Omega = Mt$$

EJ. TORSION.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

1. CARGAS. ESTADO TENSIONAL.

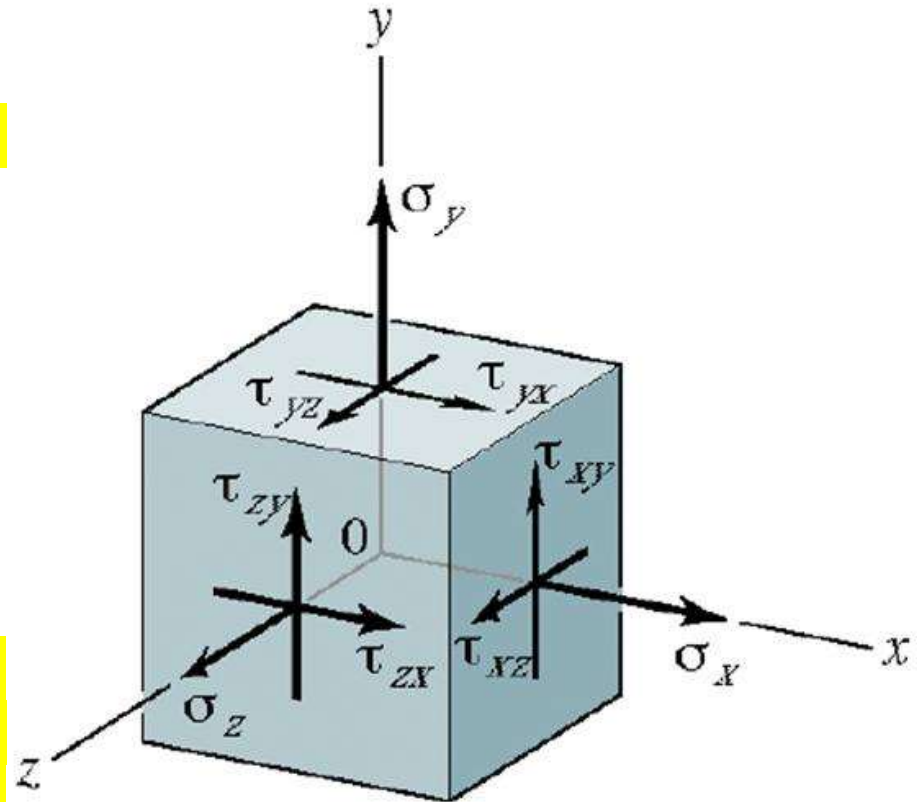
Estado tensional (esfuerzos)

Para el estudio consideramos un cubo de lado, dx , dy y dz .

Esfuerzos superficiales de caras son cargas repartidas uniformemente. Por tanto, la resultante de una cara pasa por el **cdg** de la propia cara.

Esfuerzos de volumen despreciables (dx, dy, dz)

El cubo esta en equilibrio. Las fuerzas en caras contrarias son iguales en modulo pero de signo contrario. Como el área es la misma en



Cartagena99

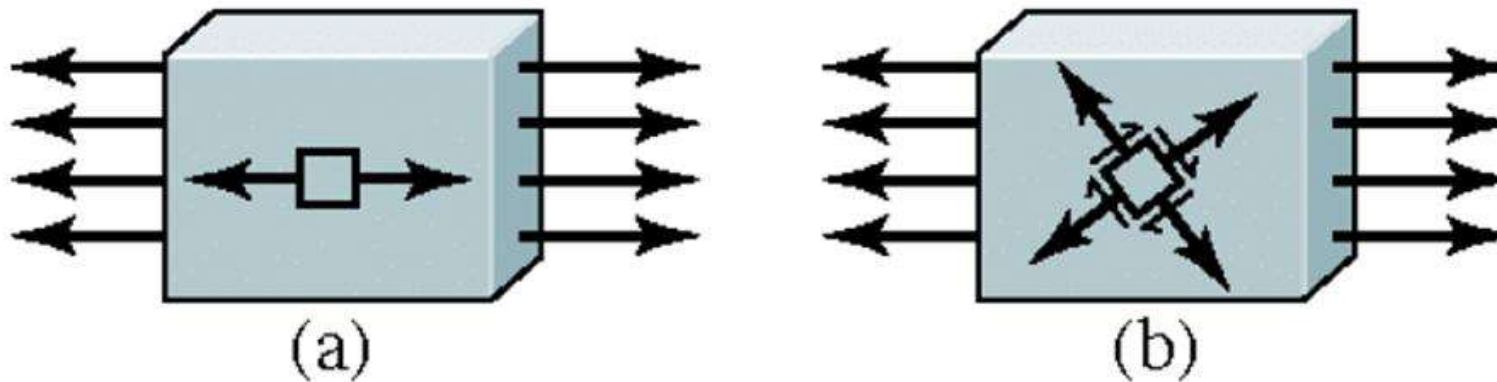
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

1. CARGAS. ESTADO TENSIONAL.

Tensiones equivalentes



(a) Tensiones elementales en la dirección de la aplicación del esfuerzo.

Cartagena99

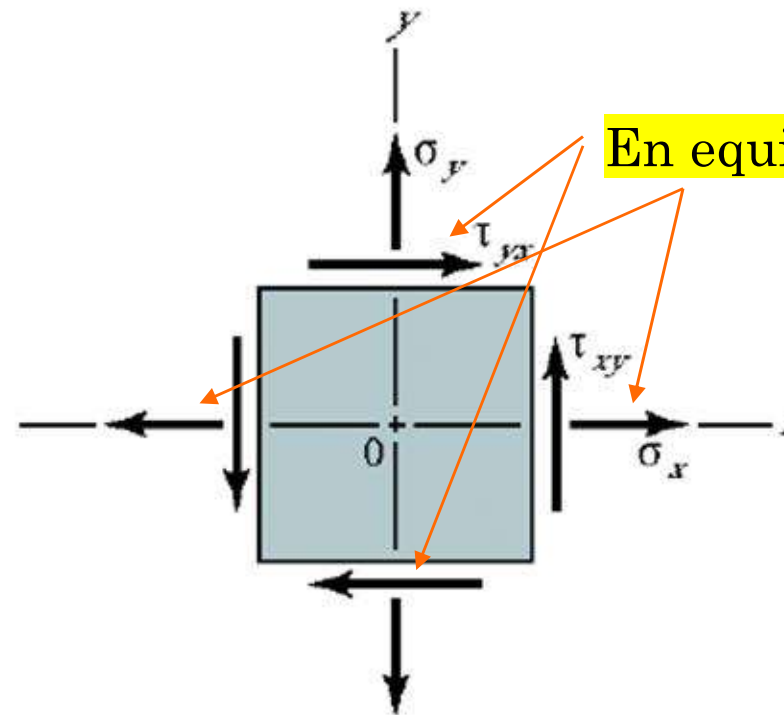
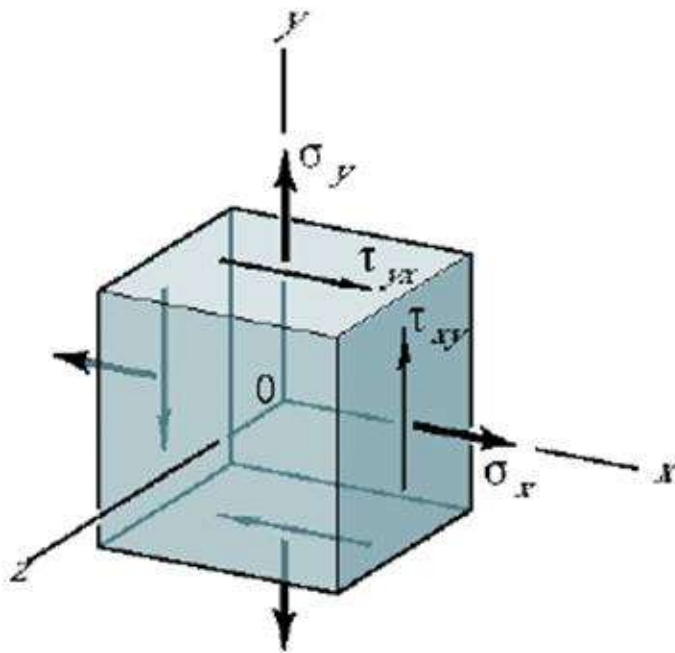
CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

1. CARGAS. ESTADO TENSIONAL.

Estado plano de tensiones



Cartagena99

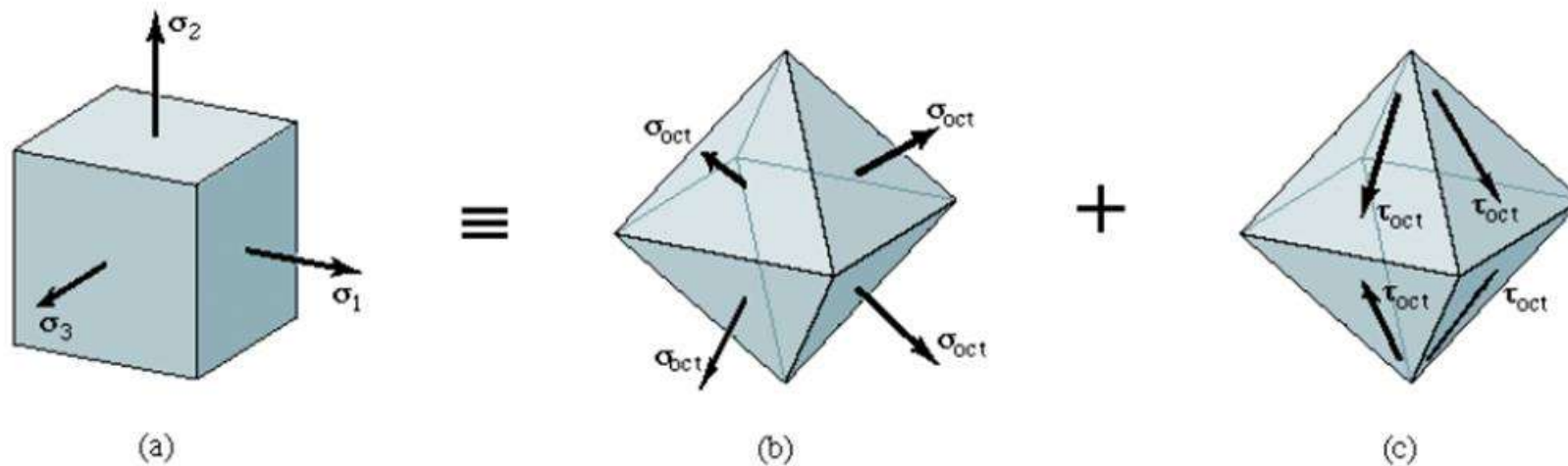
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

3. TENSIONES OCTAÉDRICAS

Representación octaédrica de tensiones



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

1. CARGAS. ESTADO TENSIONAL

$$[T] = \begin{pmatrix} \sigma_{nx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{ny} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{nz} \end{pmatrix}$$

○ Matriz de Tensiones

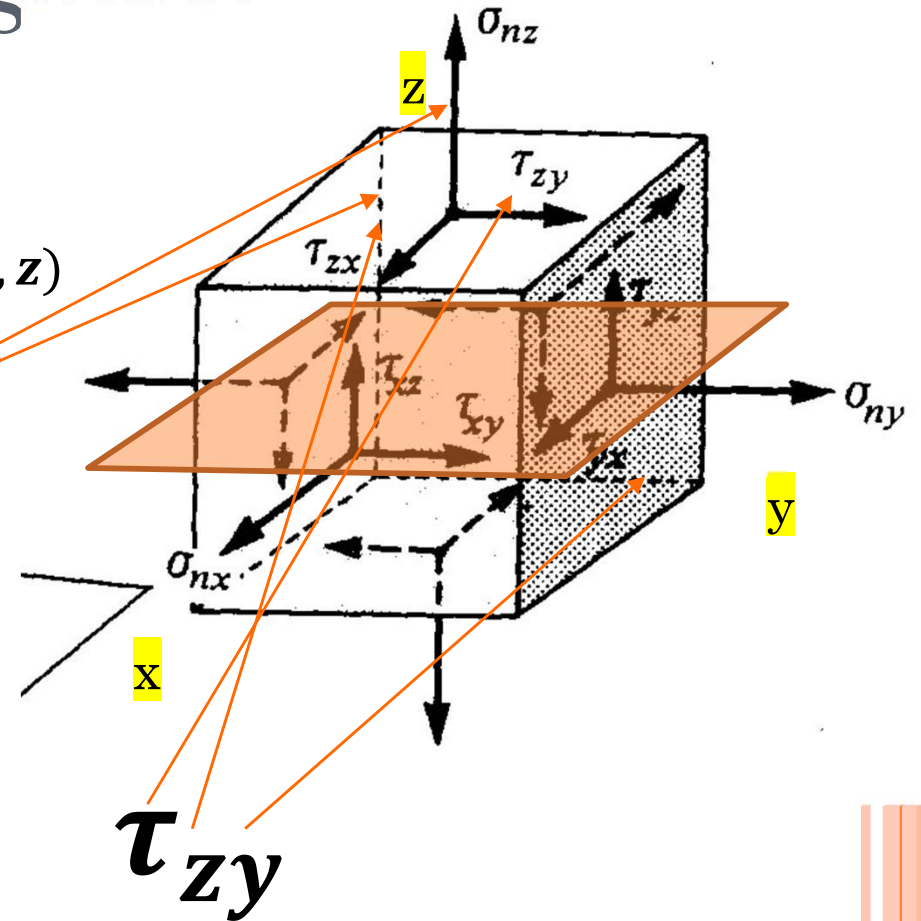
σ_{ni} ($i = x, y, z$) o recortando σ_i ($i = x, y, z$)

○ Esfuerzo normal i designa el eje al que es paralelo el esfuerzo normal. σ_z

τ_{ij} ($i, j = x, y, z$) donde $i \neq j$

○ Esfuerzo tangencial

- i – indica la dirección de la normal al plano en que se encuentra.
- j – la dirección del eje al cual es paralelo



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Nebrija
Universidad

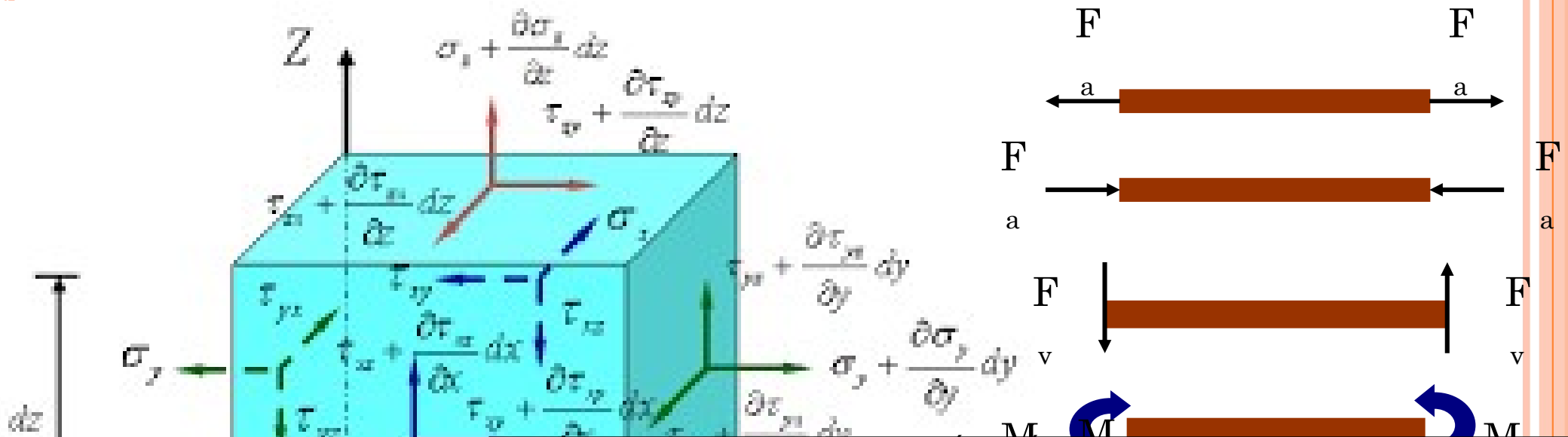
MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

1. CARGAS. CRITERIO DE SIGNOS.

Los **esfuerzos normales o tangenciales** en las **caras vistas** (ejes **continuos**) del modelo serán **positivas** si su sentido coincide con el del **eje** al que son paralelos.

Los **esfuerzos normales y tangenciales** en las **caras ocultas** (ejes **discontinuos**) del modelo serán **positivos** si su sentido es opuesto al del



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

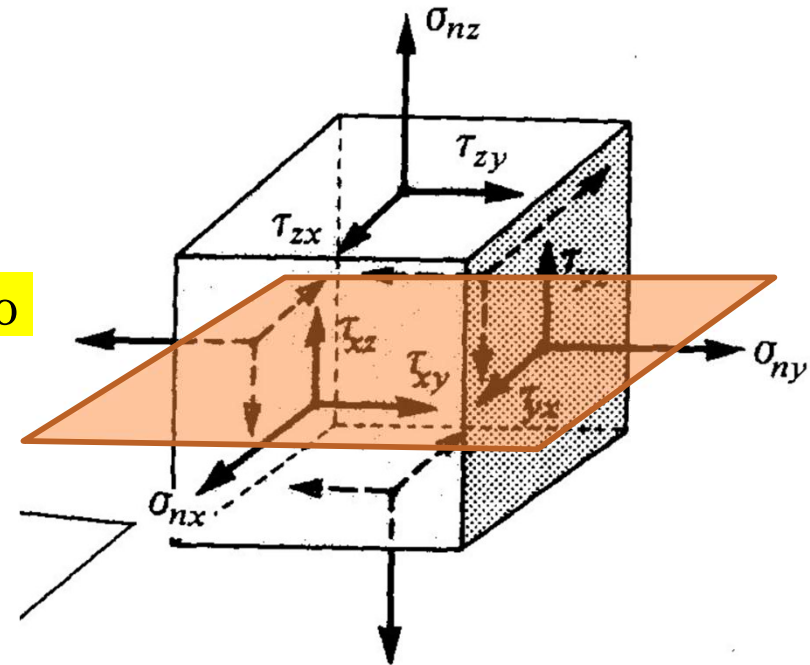
RESISTENCIA ESTÁTICA

1. CARGAS. ESTADO TENSIONAL.

○ Matriz de Tensiones

Las tensiones tangenciales generan momentos con brazo $di/2$. En equilibrio $M=0$ lo que implica:

$$2\tau_{xy}dydz = 2\tau_{yx}dxdz \frac{dy}{2}$$



$$\tau_{xy} = \tau_{yx}; \tau_{xz} = \tau_{zx}; \tau_{yz} = \tau_{zy}$$

Cartagena99

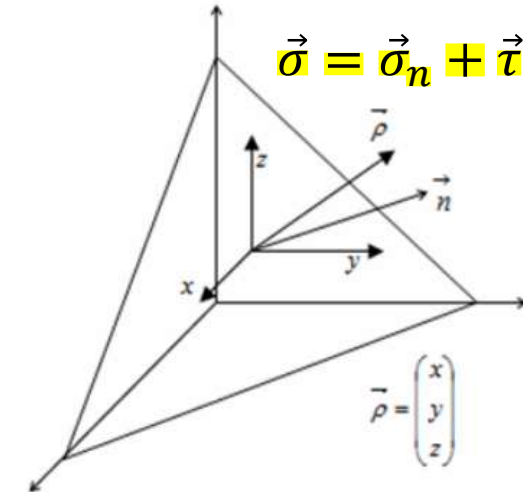
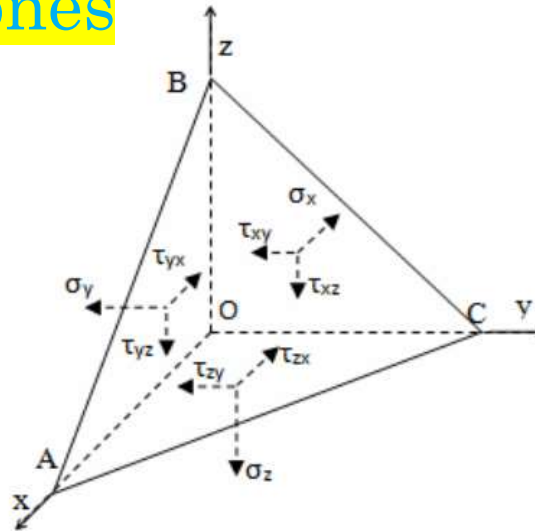
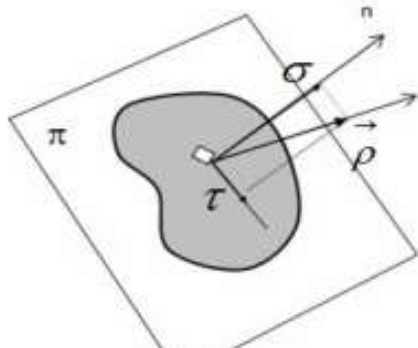
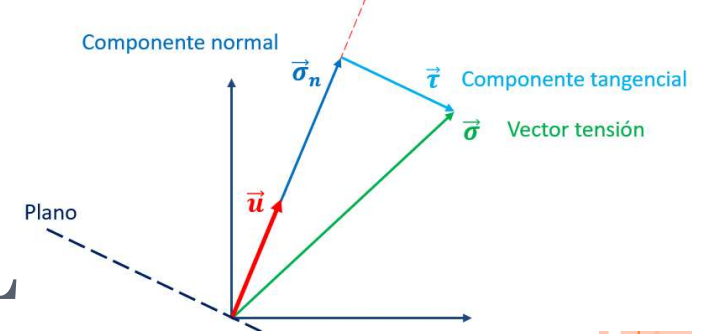
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

1. CARGAS. ESTADO TENSIONAL

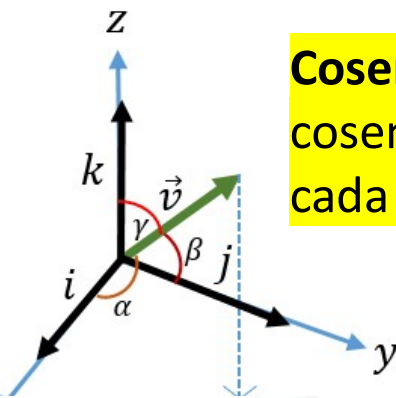
o Matriz de Tensiones



$$\vec{\sigma} = \vec{\sigma}_n + \vec{\tau}$$

$$\vec{\rho} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Cosenos directores de un vector son los cosenos de los ángulos que forma el vector con cada ejes coordenado. Además se cumple:

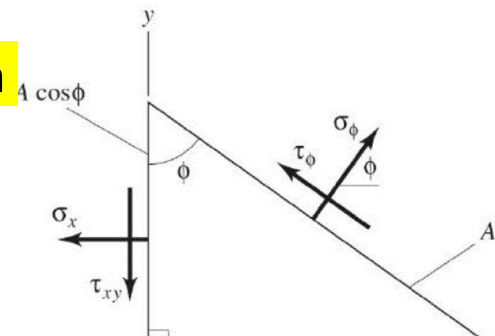


$$\cos \alpha = \frac{A_x}{A}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



RESISTENCIA ESTÁTICA

1. CARGAS. ESTADO TENSIONAL.

○ Matriz de Tensiones

Las ecuaciones que se obtienen son:

$$\sigma_x = \sigma_{nx} \cos \alpha + \tau_{xy} \cos \beta + \tau_{xz} \cos \gamma$$

$$\sigma_y = \tau_{xy} \cos \alpha + \sigma_{ny} \cos \beta + \tau_{yz} \cos \gamma$$

$$\sigma_z = \tau_{xz} \cos \alpha + \tau_{yz} \cos \beta + \sigma_{nz} \cos \gamma$$

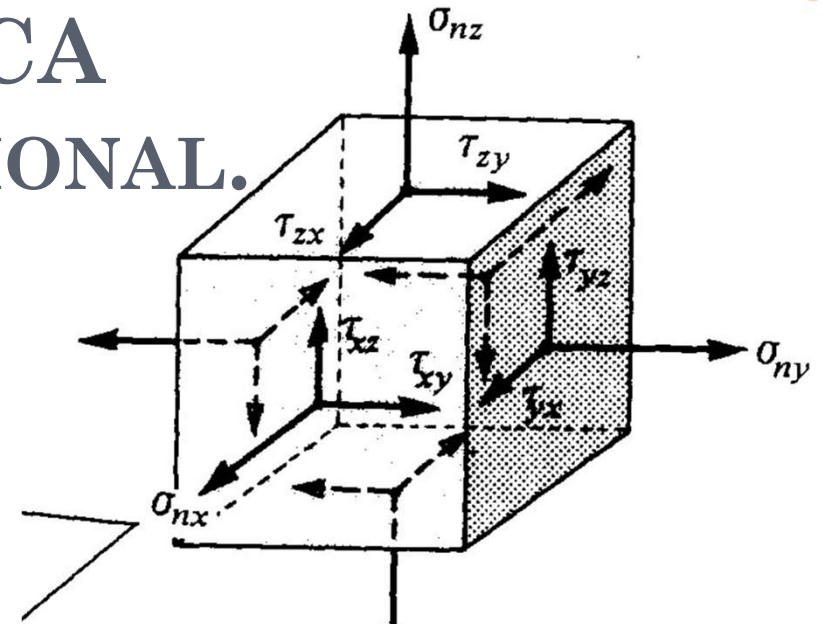
$$[\vec{\sigma}] = [T][\vec{u}]$$

donde

$[\vec{\sigma}]$ es el vector tensión asociado a un plano

$[T]$ es la matriz de tensiones.

$[\vec{u}]$ es el vector unitario normal al plano



$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{nx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{ny} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{nz} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{pmatrix}$$

$$\vec{\sigma} = \sigma_x \vec{i} + \sigma_y \vec{j} + \sigma_z \vec{k}$$

$$[T] = \begin{pmatrix} \sigma_{nx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{ny} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{nz} \end{pmatrix}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$$



Nebrija
Universidad

MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

1. CARGAS. ESTADO TENSIONAL.

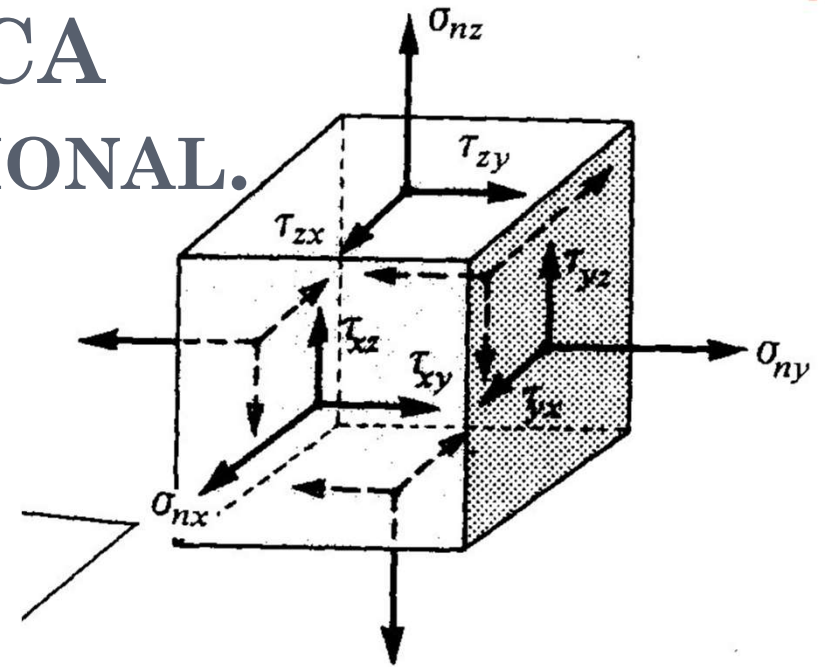
○ Matriz de Tensiones

Las ecuaciones que se obtienen son:

$$\sigma_x = \sigma_{nx} \cos \alpha + \tau_{xy} \cos \beta + \tau_{xz} \cos \gamma$$

$$\sigma_y = \tau_{xy} \cos \alpha + \sigma_{ny} \cos \beta + \tau_{yz} \cos \gamma$$

$$\sigma_z = \tau_{xz} \cos \alpha + \tau_{yz} \cos \beta + \sigma_{nz} \cos \gamma$$



$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{nx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{ny} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{nz} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{pmatrix}$$

$$[T] = \begin{pmatrix} \sigma_{nx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{ny} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{nz} \end{pmatrix} \rightarrow$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

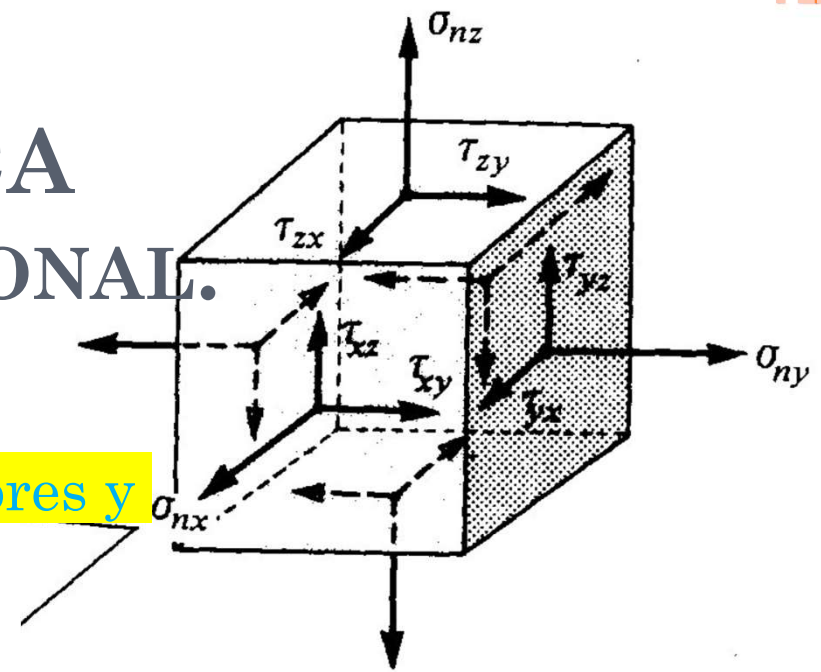
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

1. CARGAS. ESTADO TENSIONAL.

- Tensiones principales y direcciones principales. Problema algebra autovalores y autovectores. Diagonalización.



$$[\vec{\sigma}] = [T] [\vec{u}]$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{nx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{ny} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{nz} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \cos\beta \\ \cos\gamma \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \cos\beta \\ \cos\gamma \end{pmatrix}$$

$$[T - \sigma I][\vec{u}] = [\vec{0}]$$

$$\begin{vmatrix} \sigma_{nx} - \sigma & \tau_{xy} \\ \tau_{xz} & \sigma_{ny} - \sigma \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \tau_{xz} & \tau_{yz} \\ \tau_{yz} & \sigma_{nz} - \sigma \end{vmatrix}$$

las tensiones principales son invariantes

Son los autovalores.

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

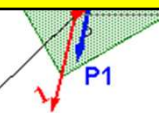
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$$-\sigma^3 + I_1\sigma^2 - I_2\sigma + I_3 = 0$$

nuevo sistema de referencia.



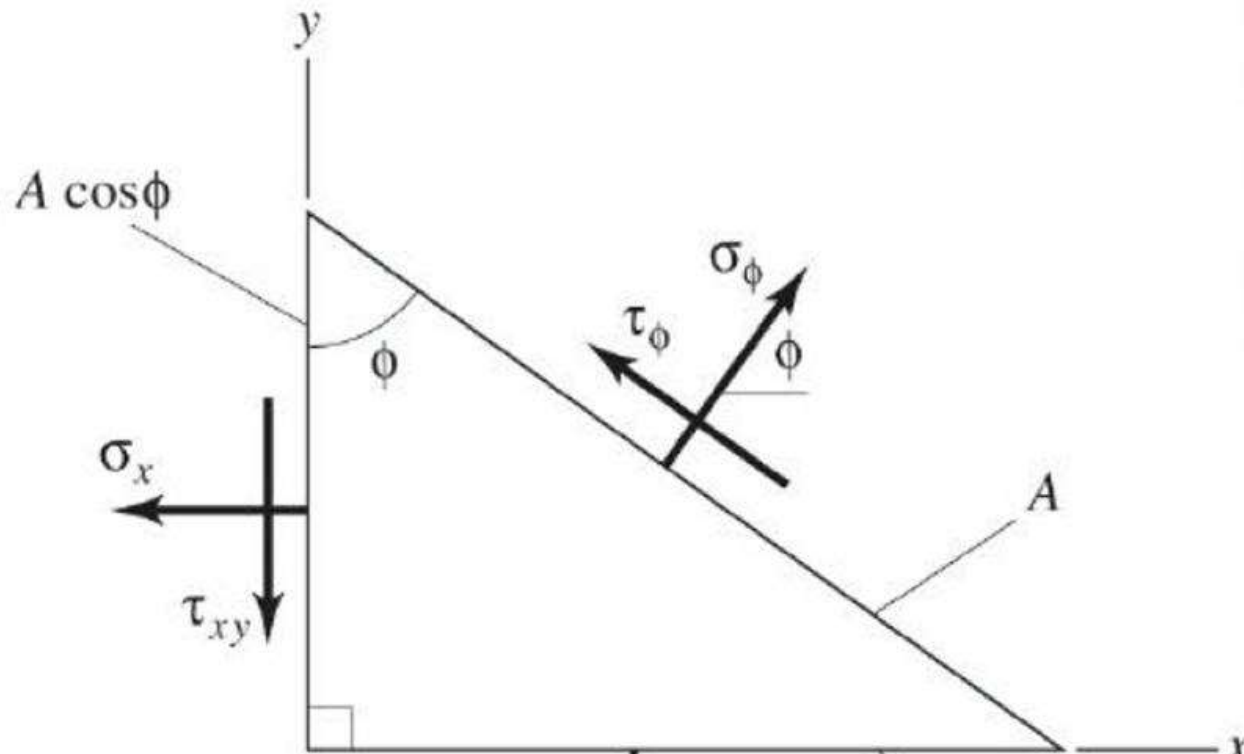
Nebrija
Univers



RESISTENCIA ESTÁTICA

1. CARGAS. ESTADO TENSIONAL.

Tensiones en un plano oblicuo



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

4. DEFORMACIONES

○ Matriz de Deformaciones

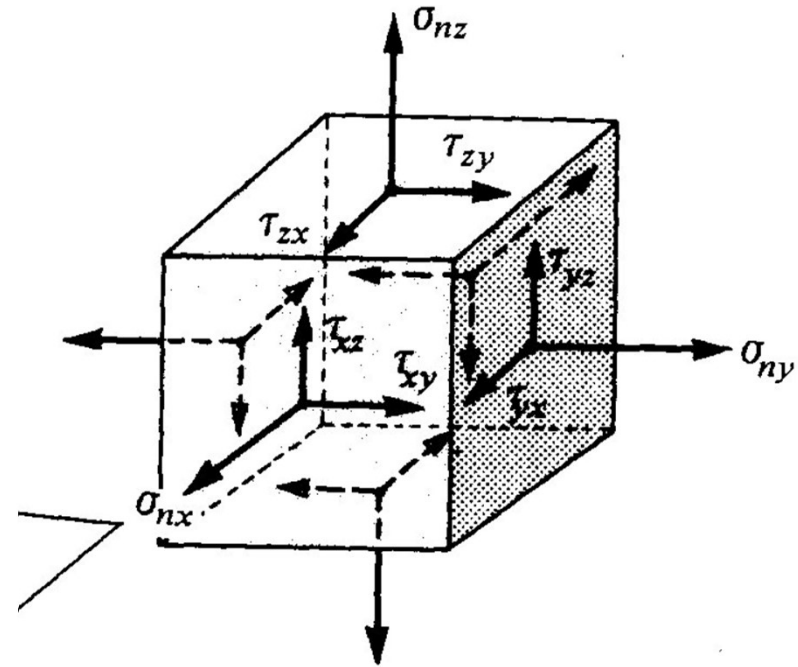
$$[D] = \begin{pmatrix} \epsilon_x & \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \frac{1}{2} \gamma_{xz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \epsilon_y & \frac{1}{2} \gamma_{yz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{xz} & \frac{1}{2} \gamma_{yz} & \epsilon_z \end{pmatrix}$$

Def. longitudinales

$\frac{\partial u}{\partial x}$

$\frac{\partial v}{\partial y}$

$$\gamma_{xy} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad \gamma_{xz} = \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$



Def. angulares

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}$



Nebrija
Universidad

MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

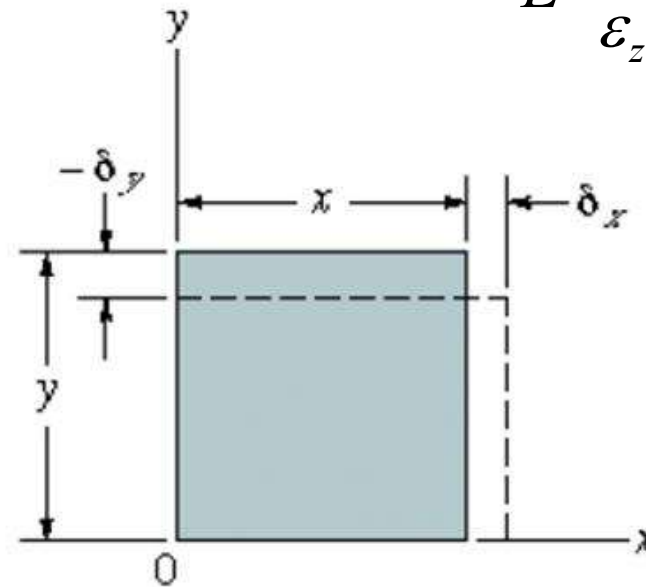
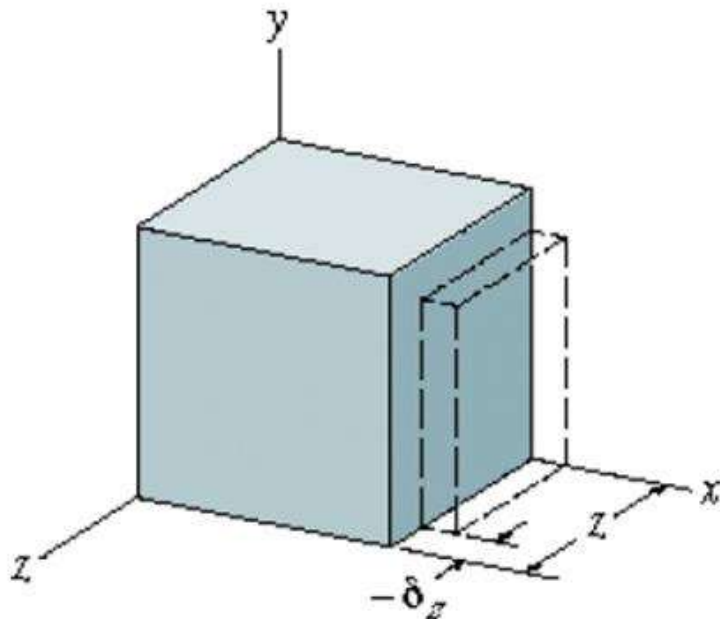
4. DEFORMACIONES

Deformaciones Normales

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\varepsilon_y = -\mu \cdot \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\varepsilon_z = -\mu \cdot \frac{\sigma_x}{E}$$



Cartagena99

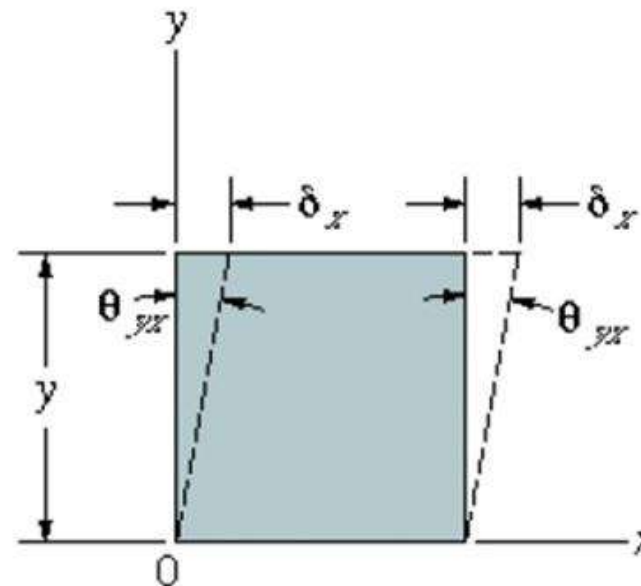
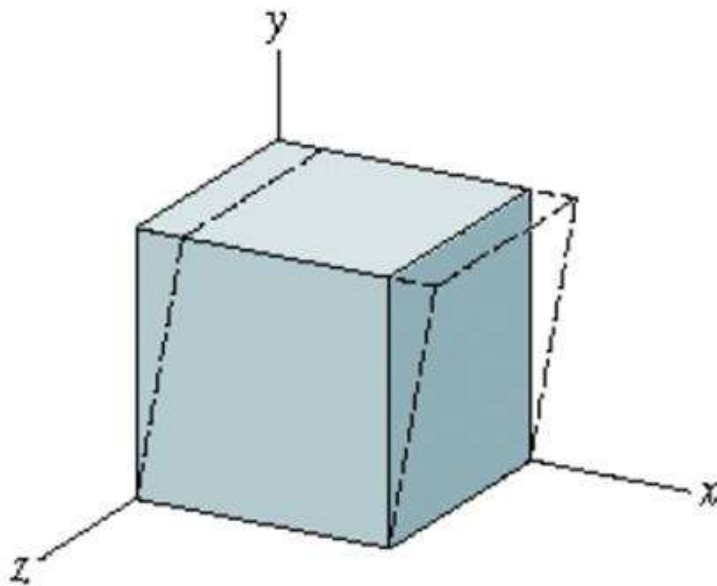
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

4. DEFORMACIONES

Deformaciones cortantes



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$2(1 + \mu)$

γ

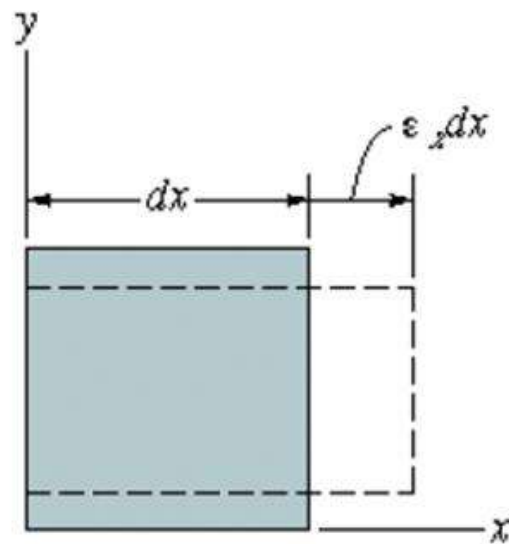
Nebrija
Universidad

MADRID

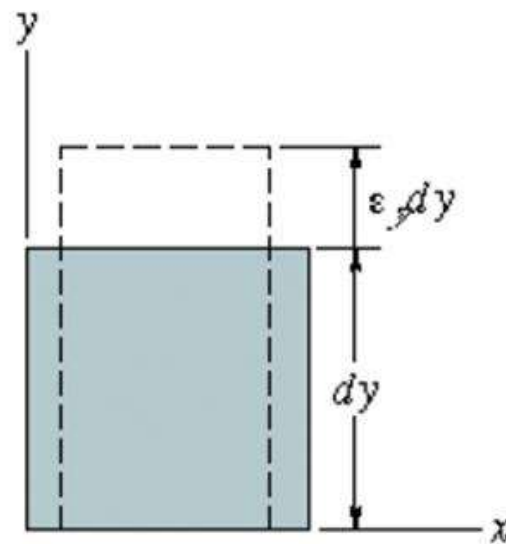
RESISTENCIA ESTÁTICA

4. DEFORMACIONES

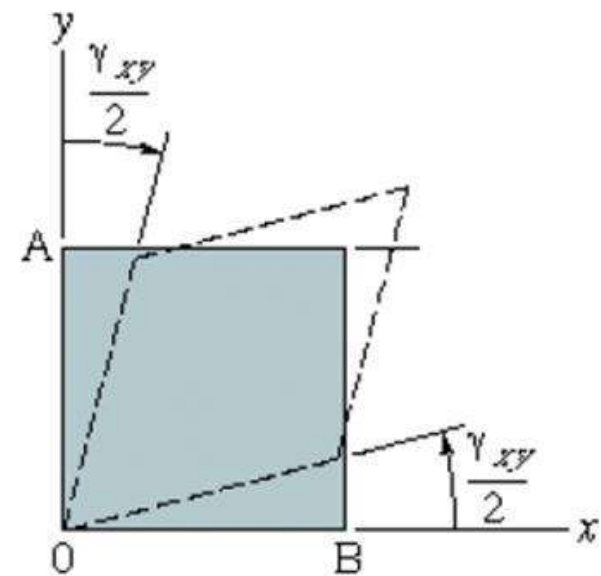
Deformaciones planas



(a)



(b)



(c)

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

- Tensiones y deformaciones principales
 - El estado tensional de una partícula muy pequeña se puede representar mediante un sistema de coordenadas de tal forma que las **tensiones tangenciales sean cero y sólo haya tensiones normales.**
 - Tensiones principales:

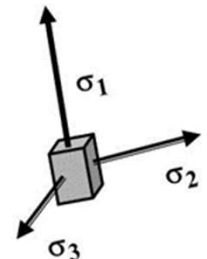
$$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$$

$$\sigma_{XYZ} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

4.3.- Tensiones y direcciones principales

$$\begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{vmatrix} \quad \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

Direcciones principales



$$Z \uparrow \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad \left| \begin{array}{ccc|c} \sigma_1 & 0 & 0 & \alpha \\ \hline x & & & \end{array} \right| \quad x = \alpha \sigma_1$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

$\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_3$

RESISTENCIA ESTÁTICA

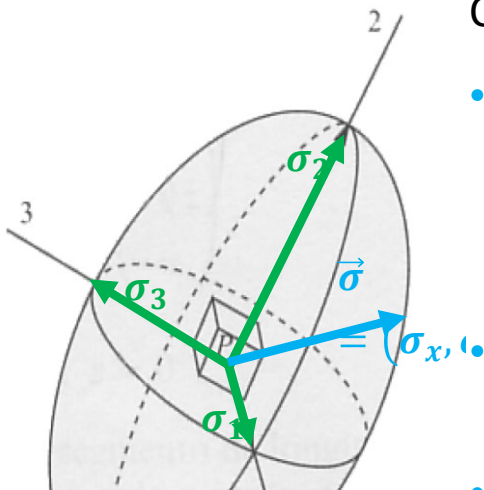
5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

$$\left(\frac{\sigma_x}{\sigma_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_z}{\sigma_3}\right)^2 = 1$$

- **Elipsoide LAME.** Los **semiejes** de este elipsoide tienen por valor el de las tensiones principales. Puntos superficies son extremos de vectores de tensión con origen en (0,0,0).
O sea, vector $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$.

Casos:

- $\sigma_1 = \sigma_2 \neq \sigma_3 \rightarrow$ **Elipsoide de revolución.** Dirección principal asociada a σ_3 . Las otras dos direcciones indeterminadas. Son perpendiculares en un plano normal a la dirección principal de σ_3 . Ej. **Un cilindro a tracción por las caras planas.**
- $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 \rightarrow$ **Esfera.** Cualquier dirección es dirección principal. Ej. **Esfera sumergida en liquido.**



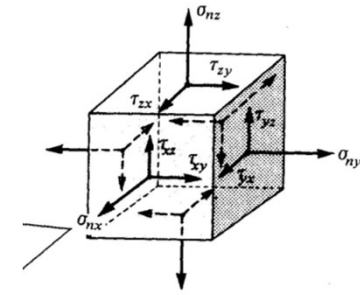
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS



- Tensiones y deformaciones principales
 - Las direcciones que definen este sistema de coordenadas se denomina **direcciones principales**.
 - De igual forma se tendrían las **deformaciones principales** (sólo deformaciones longitudinales, sin deformaciones angulares)

$$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$$

$$[D] = \begin{pmatrix} \epsilon_x & \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \frac{1}{2} \gamma_{xz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \epsilon_y & \frac{1}{2} \gamma_{yz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{xz} & \frac{1}{2} \gamma_{yz} & \epsilon_z \end{pmatrix}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

OX

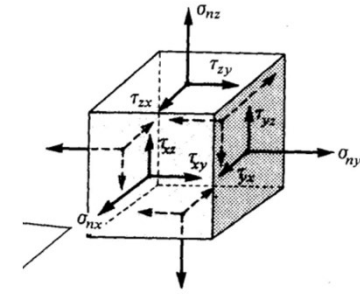


Nebrija
Universidad

MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS



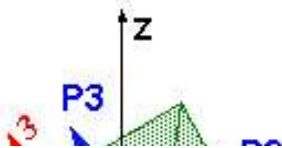
○ Tensiones y deformaciones principales

- Las direcciones que definen este sistema de coordenadas se denomina **direcciones principales**.
- De igual forma se tendrían las **deformaciones principales** (sólo deformaciones longitudinales. sin deformaciones angulares)

Def. longitudinales

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$[D] = \begin{pmatrix} \epsilon_x & \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \frac{1}{2} \gamma_{xz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \epsilon_y & \frac{1}{2} \gamma_{yz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{xz} & \frac{1}{2} \gamma_{yz} & \epsilon_z \end{pmatrix}$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

(dx dy) (ox oz)



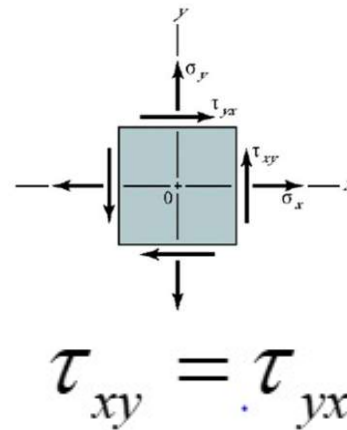
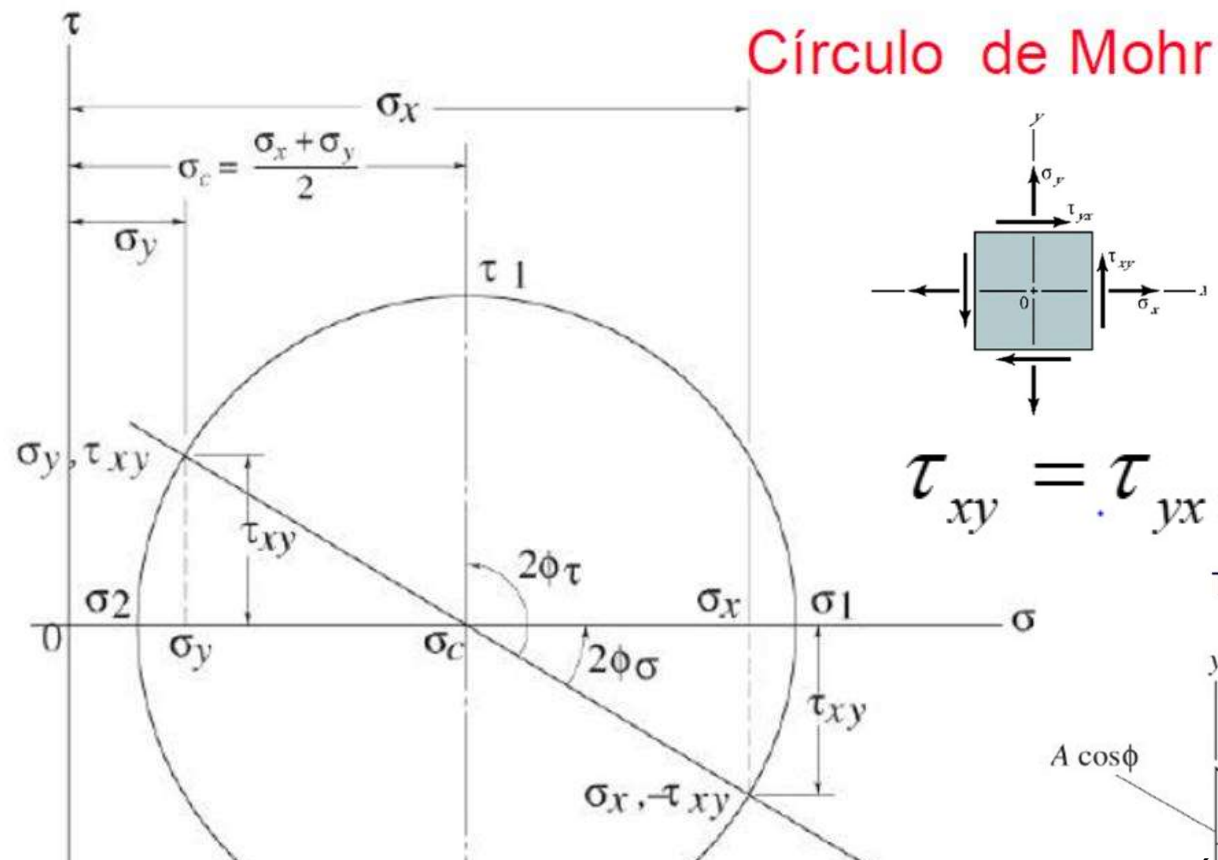
Nebrija
Universidad

MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

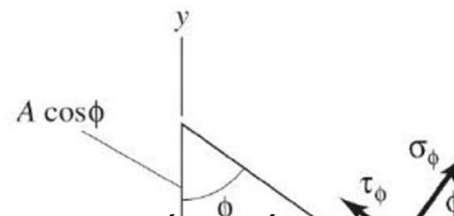
2. CÍRCULO DE MOHR CAMBIO DE ORDEN

APUNTES.



- El círculo de Mohr es una representación gráfica del estado tensional de un elemento del material de la pieza que se está considerando.

Tensiones en un plano oblicuo



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

2. CÍRCULO DE MOHR

Las tensiones normales σ y tangenciales τ y las resultantes p en los planos inclinados de las secciones se determinan:

a. PLANO PARALELO AL EJE III.
(la normal del plano \in plano I – II)

$$\sigma = \sigma_1 \cdot \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cdot \sin^2 \alpha_1$$

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \sin(2 \cdot \alpha_1)$$

$$p = \sqrt{(\sigma^2 + \tau^2)}$$

b. PLANO PARALELO AL EJE II.
(la normal del plano \in plano I – III)

$$\sigma = \sigma_1 \cdot \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3 \cdot \sin^2 \alpha_2$$

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \sin(2 \cdot \alpha_2)$$

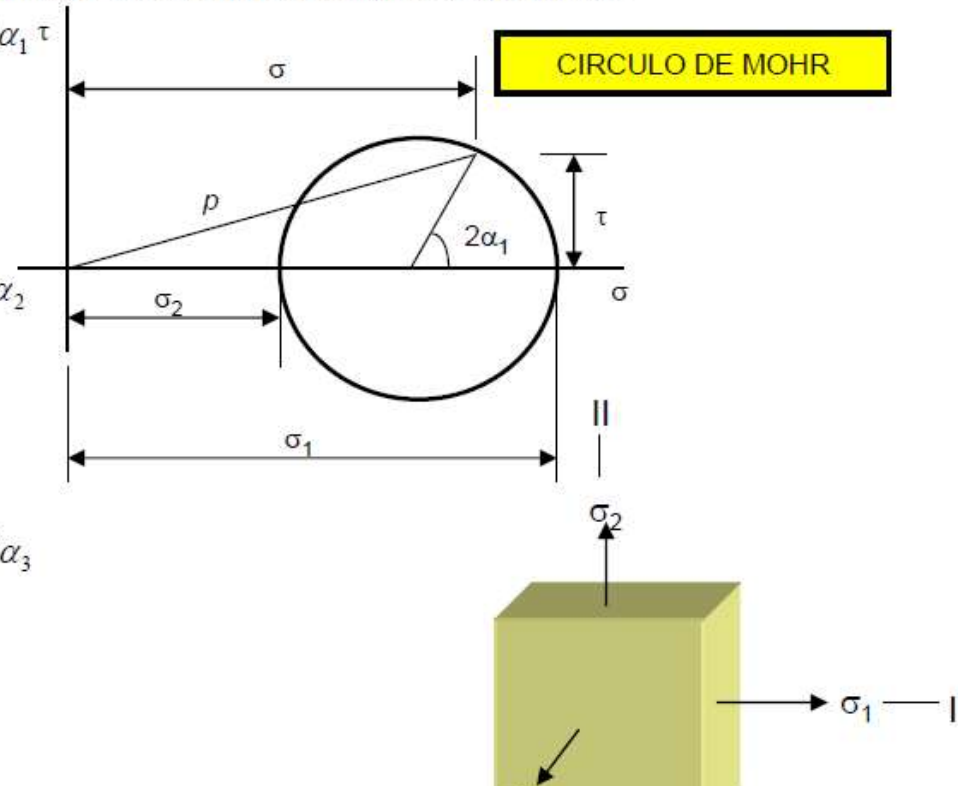
$$p = \sqrt{(\sigma^2 + \tau^2)}$$

c. PLANO PARALELO AL EJE I.
(la normal del plano \in plano II – III)

$$\sigma = \sigma_2 \cdot \cos^2 \alpha_{32} + \sigma_3 \cdot \sin^2 \alpha_3$$

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \sin(2 \cdot \alpha_3)$$

$$p = \sqrt{(\sigma^2 + \tau^2)}$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

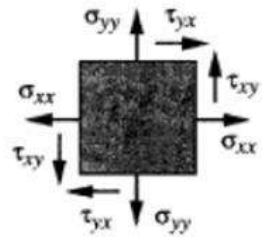
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

2. CÍRCULO DE MOHR

ESTADO TENSIONAL PLANO (i)

ESTADO TENSIONAL POSITIVO

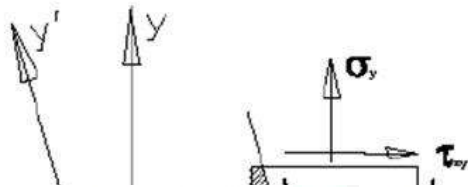
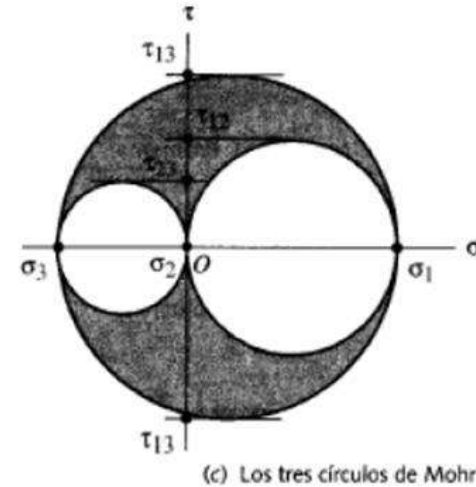
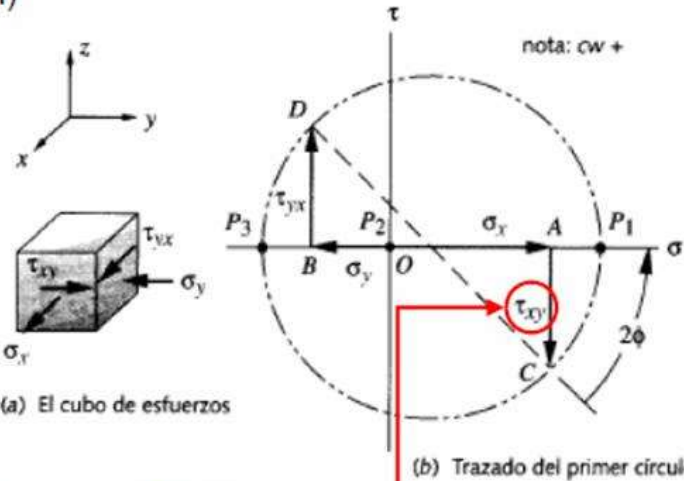


$$\sigma_x \geq 0$$

$$\sigma_y \leq 0$$

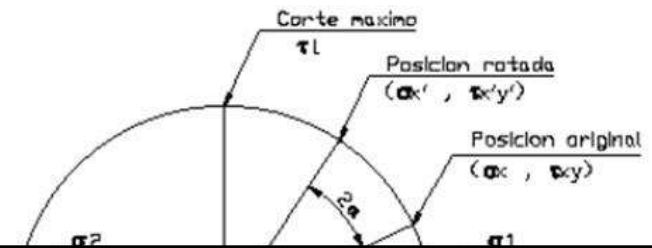
$$\tau_{xy} \geq 0$$

(PROVOCA GIRO EN EL SENTIDO CONTRARIO A LAS AGUJAS DEL RELOJ)



Centro en : $x = (\sigma_x + \sigma_y)/2 ; y = 0$

Radio de : $r^2 = \tau_{xy}^2 + ((\sigma_x - \sigma_y)/2)^2$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

2. CÍRCULO DE MOHR

TENSIONES PRINCIPALES

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

$$C = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$$

$$r = \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2} = \tau_{\max}$$

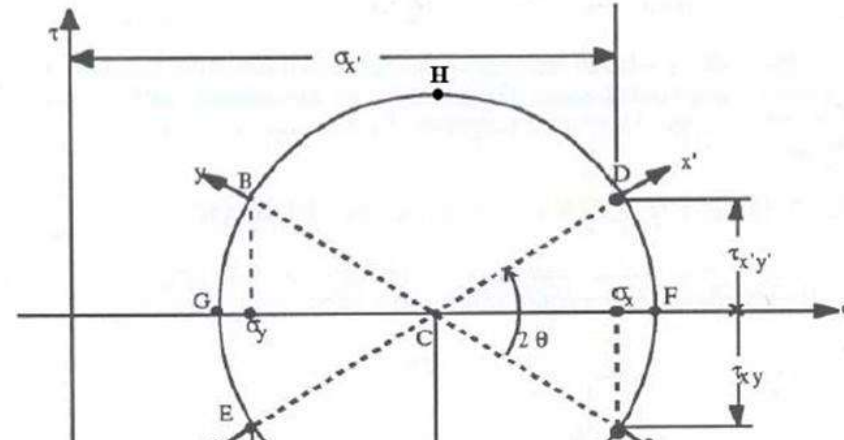
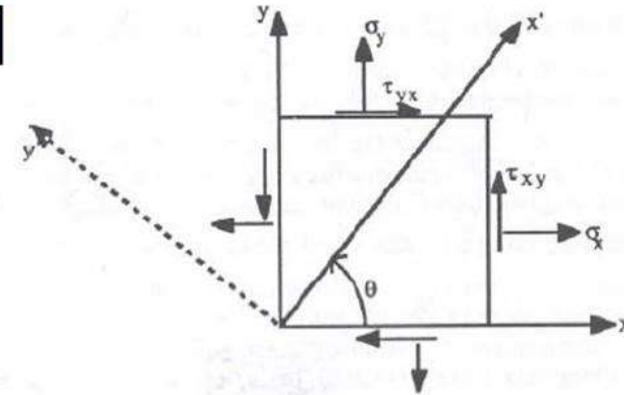
TENSIÓN DE CORTADURA MÁXIMA

$$\tau_{\max} = \pm \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \tau_{\max}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \tau_{\max}$$

$$\tan 2\theta = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}$$



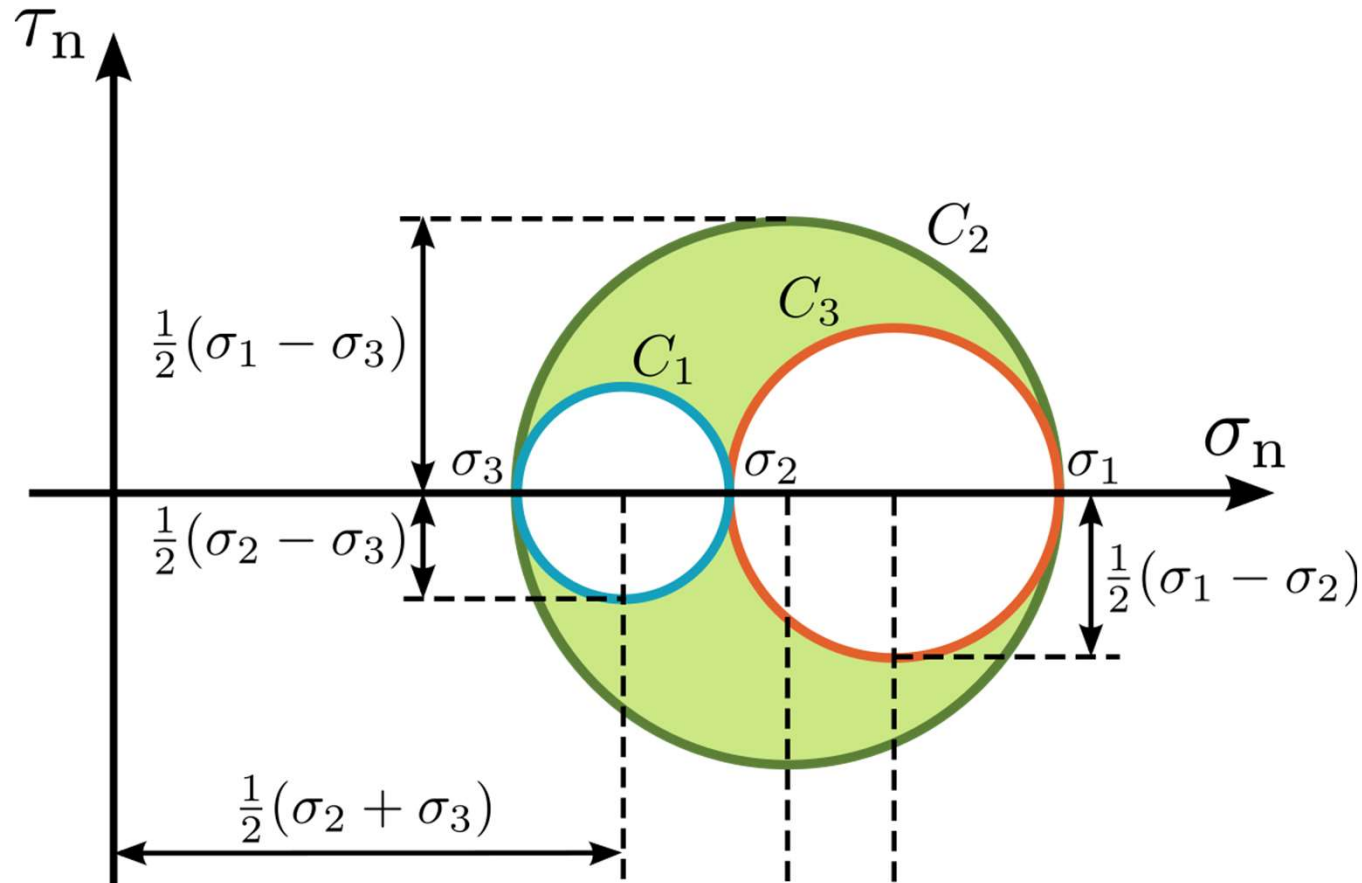
CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

2. CÍRCULO DE MOHR



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

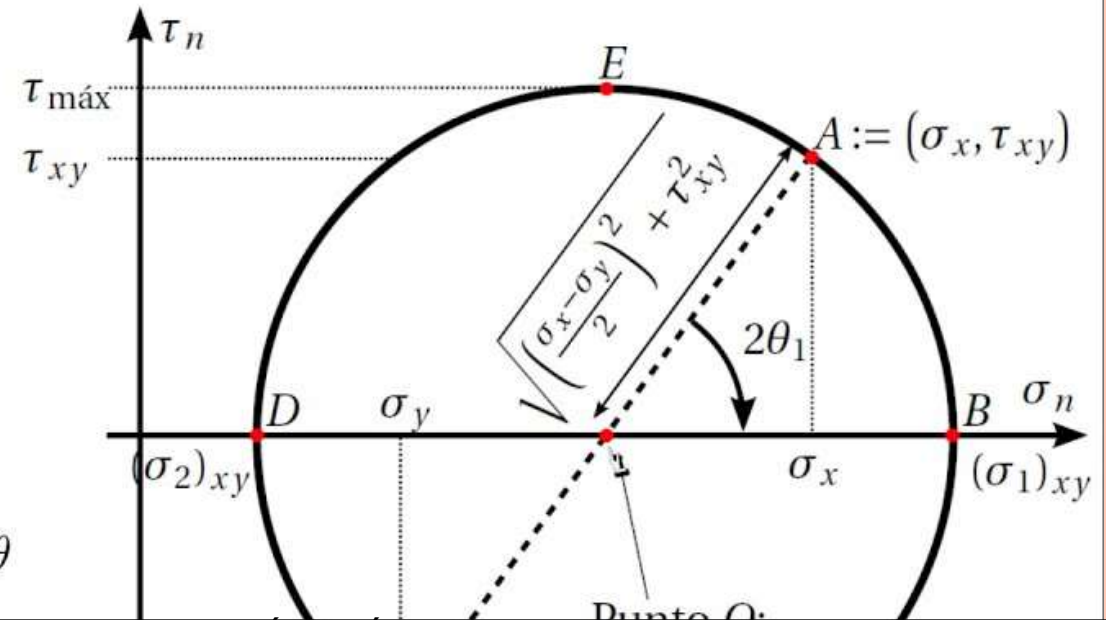
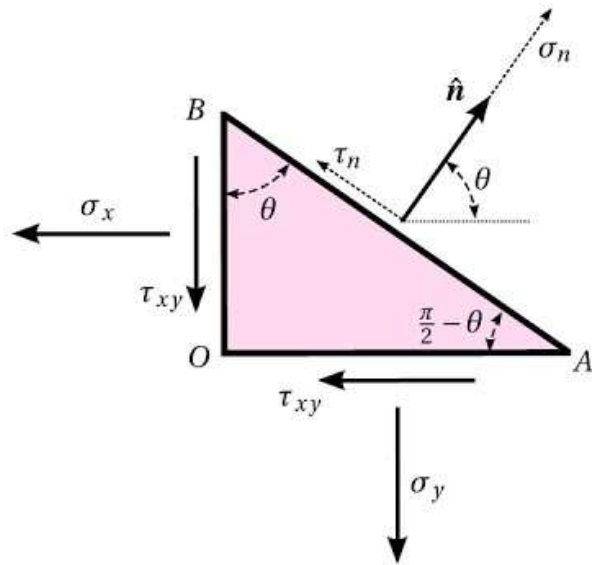
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

2. CÍRCULO DE MOHR

Deducción del círculo de Mohr en 2D



$$\sigma_n(\theta) = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

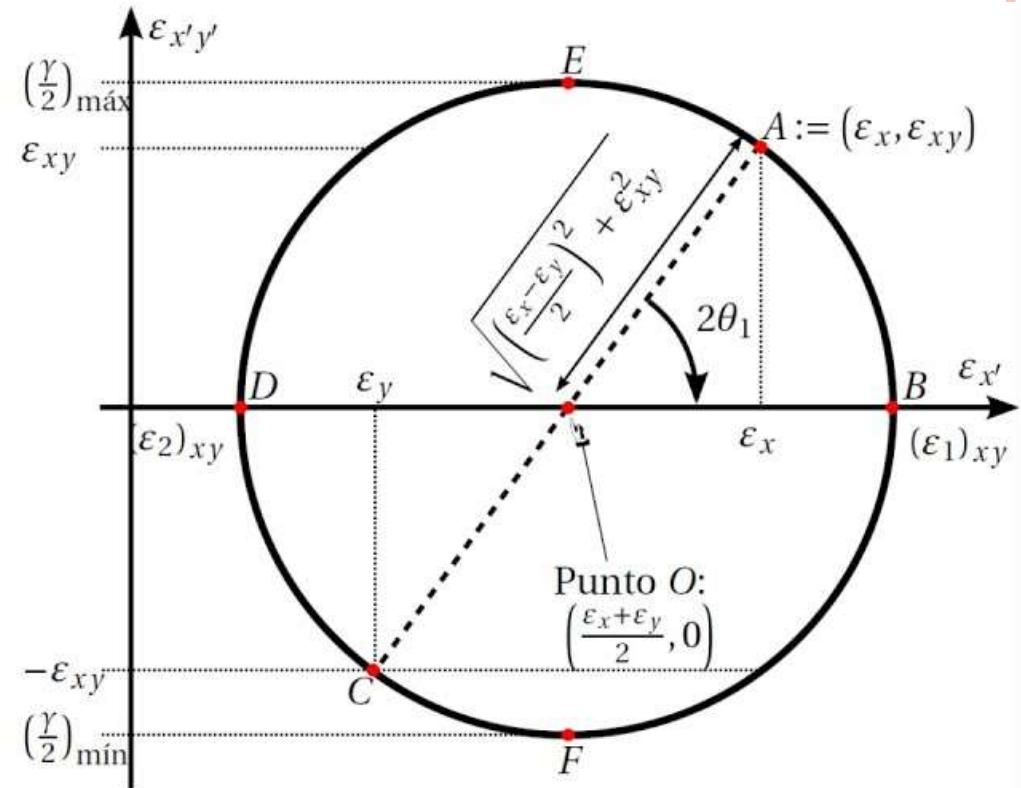
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

2. CÍRCULO DE MOHR

Círculo de Mohr para deformación plana:
ubicación de las deformaciones longitudinales y angulares máximas y mínimas



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

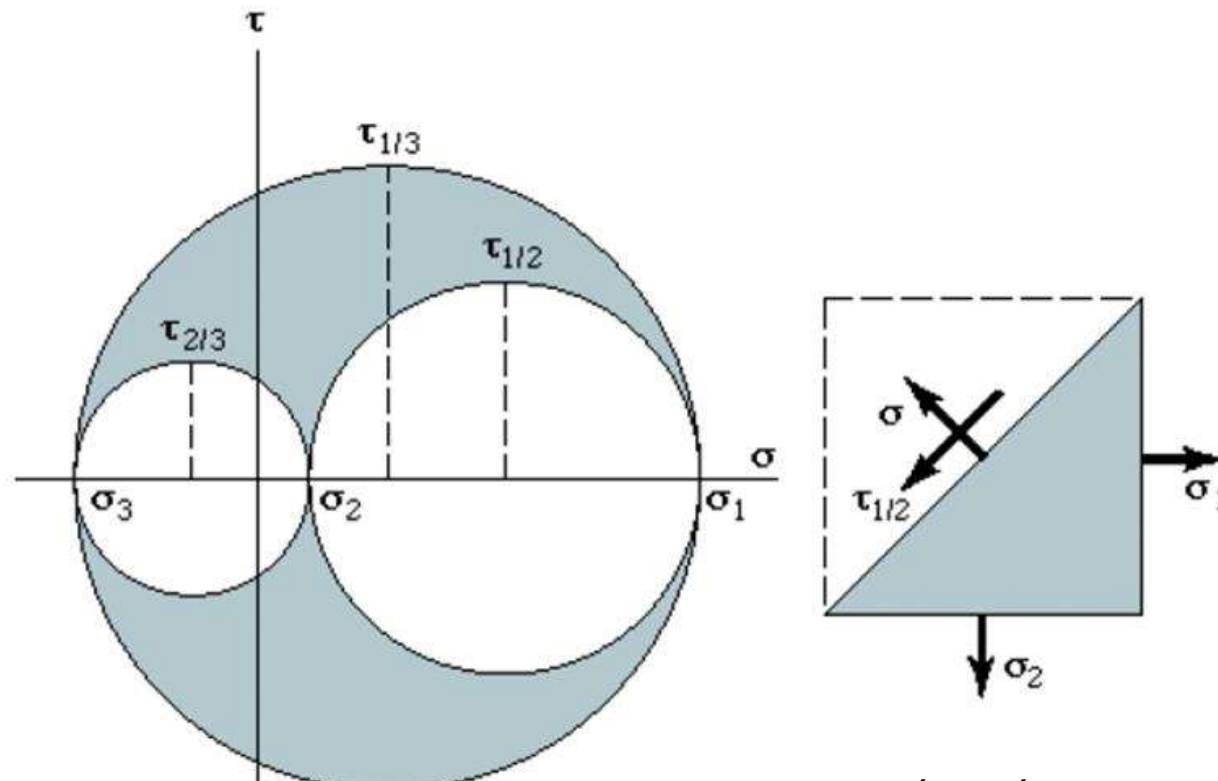
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

2. CÍRCULO DE MOHR

Círculo de Mohr: estado triaxial de tensiones



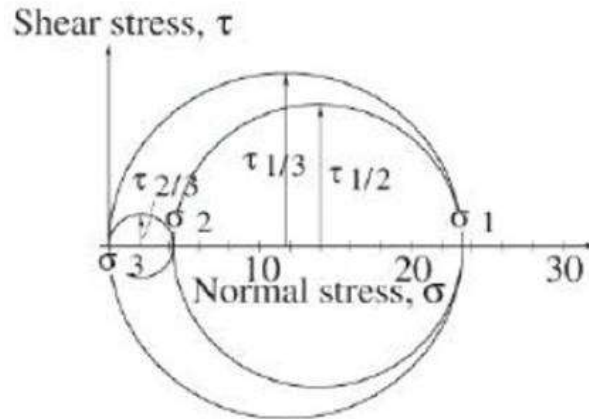
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

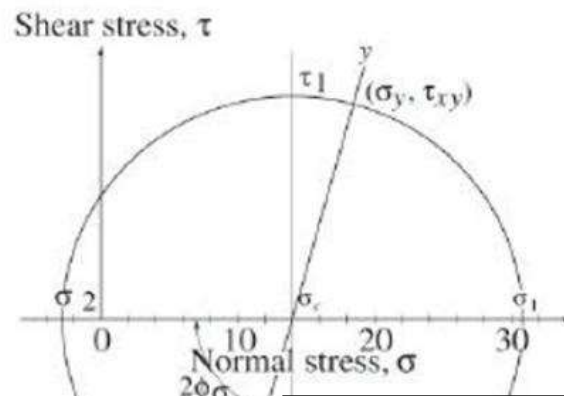
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

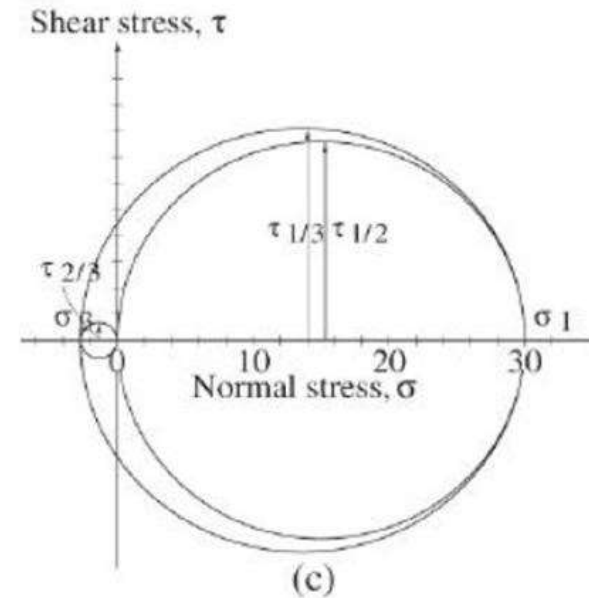
2. CÍRCULO DE MOHR



(a)



Ejemplos



(a) Tensión triaxial para:

$$\sigma_1=23.43, \sigma_2=4.57, \text{ y } \sigma_3=0$$

(b) Tensión biaxial para:

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



Nebrija
Universidad

MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

- Relación tensión deformación
 - Hipótesis:
 - Sólido Elástico
 - Homogeneidad
 - Continuidad
 - Isotropía
 - Principio de rigidez relativa
 - *“Las deformaciones provocadas en los sólidos por las cargas exteriores son lo suficientemente pequeñas para que no modifiquen la forma de actuar de las cargas, y que estas sigan produciendo los mismos efectos que antes de la deformación”*

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

5. MÁS CONCEPTOS BÁSICOS

○ Relación tensión deformación

- Def. y tensiones principales

E : Módulo de elasticidad (Young)

μ : Coeficiente de Poisson

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_1 - \mu \cdot (\sigma_2 + \sigma_3)]$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_2 - \mu \cdot (\sigma_1 + \sigma_3)]$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_3 - \mu \cdot (\sigma_1 + \sigma_2)]$$

- Def. y tensiones en direcciones distintas a las principales

G : Módulo de elasticidad transversal

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_{nx} - \mu \cdot (\sigma_{ny} + \sigma_{nz})]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_{ny} - \mu \cdot (\sigma_{nx} + \sigma_{nz})]$$

~ E

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

6. TIPOS DE CARGAS

- Fuerzas y Momentos
- Estáticas
 - Invariables con el tiempo
 - CRITERIOS ESTÁTICOS (TEMA 2. Actual)
- Dinámicas
 - Variables con el tiempo
 - FATIGA (TEMA 3)

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

7. FALLO CON CARGAS ESTÁTICAS

- La existencia de discontinuidades o irregularidades aumenta las tensiones en el entorno de la discontinuidad.
- Cada material se comporta de forma diferente (p.e. en los materiales dúctiles no se deben tener en cuenta los coeficientes de concentración de tensiones) porque la concentración de tensiones se transforma en una fluencia.

Inicio del fallo
con aparición de



Propagación de la
grieta hasta la

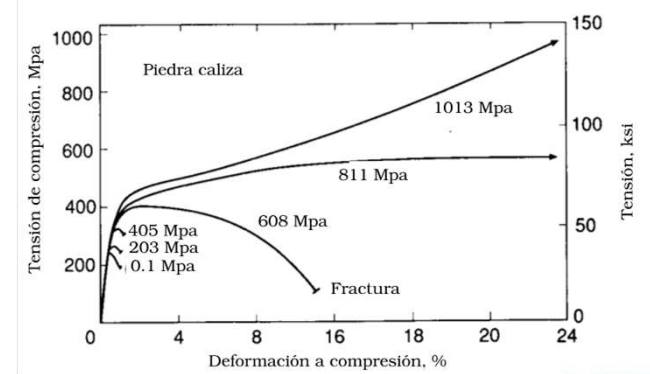
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

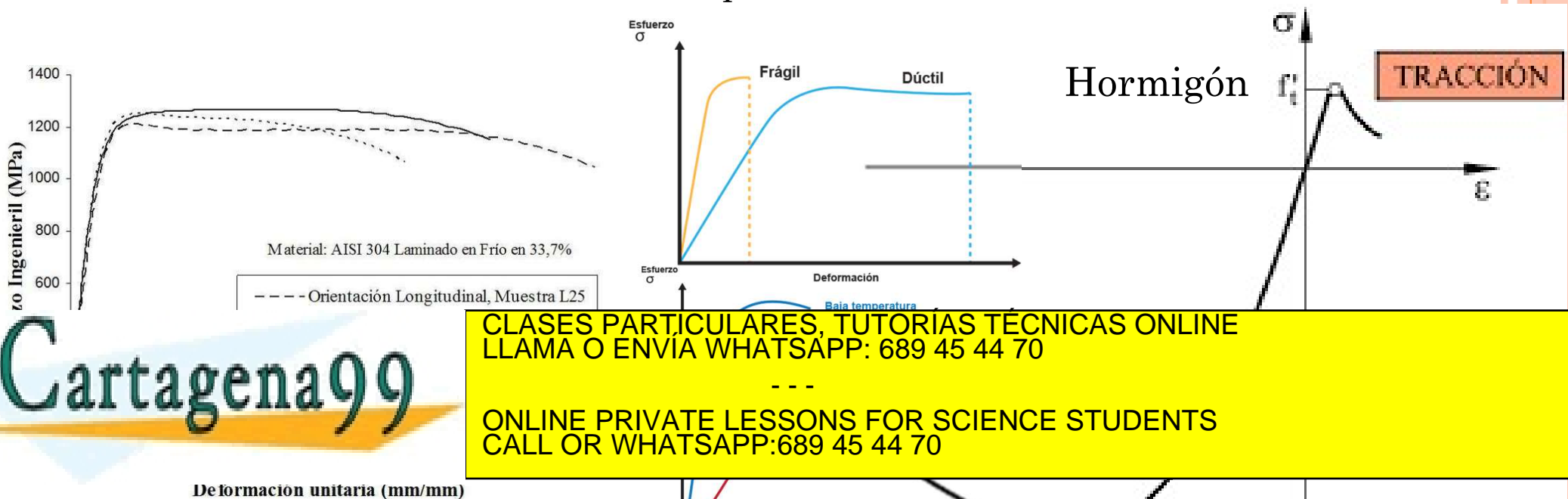
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO



- Materiales dúctiles y frágiles (sucesos diferentes)
 - Los dúctiles son aquellos que tiene limitada su resistencia por la fluencia.
 - En los materiales frágiles su aplicación está limitada por la fractura
 - Sin embargo, los materiales normalmente frágiles pueden presentar una ductilidad considerable cuando se ensayan bajo cargas, con una componente hidrostática de las tensiones aplicadas de compresión elevada.
 - ¿Qué ocurre primero? ¿Fluencia o fragilidad?. No depende sólo del material, sino también del estado tensional aplicado.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Deformación unitaria (mm/mm)

RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO

- Materiales con comportamiento normal **dúctil**
 - No es de esperar la **rotura antes que la fluencia**, excepto en estados tensionales hidrostáticos de **tracción grandes**
- Materiales con comportamiento normal **frágil**
 - **Fractura aparece antes que la fluencia**, excepto para casos con tensiones hidrostáticas de **compresión grandes**.
- Conviene considerar los dos tipos de casos, para tener en cuenta que uno ocurra antes que el otro.
- **Material dúctil:**
 - **Grandes def. permanentes sin romperse.**
 - **Puntos de fluencia y de resistencia última en el diagrama tensión-deformación están separados.**
- **Material frágil:**



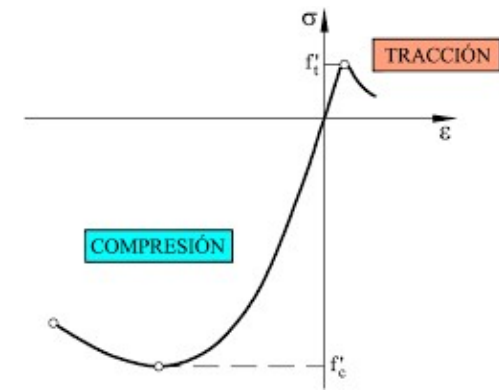
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO



- Materiales frágiles:
 - Los materiales **frágiles (cerámicos, vidrios y algunas fundiciones metálicas)** contienen habitualmente un gran número de **grietas** microscópicas orientadas aleatoriamente u otras interfases planas **que no pueden soportar tensiones de tracción.**
 - P.e., las numerosas fisuras de la piedra natural pueden tener este efecto, o las láminas de grafito en fundición gris. Es de esperar que las **tensiones normales de tracción tiendan a abrir estos defectos** y, en consecuencia, causar su crecimiento. De esta forma se puede esperar que el fallo ocurra en el plano correspondiente a la máxima tensión de tracción y que esté controlado por esta tensión, tanto en tracción como en torsión.
 - Sin embargo, si las **tensiones dominantes son de compresión**, los defectos planos (grietas, etc) tienden a cerrarse, de forma que

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO

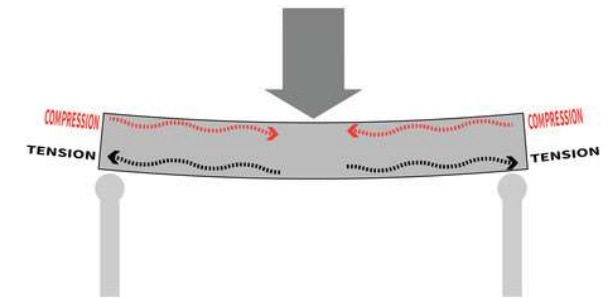
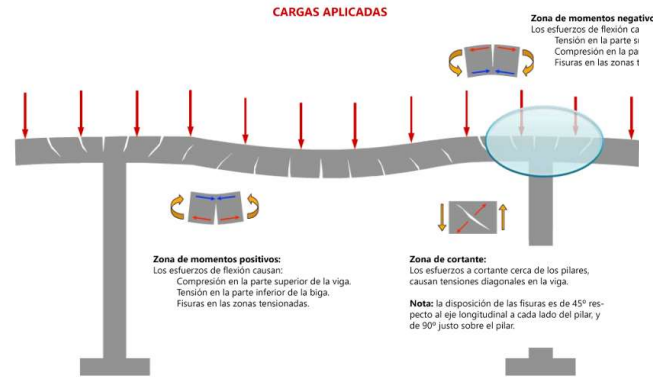
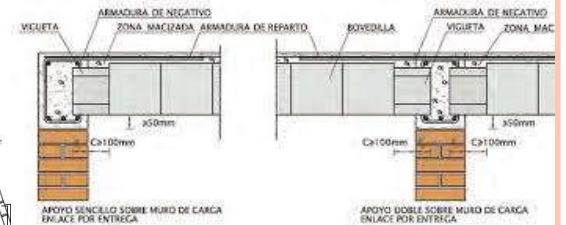
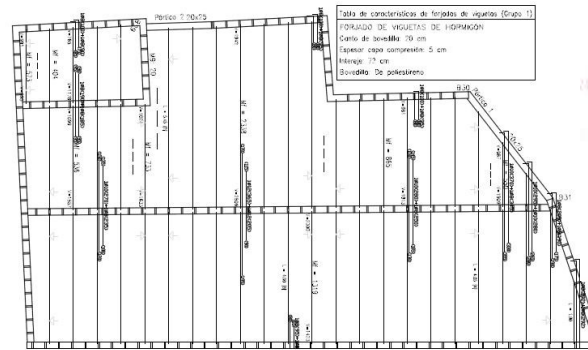
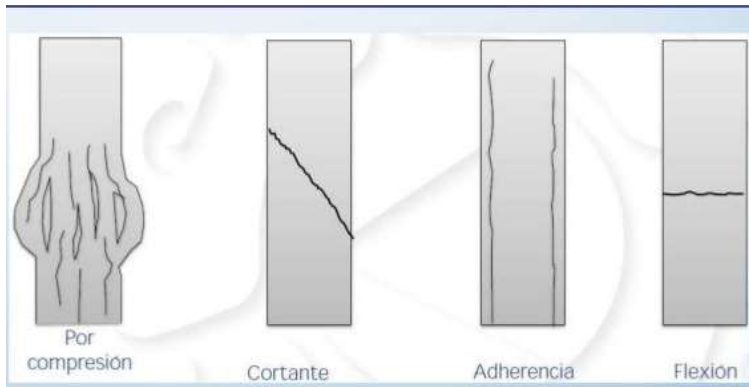
- Una vez conocido el estado tensional, es importante la posibilidad de fallo.
- Se han desarrollado distintas teorías, dependiendo de distintos enfoques (fluencia, rotura, etc).
- Las principales para CARGAS ESTÁTICAS son:
 - Criterio de la **tensión normal máxima** o de *Rankine*
 - Criterio de la **tensión cortante máxima** o de *Tresca*
 - Criterio de la **energía de distorsión** o de *Von Mises*
 - Criterio de la **fricción interna** o de *Coulomb-Mohr*

Cartagena99

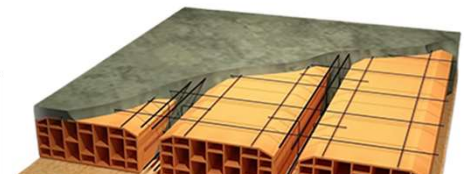
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

EJEMPLOS ROTURAS PILARES HORMIGÓN.



ARMADURA DE NEGATIVOS
VIGUETA SEMIRRESISTENTE
RELLENO DE SENOS HA-30/B/20/IIa
ARM. REPARTO Ø5#15X15



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

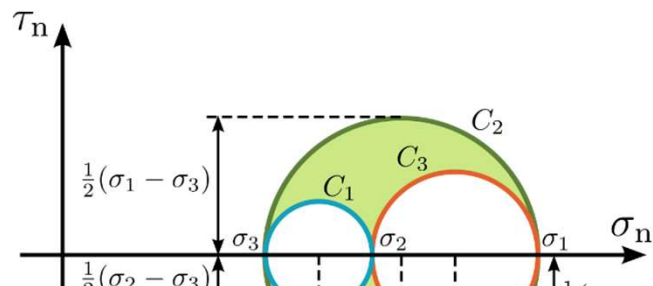
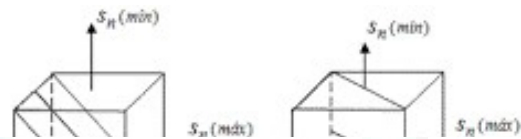
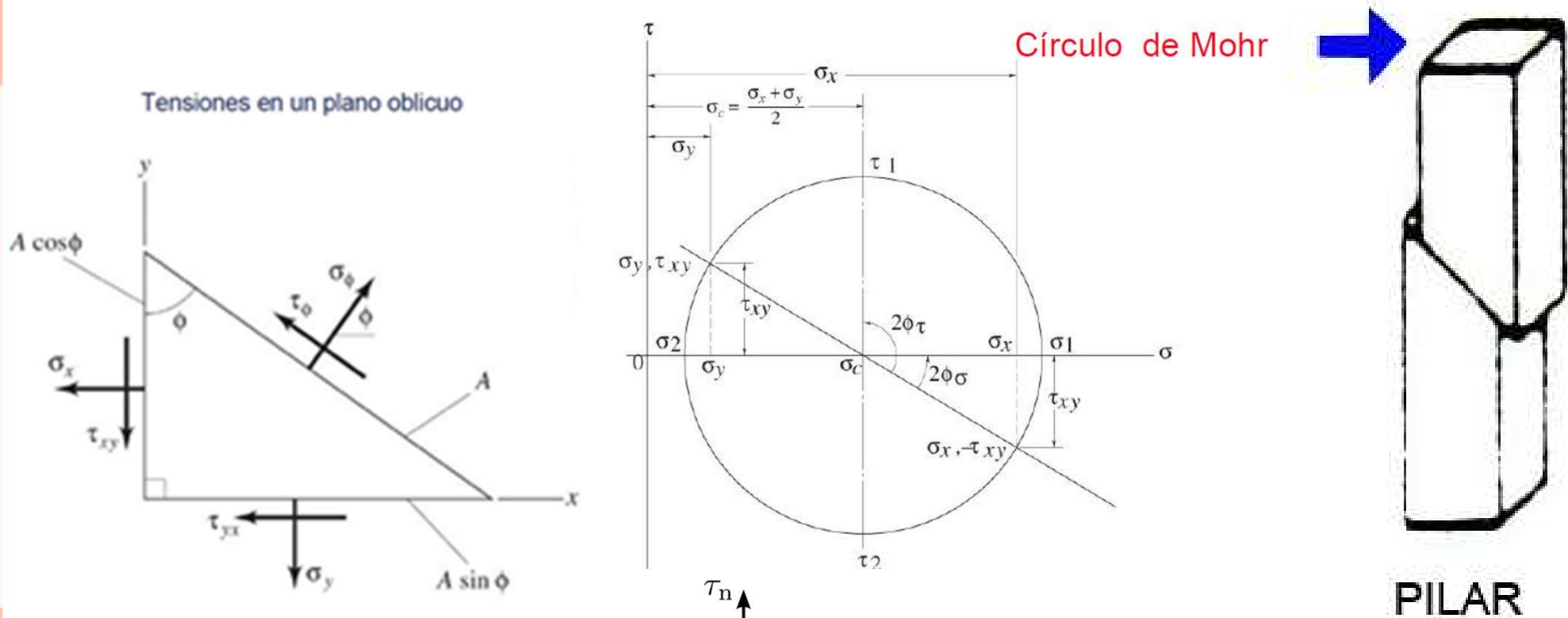
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

ROTURA DEL PILAR DE HORMIGÓN POR EL EMPUJE INTERNO DE LAS BARRAS DE ACERO OXIDADAS

FORJADO



EJEMPLOS ROTURAS PILARES HORMIGÓN.



CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

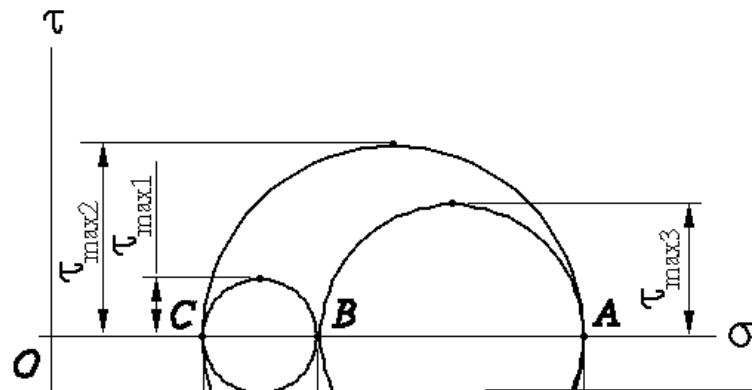
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO

- **METODOLOGÍA:** El estado del sólido viene dado por su estado tensional
 - El fallo del sólido se producirá cuando la tensión equivalente a ese estado coincida con el límite del material.
 - Tensión de fluencia, normalmente un 0,2% de la deformación plástica.



$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \rightarrow (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$$

$$f(n\sigma_1, n\sigma_2, n\sigma_3) = f(S_t, 0, 0)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

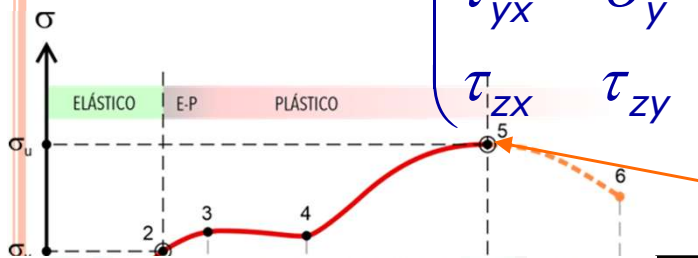
RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO

- Criterio de la **tensión normal máxima o de Rankine**
 - Esta teoría predice el fallo cuando la máxima tensión normal presente en un estado multiaxial de tensiones alcanza el valor correspondiente al fallo en el ensayo del material.
 - **Adecuado para material frágil. Utilizar criterios posteriores.**

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \longrightarrow (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$$

$$\sigma_{eq} = \text{MAX}(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|)$$



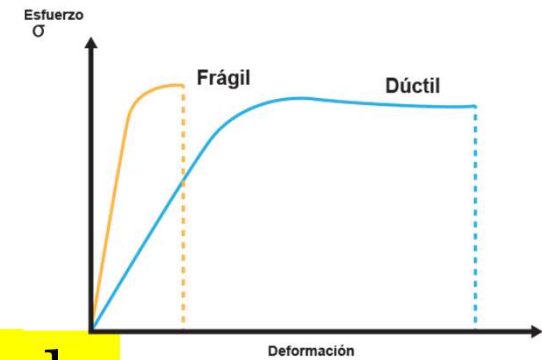
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

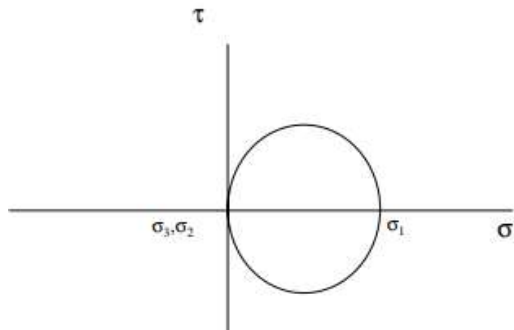
8. CRITERIOS DE FALLO



- Criterio de la tensión normal máxima o de **Rankine**

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix}$$

$$(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \quad \text{Fallo cuando} \quad \sigma_{eq} = S_u$$



$$\sigma_{eq} = \text{MAX}(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|)$$

$$\sigma = \sigma = \frac{F}{A} \quad \sigma_{eq} = \text{MAX}(|\sigma_1|, |0|, |0|) = \sigma_1$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

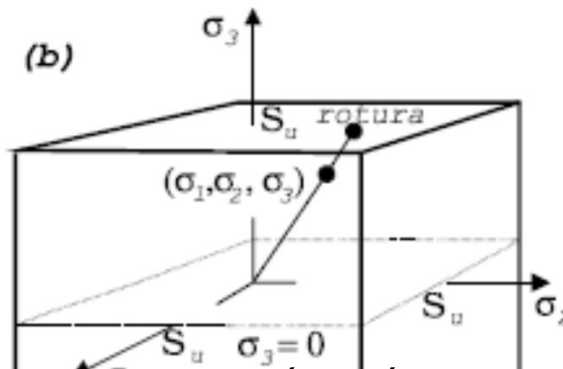
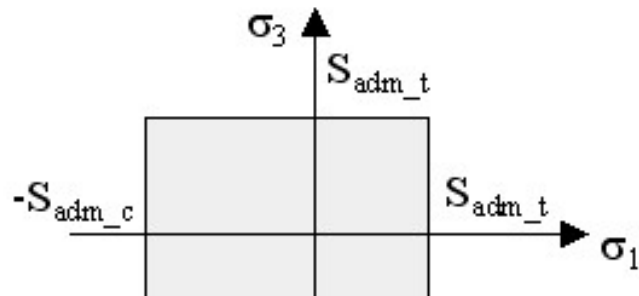
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO

- Criterio de la **tensión normal máxima o de Rankine**
 - Para el caso de **tensión plana** la representación gráfica de este criterio de fallo en un diagrama corresponde a **un cuadrado**.
 - Se predice que **no hay fractura para cualquier combinación de las tensiones principales que se encuentra dentro del cuadrado**.
 - Para el caso **tridimensional**, la superficie de fallo corresponde a un **cubo**.



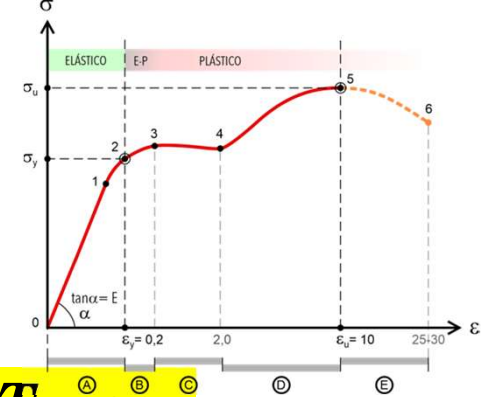
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

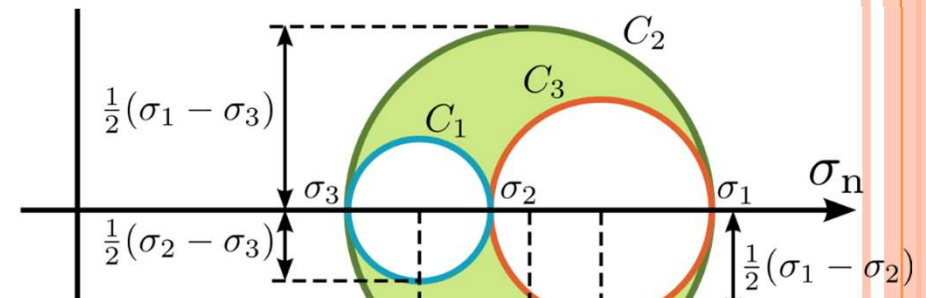
RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO



- Criterio de la **máxima tensión tangencial o de Tresca**
 - Las **tensiones tangenciales principales se pueden obtener a partir de las tensiones normales principales**. P.e. en los **Círculos de Mohr**
 - Esta teoría predice el fallo cuando la **máxima tensión tangencial presente en un estado multiaxial de tensiones alcanza el valor correspondiente al fallo en el ensayo del material**.
 - Esta teoría se correlaciona bien con **datos experimentales relativos al fallo por fluencia en materiales dúctiles**.

$$\tau_1 = \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2} ; \tau_2 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2} ; \tau_3 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}$$



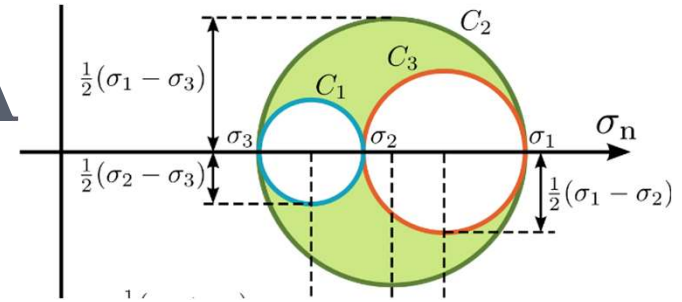
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO



- Criterio de la **máxima tensión tangencial** o de *Tresca*

- El **límite de fluencia para tensiones tangenciales**, S_{sy} , puede obtenerse directamente de un ensayo simple a tangenciales, tal como la **torsión de un tubo de pared delgada**

$$\sigma_1 = S_y, \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

- Lo que normalmente se conoce es el **fallo en el ensayo de tracción**.

$$\tau_1 = \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}; \quad \tau_2 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2}; \quad \tau_3 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}$$

- Sustituyendo en...

- Se obtiene el límite de fluencia para tensiones tangenciales S_{sy} :

$$\tau = S_{sy} = \text{MAX} \left(\frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}, \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2}, \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2} \right) \quad S_{sy} = \frac{S_y}{2}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

$$S_y = \text{MAX} \left(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1| \right)$$

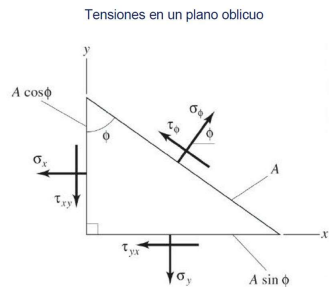
rija
rsidad MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO

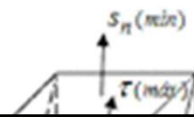
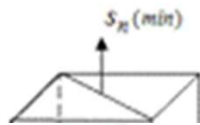
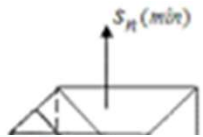
- Criterio de la **máxima tensión tangencial** o de **Tresca**

- Por lo que el **criterio de fluencia queda:**



$$\tau_1 = \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2} ; \tau_2 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2} ; \tau_3 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}$$

$$\tau_{eq} = S_{sy} = \text{MAX} \left(\frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}, \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2}, \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2} \right) \quad S_{sy} = \frac{S_y}{2}$$



$$S_y = \text{MAX} (|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

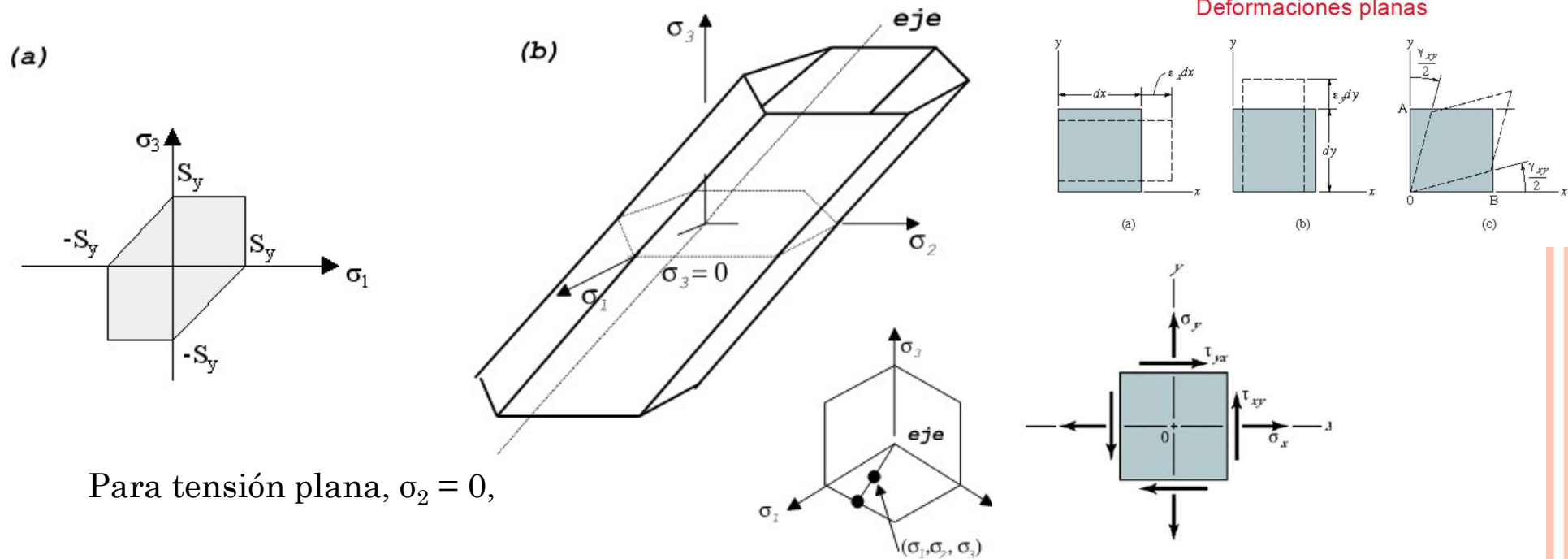
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO $S_y = \text{MAX} (|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|)$

- Criterio de la **máxima tensión tangencial** o de **Tresca**
 - Para el caso general de tensiones triaxiales...



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Nebrija
Universidad

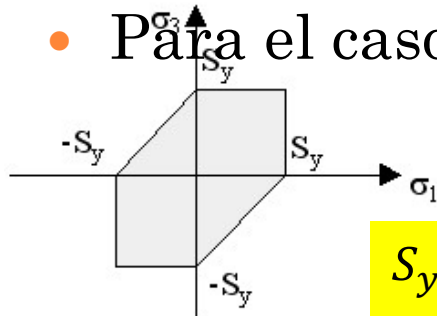
MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO $S_y = \text{MAX} (|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|)$

- Criterio de la **máxima tensión tangencial** o de **Tresca**

- Para el caso general de tensiones triaxiales...



$$S_y = \text{MAX} (|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|)$$

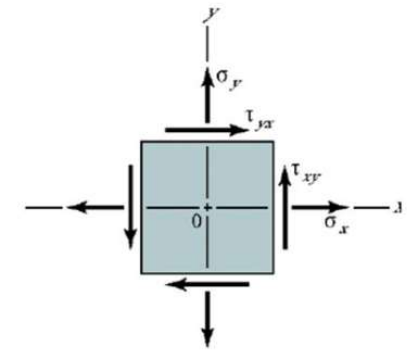
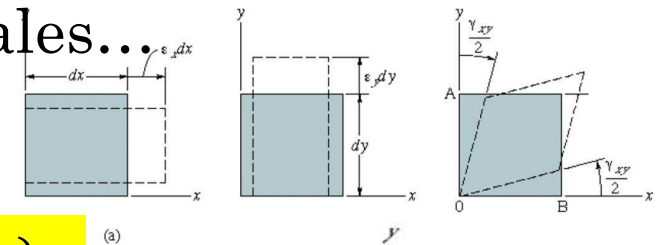
Para tensión plana, $\sigma_2 = 0$,

- Supongamos máximos:

$$S_y = \sigma_1 - \sigma_2$$

$\sigma_1 > 0; \sigma_2 > 0$ Falla antes por tensión normal que por tensión tangencial.

Deformaciones planas



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



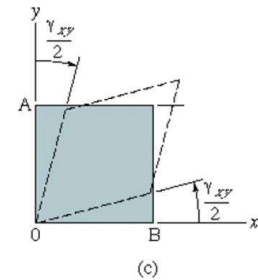
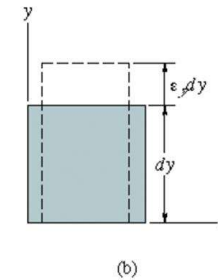
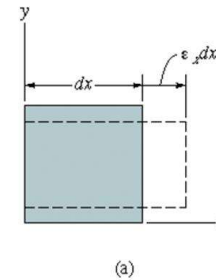
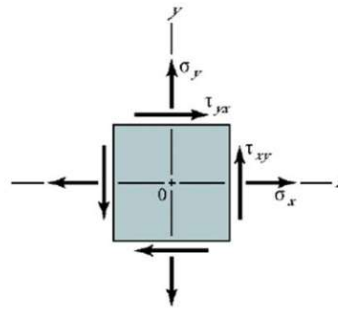
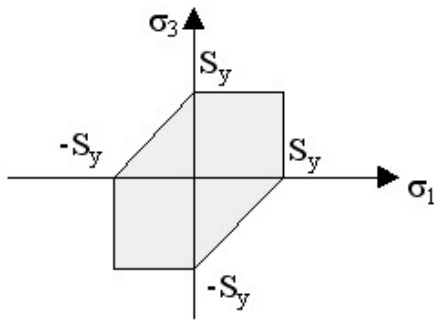
Nebrija
Universidad

MADRID

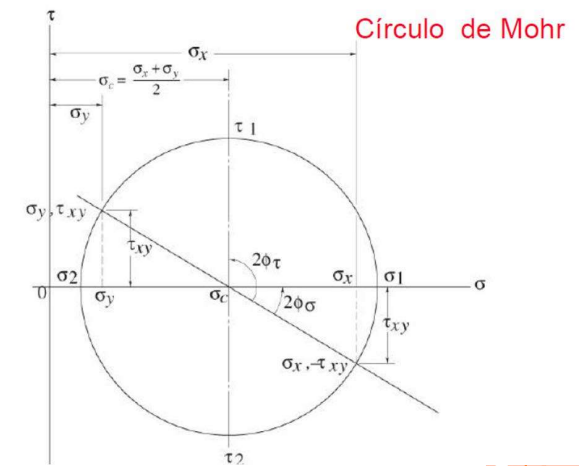
RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO

- Criterio de la **máxima tensión**
- (a) **tangencial** o de *Tresca*



Deformaciones planas



$$S_y = \text{MAX} \left(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1| \right)$$

$$\text{Tracción o compresión} = S_y = \text{MAX} \left(|\sigma_1 - 0|, |0 - 0|, |0 - \sigma_1| \right) = \sigma_1$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

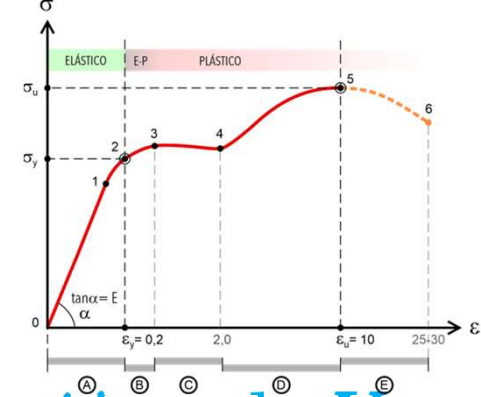


Nebrija
Universidad

MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO



○ Criterio de la **máxima energía de distorsión** o de **Von Mises**

- Se produce fallo cuando la **energía de distorsión alcanza el valor** que se obtiene en el momento de fallo en el ensayo del material.
- Se ha comprobado que **este σ criterio se adapta bien a la predicción del comportamiento de fluencia de materiales dúctiles,** por lo que lo consideraremos como **criterio de fluencia.**

$$\sigma_{eq} = S_y = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

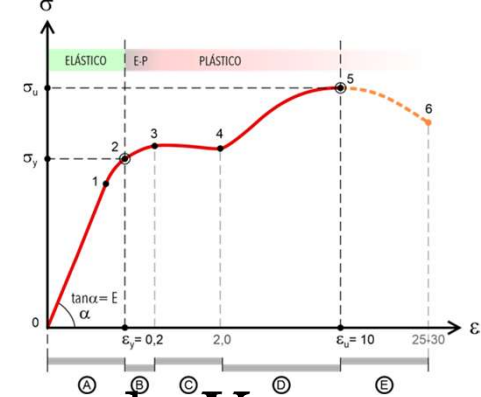
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO



○ Criterio de la máxima energía de distorsión o de *Von Mises*

- Considerando que el estado tensional está definido en unos ejes cualesquiera, y no en los principales, el criterio de fallo de energía de distorsión adopta la siguiente expresión...

$$S_y = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

- Que es la ecuación de una elipse con eje mayor en la línea sigma 1 a sigma 3, y que cruza los ejes en **los puntos Sy** (ver pag. sig.)
- Para tensión plana...

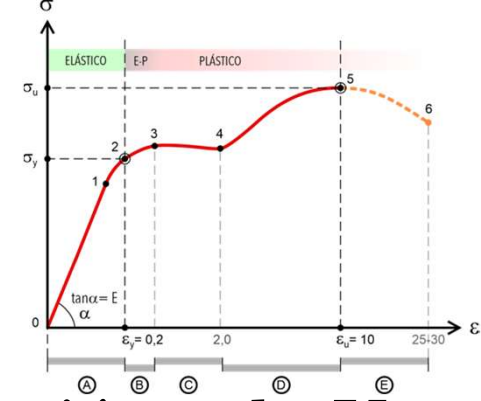
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

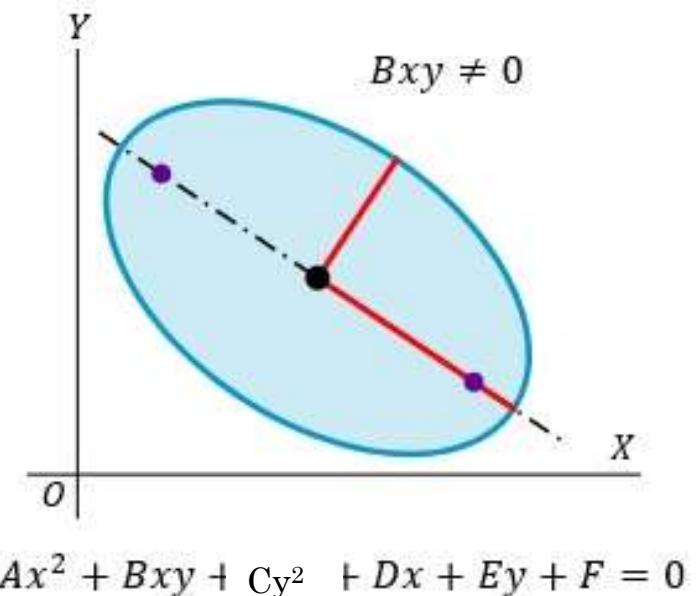
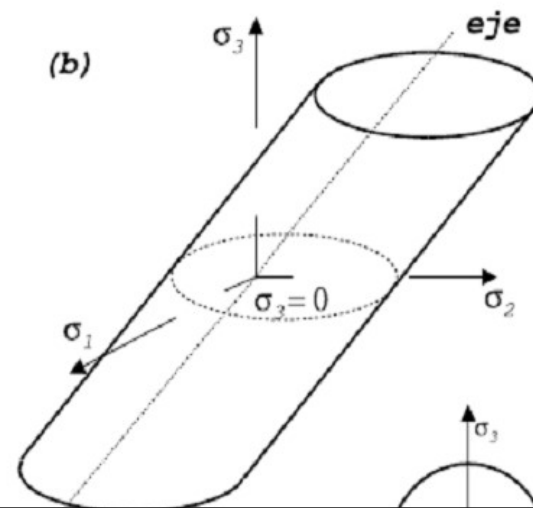
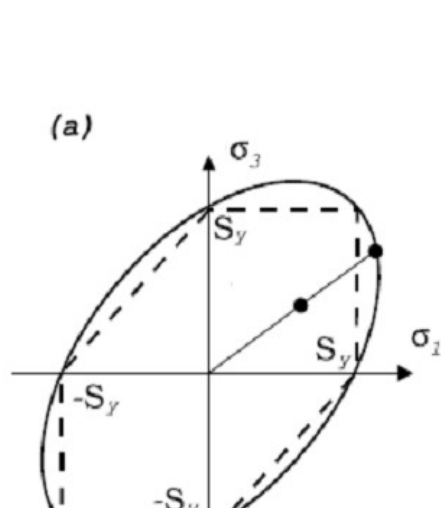
RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO



- Criterio de la máxima energía de distorsión o de **Von Mises**

$$\sigma_{eq} = S_y = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$



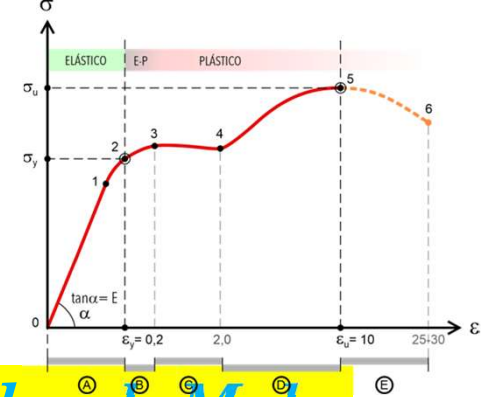
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

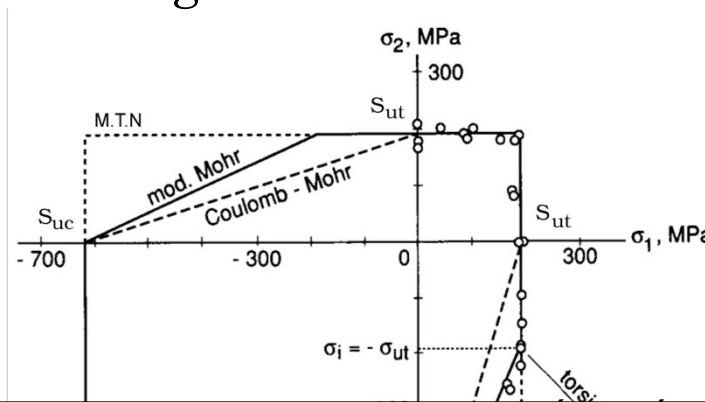
Figura 5.- Representación gráfica del criterio de la energía de distorsión: (a) estado de tensión plana; (b) estado

RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO



- Criterio de la **fricción interna o de Coulomb-Mohr**
 - Una posibilidad para considerar el diferente comportamiento de los **materiales frágiles a tracción y compresión** es simplemente **modificar el criterio de máxima tensión normal** de forma que difieran los **límites de rotura a tracción y a compresión**.
 - Esto dará, como consecuencia, el cuadrado no centrado en el origen mostrado en la figura.



CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

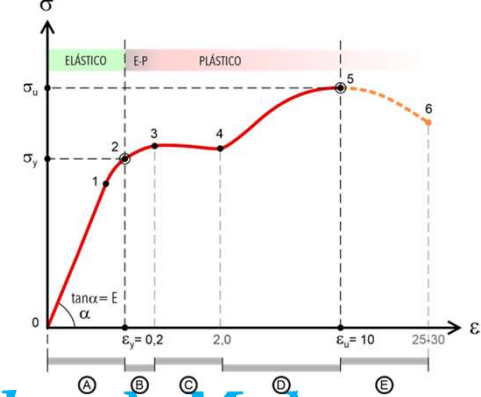


Nebrija
Universidad

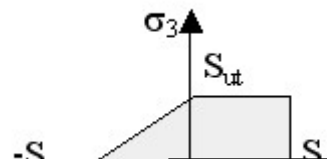
MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO



- Criterio de la **fricción interna o de Coulomb-Mohr**
 - A este criterio también se le llama criterio de la fricción interna. Es un criterio de resistencia estática, aplicado a materiales frágiles, según el cual, el material resistirá en el punto analizado, siempre que su círculo de Mohr sea interno a la envolvente definida por los círculos de Mohr correspondientes a la rotura del ensayo de tracción y del ensayo de compresión y la línea tangente a ambos.
 - El criterio de resistencia se escribe matemáticamente **mediante tres condiciones que deben cumplirse para que el punto resista**



$$\sigma_1 < S_{ut}$$

$$\sigma_2 > -S_c$$

$$\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

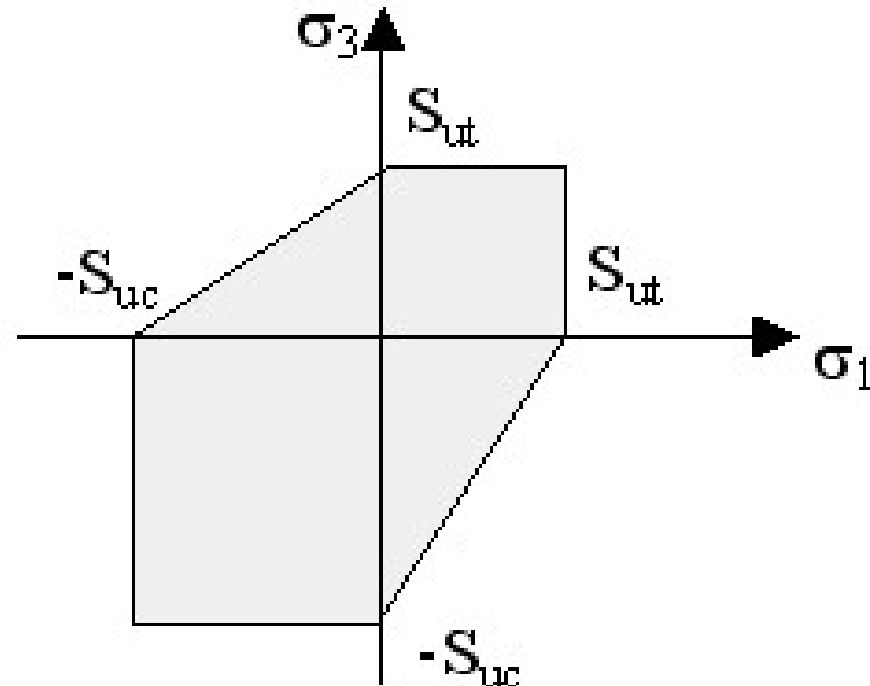
8. CRITERIOS DE FALLO

○ Criterio de la fricción interna o de *Coulomb-Mohr*

- $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ son las tensiones principales en el punto analizado, ordenadas de forma que:

• $S_{ut} > 0$ es la resistencia a la rotura a tracción, $S_{uc} > 0$ la resistencia a la rotura a compresión

Este criterio de resistencia puede representarse gráficamente en un diagrama, representando la zona sombreada la zona



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

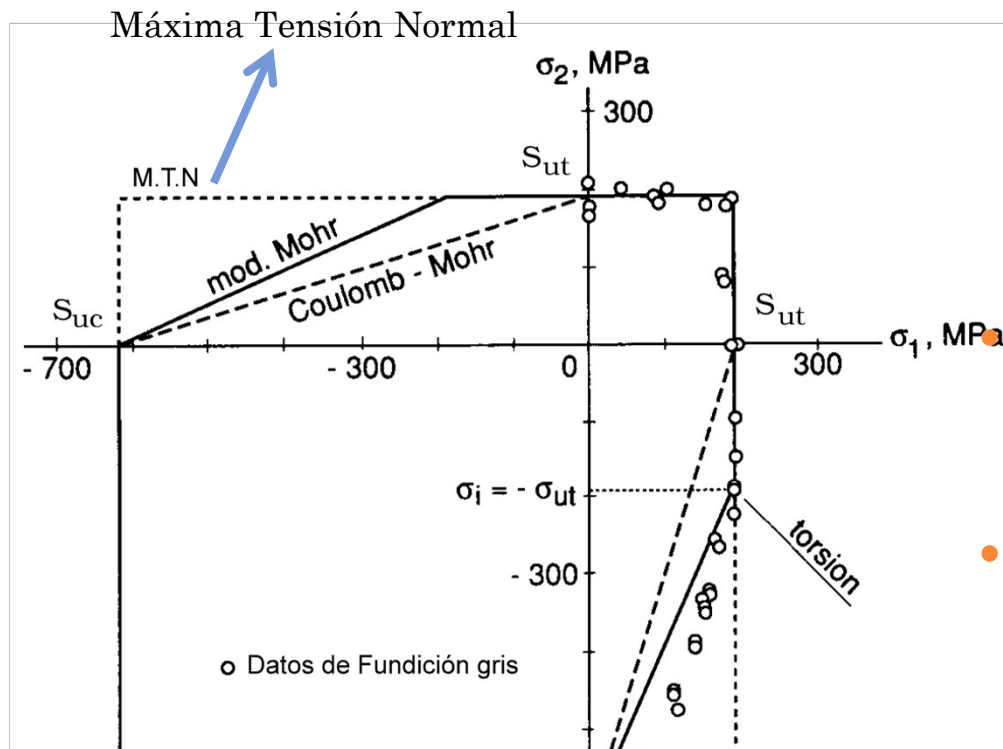
que el de Rankine.

RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO

- Criterio de la fricción interna o de **Coulomb-Mohr**

- Este criterio de máxima tensión normal modificado da resultados aceptables para la predicción de fractura en materiales frágiles si la tensión normal del valor absoluto máximo es de tracción. Si es de compresión existen desviaciones.
- Se observa que este criterio, aplicado a materiales frágiles, como es el caso, no proporciona buenos resultados. La zona de fallo obtenida a partir de la



CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO

- Criterio de la **fricción interna o de Coulomb-Mohr MODIFICADO**
 - Modificación del criterio original, criterio para **materiales frágiles**
 - A partir del criterio de Coulomb-Mohr, se **define un nuevo criterio de fallo** tomando como **límites de la misma los valores de S_{yt} y S_{yc} (sustituyendo a S_{ut} y S_{uc} respectivamente)**
 - Se trata de una modificación **empírica**
 - Experimentalmente se ha comprobado que este criterio es

Cartagena99

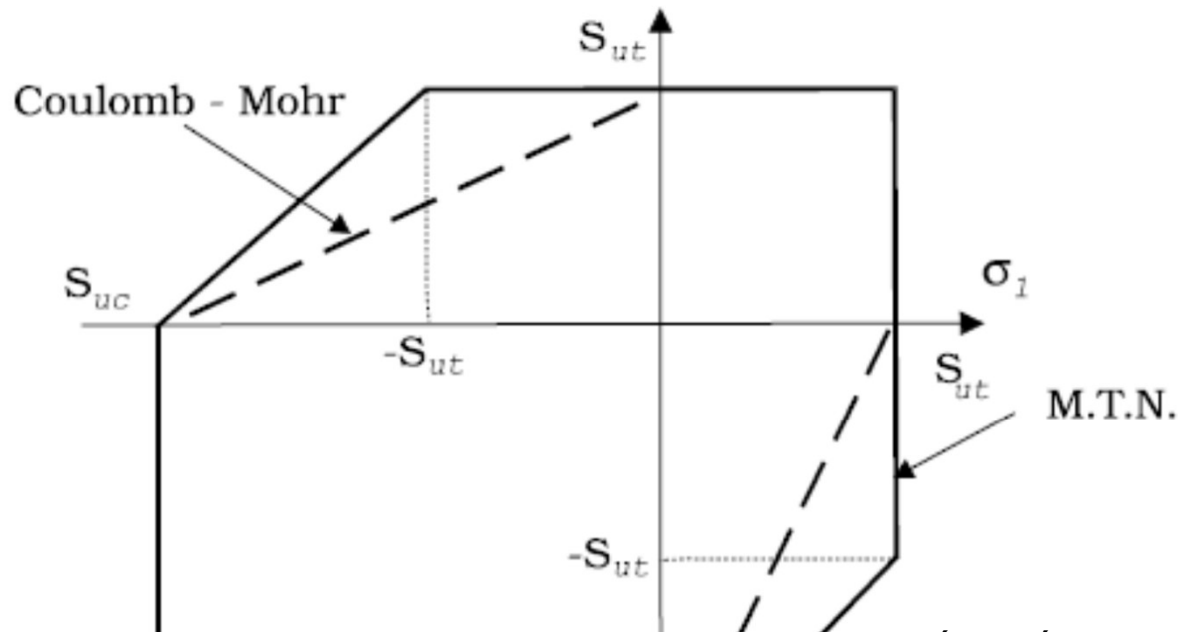
CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO

- Criterio de la fricción interna o de ***Coulomb-Mohr*** ***MODIFICADO***



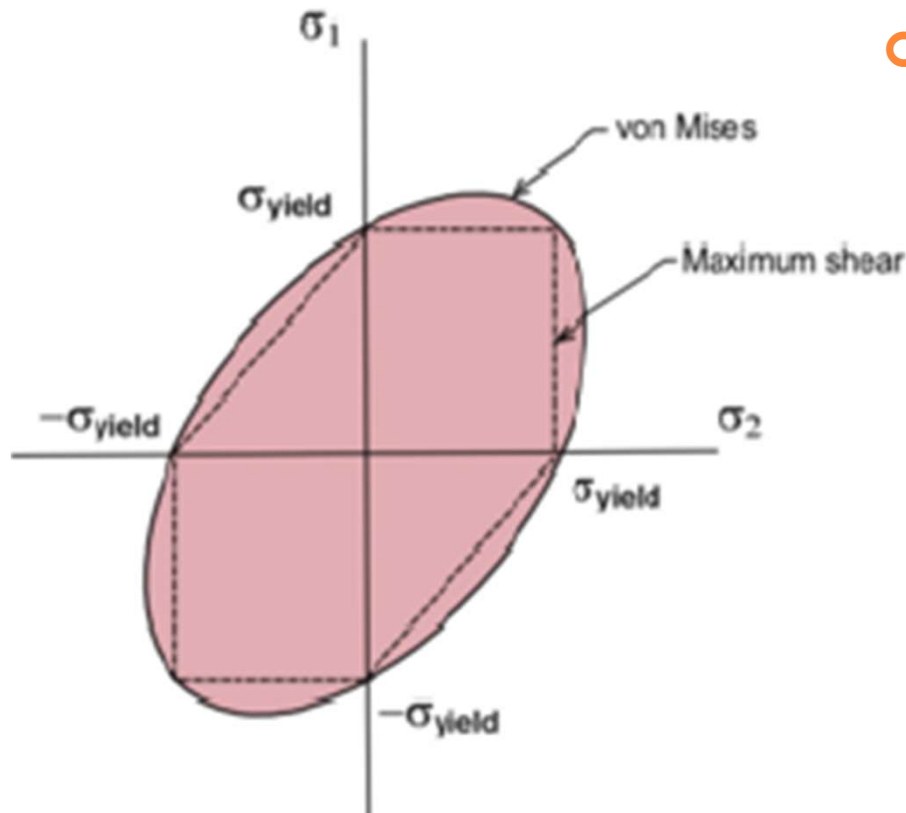
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

8. CRITERIOS DE FALLO



○ *Comparativa criterio de fallo*

• **Tresca y Von Mises:**

- Predicen la fluencia en mat. Dúctiles, S_y .
- Especialmente en estados tensión planos

• **Rankine y Coulomb:**

- Bien con mat. Frágiles. Su. Rotura

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

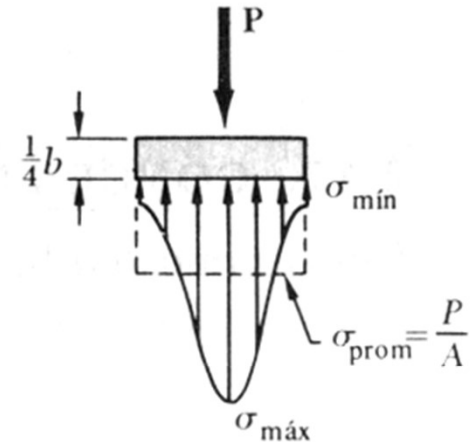
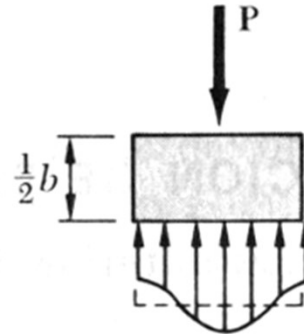
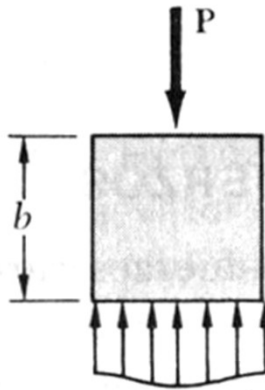
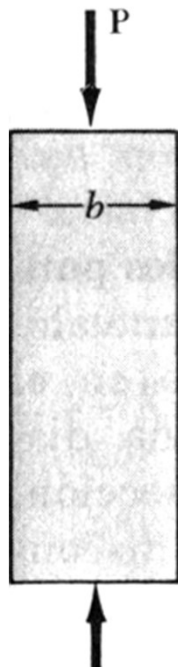
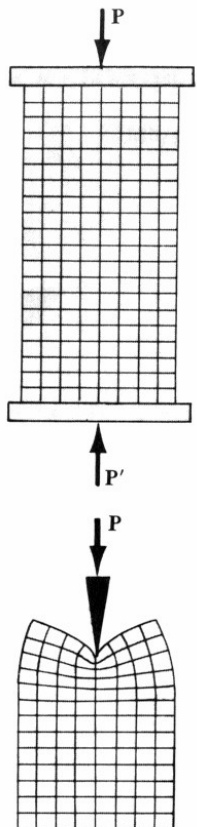
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

- Concentración de esfuerzos por aplicación de carga:



$$\begin{aligned}\sigma_{\min} &= 0.973\sigma_{\text{prom}} \\ \sigma_{\max} &= 1.027\sigma_{\text{prom}}\end{aligned}$$

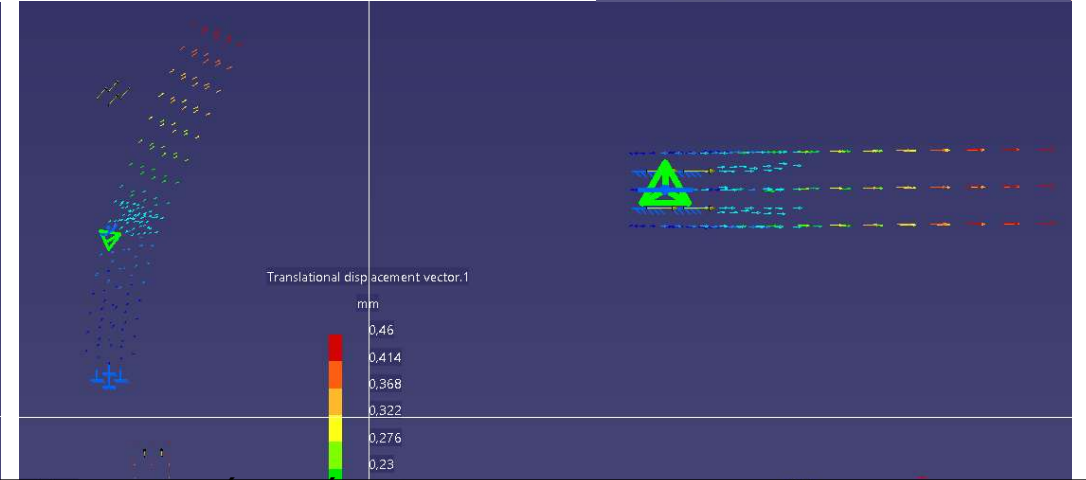
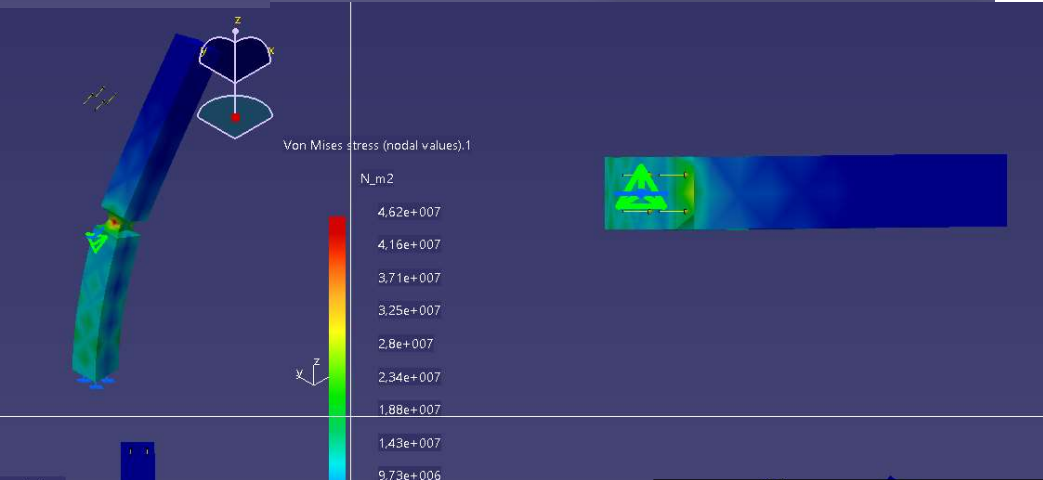
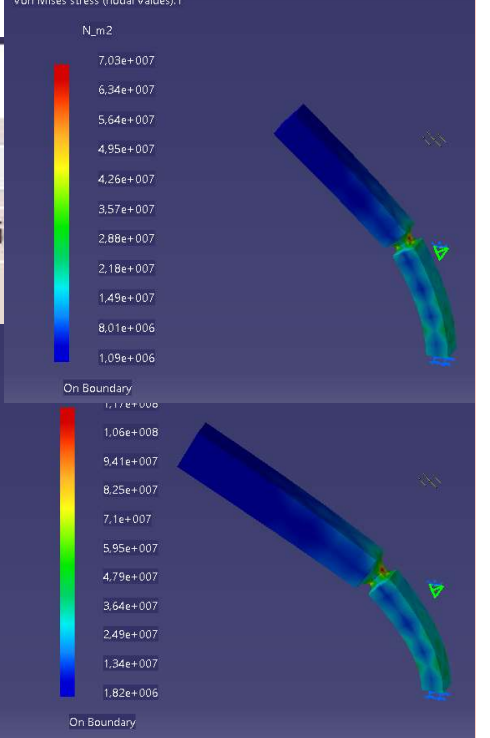
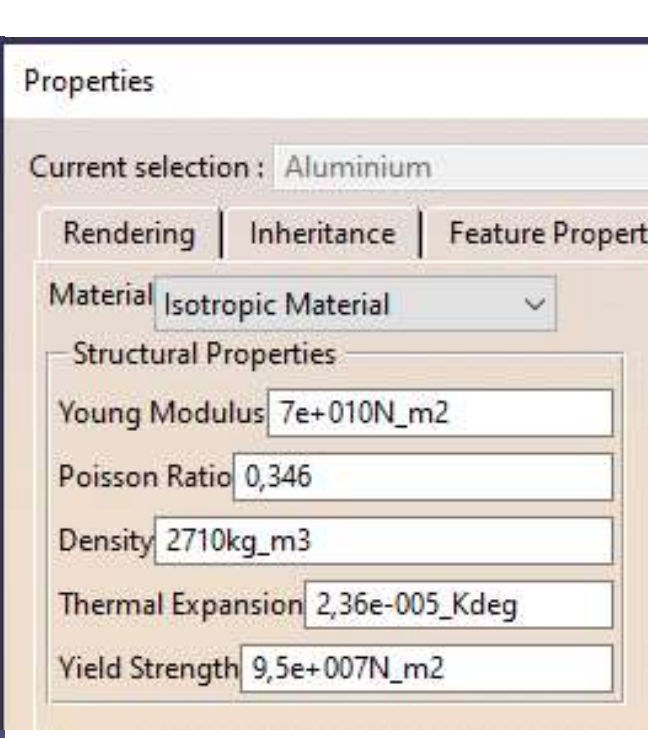
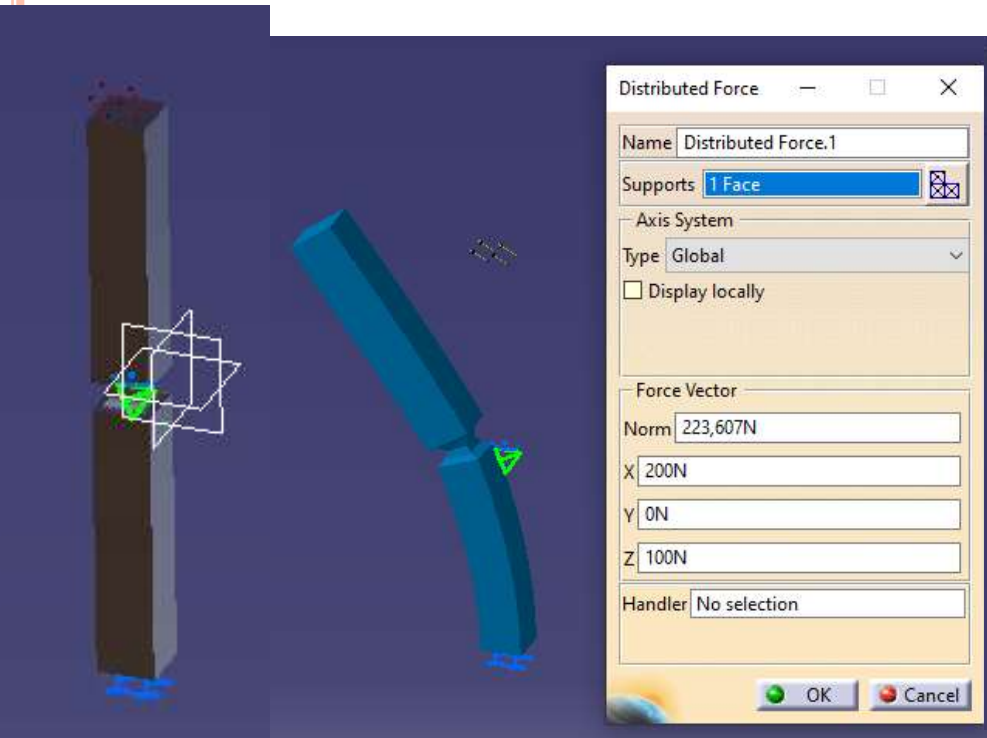
$$\begin{aligned}\sigma_{\min} &= 0.668\sigma_{\text{prom}} \\ \sigma_{\max} &= 1.387\sigma_{\text{prom}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{\min} &= 0.198\sigma_{\text{prom}} \\ \sigma_{\max} &= 2.575\sigma_{\text{prom}}\end{aligned}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

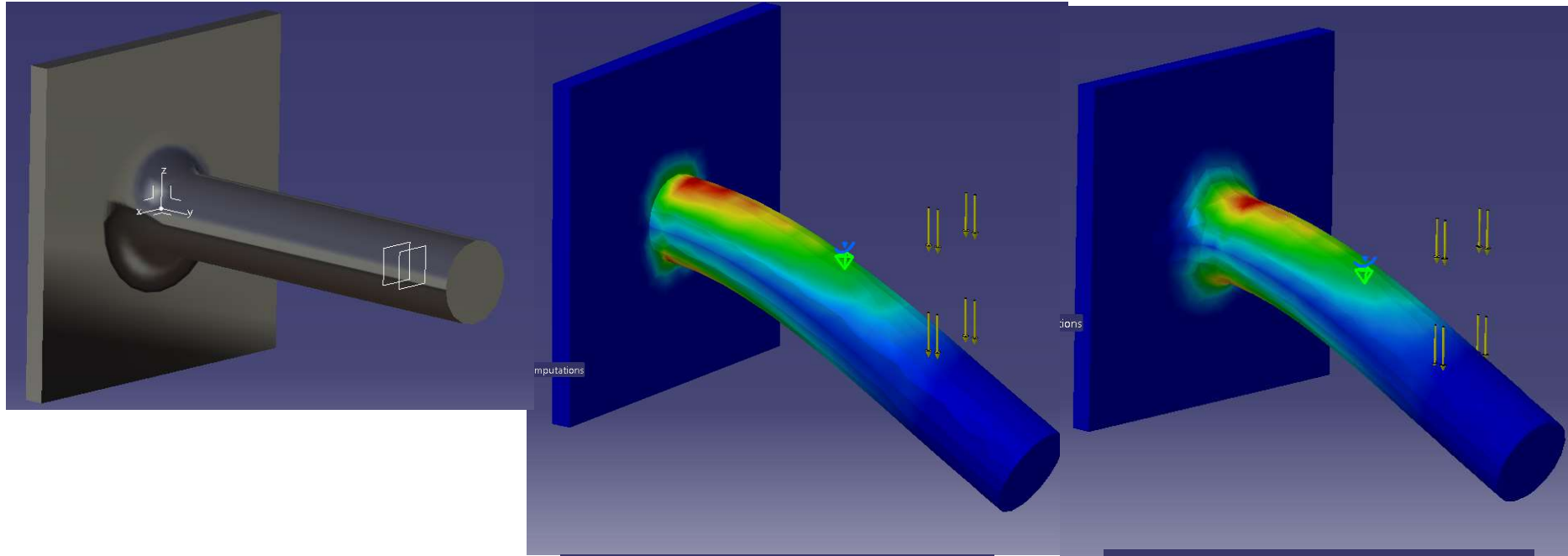


Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

EJ. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES.

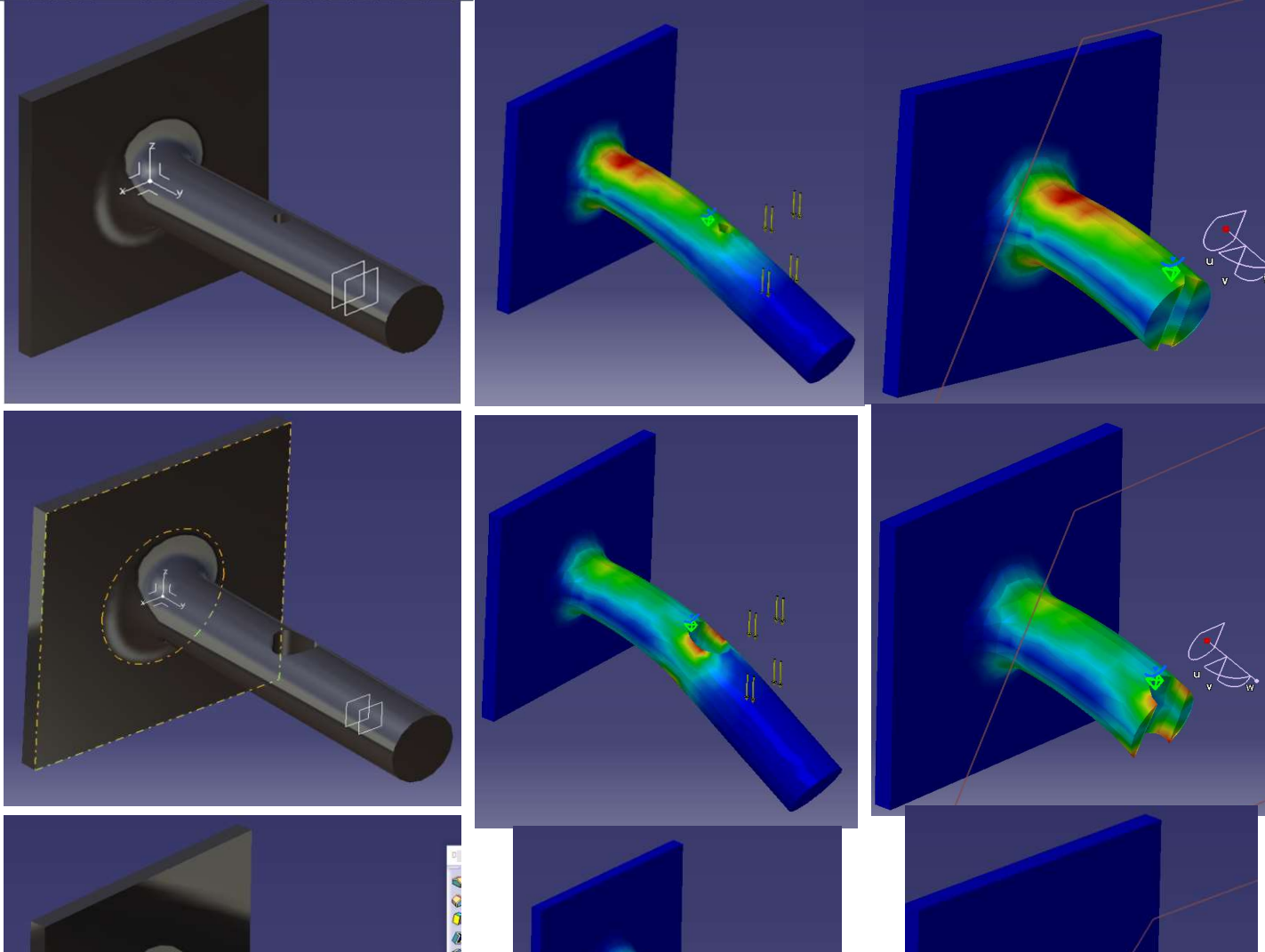


Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

EJ. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES.



Cartagena99

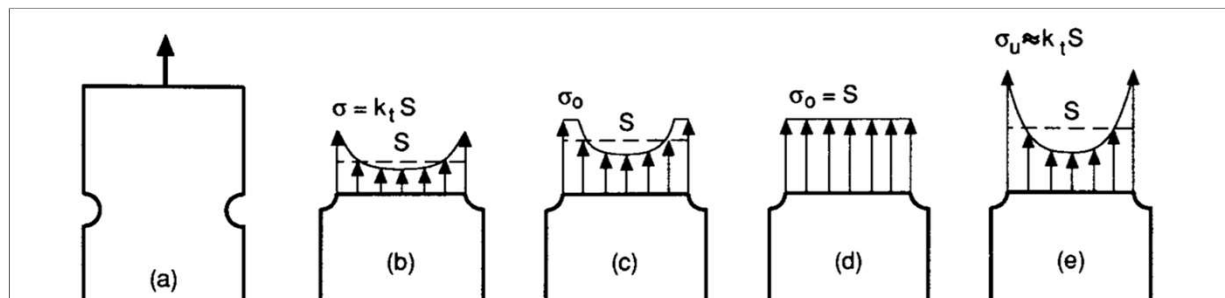
CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

- Concentradores de tensiones = discontinuidades geométricas (agujeros, radios de acuerdo, etc)
- Una de las hipótesis en el estudio del fallo estático es suponer que la sección transversal del sólido elástico es constante. Sin embargo, la experiencia demuestra que cuando aparecen cambios de sección, las tensiones que se producen las inmediaciones de dichas zonas son muy superiores a las que correspondería a la sección sin cambios.



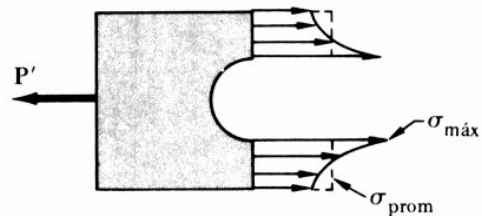
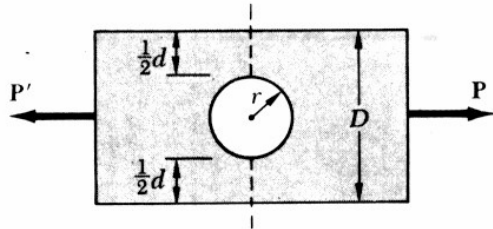
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

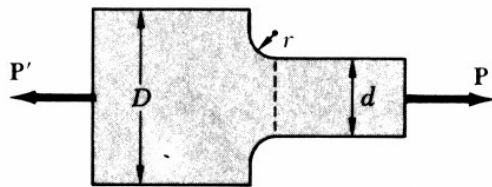
Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

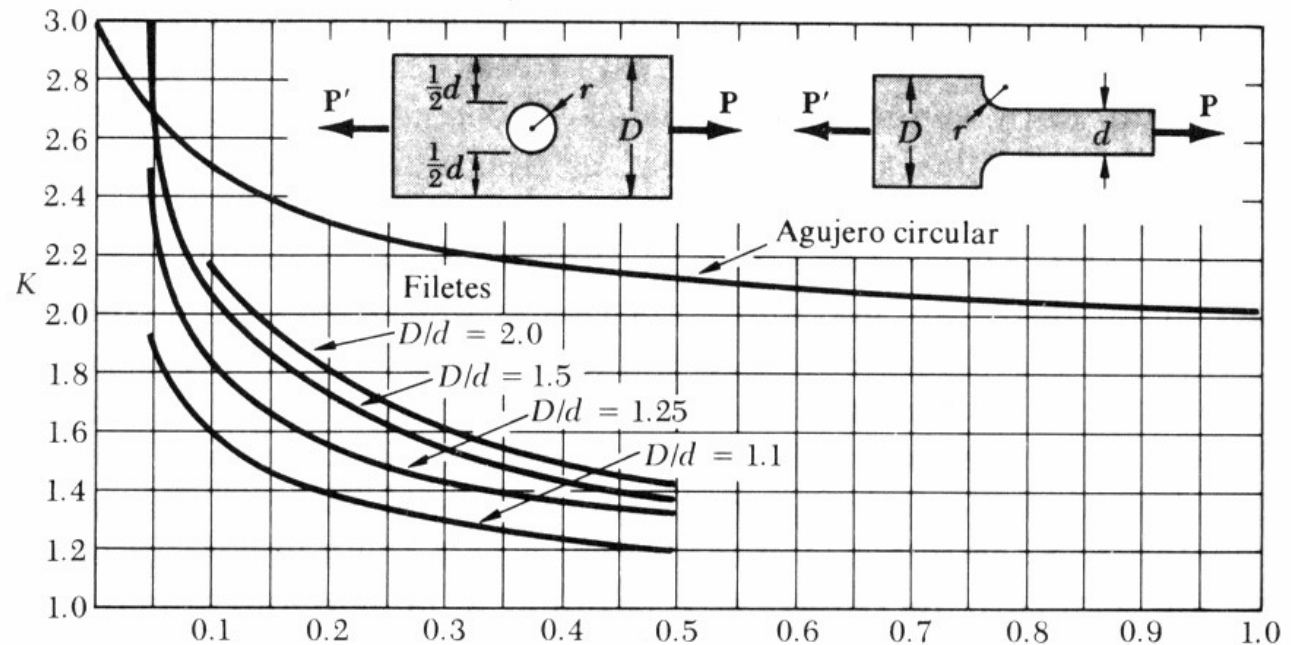
9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES



Distribución de esfuerzos cerca de un agujero circular en una varilla plana bajo carga axial.



- Concentración de esfuerzos por discontinuidades geométricas



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

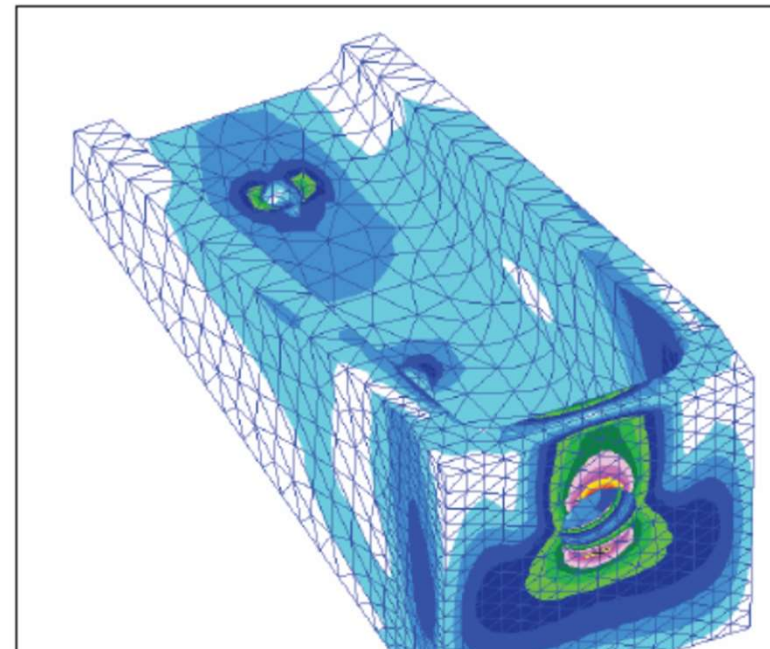
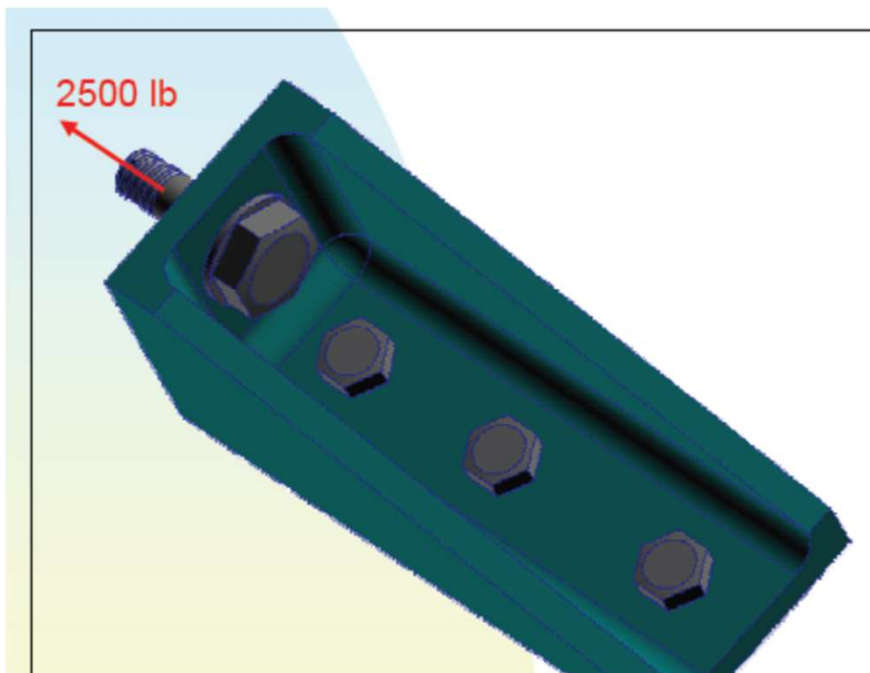
Cartagena99

de los filetes en una varilla plana bajo car-

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

- Ejemplo FEM



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

- La **tensión máxima depende de:**
 - **La forma de la discontinuidad**
 - Del **material** de que se trate
 - Por lo tanto el **factor de concentración de esfuerzos teórico k_t** debe ser **corregido por el real (k_f)**

$$\sigma = k_f \sigma^{\text{nom}}$$

$$k_t \geq k_f$$

- Para determinar k_f se introduce el concepto de **“sensibilidad a la entalladura”, llamado “q”**.
 - Este parámetro **será constante para cada material y tipo de carga**

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

- Los valores de “q” están tabulados
 - **En hierros el valor es 0,2, para normales y cortantes:**

$$\frac{k_f - 1}{k_t - 1} = q$$

- Pasos a seguir para hallar la tensión máxima en la zona con concentración de esfuerzo
 - **Calcular k_t en función de la geometría de la pieza y la carga**
 - **Calcular q en las tablas**

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

○ Materiales dúctiles

- Si tensión real supera a la fluencia en una zona de concentración de tensiones es un fenómeno local.
- La deformación plástica afecta sólo a pequeñas zonas
- En vez de producirse la fluencia en todo el sólido y deformación permanente en el mismo se producen endurecimientos por deformación.

Material dúctil + Cargas estáticas \Rightarrow **No** es necesario incluir efecto de *concentración de esfuerzos* ($q = 0$)

Cartagena99

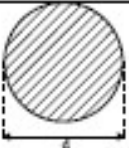

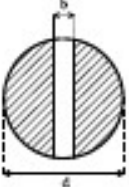

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

Tensiones máximas para diferentes secciones

Sección	Axial	Flexión	Cortante	Torsión
	$\sigma_{\max} = \frac{F}{A}$	$\sigma_{\max} = \frac{M}{W}$	$\tau_{\max} = k \frac{V}{A}$	$\tau_{\max} = \frac{T}{W_P}$
	A	W	k	W_P
	$\frac{\pi d^2}{4}$	$\frac{\pi d^3}{32}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{\pi d^3}{16}$
	$\frac{\pi(d^2 - d_i^2)}{4}$	$\frac{\pi d^3(1 - n^4)}{32}$ $n = d_i/d$	$\frac{4(1 + n + n^2)}{3(1 + n^2)}$	$\frac{\pi d^3(1 - n^4)}{16}$
	-	$\frac{\pi d^3}{32} - \frac{bd^2}{6}$	-	$\frac{\pi d^3}{16} - \frac{bd^2}{3}$
				bh^2

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

Factor de seguridad

$$n_s = \frac{\sigma_y}{\sigma_d}$$

donde: σ_y es el esfuerzo normal permisible y σ_d es el esfuerzo normal obtenido en el diseño.

El factor de seguridad existen muchos métodos para su determinación, uno de los más extendido es el método Pugsley:

$$n_s = n_{sx} n_{sy}$$

donde:

n_{sx} depende de las características A, B y C

A: Calidad de los materiales, destreza, mantenimiento e inspección

B: Control sobre la carga aplicada

C: Exactitud del análisis del esfuerzo, información experimental o

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

$$n_s = n_{sx} n_{sy} \text{ Factor de seguridad}$$

Característica		B=			
		mb	b	R	p
A=mb	C=mb	1.1	1.3	1.5	1.7
	C=b	1.2	1.45	1.7	1.95
	C=r	1.3	1.6	1.9	2.2
	C=p	1.4	1.75	2.1	2.45
A=b	C=mb	1.3	1.55	1.8	2.05
	C=b	1.45	1.75	2.05	2.35
	C=r	1.6	1.95	2.3	2.65
	C=p	1.75	2.15	2.55	2.95
A=r	C=mb	1.5	1.8	2.1	2.4
	C=b	1.7	2.05	2.4	2.75
	C=r	1.9	2.3	2.7	3.1
	C=p	2.1	2.55	3.0	3.45
A=p	C=mb	1.7	2.15	2.4	2.75
	C=b	1.95	2.35	2.75	3.15
	C=r	2.2	2.65	3.1	3.55
	C=p	2.45	2.95	3.45	3.95

mb=muy bien, b=bien, r=regular y p=pobre

¿Qué factor de seguridad tendríamos en el diseño del siguiente producto? Pieza mecanismo escaleras mecánicas metro.

- (A) El material que empleamos viene de un proveedor con una confiabilidad R=80%, pero nuestro sistema de calidad tiene una R=90%
- (B) La carga aplicada sobre la pieza es desconocida (depende del número de usuarios) y depende de la aplicación final donde se use, que desconocemos.
- (C) Nuestros métodos de cálculo incluyen personal muy bien cualificado y los mejores programas de cálculo mecánico.
- (D) No existe peligro para el usuario final, aunque el personal de mantenimiento debe tener cuidado de seguir las instrucciones para no tener un accidente.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

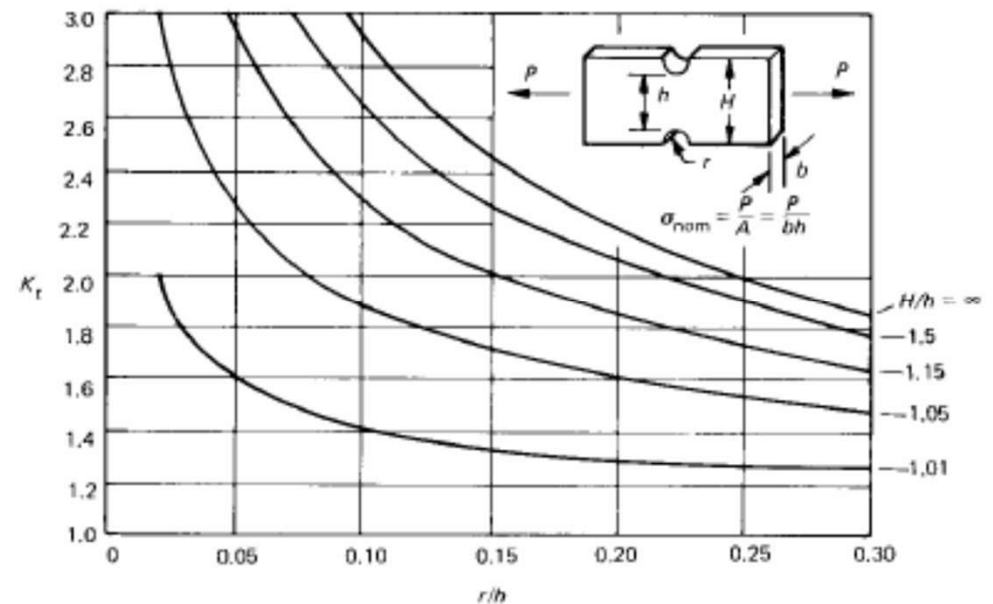
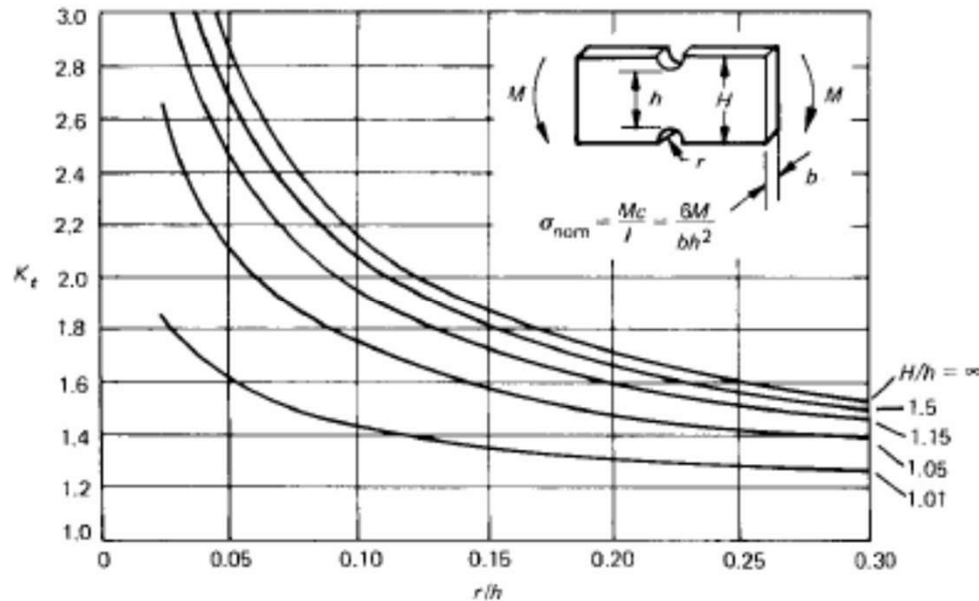
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

ms=muy serio, s=serio y ns=no serio

garantía, por lo que el gasto nos repercute.

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES



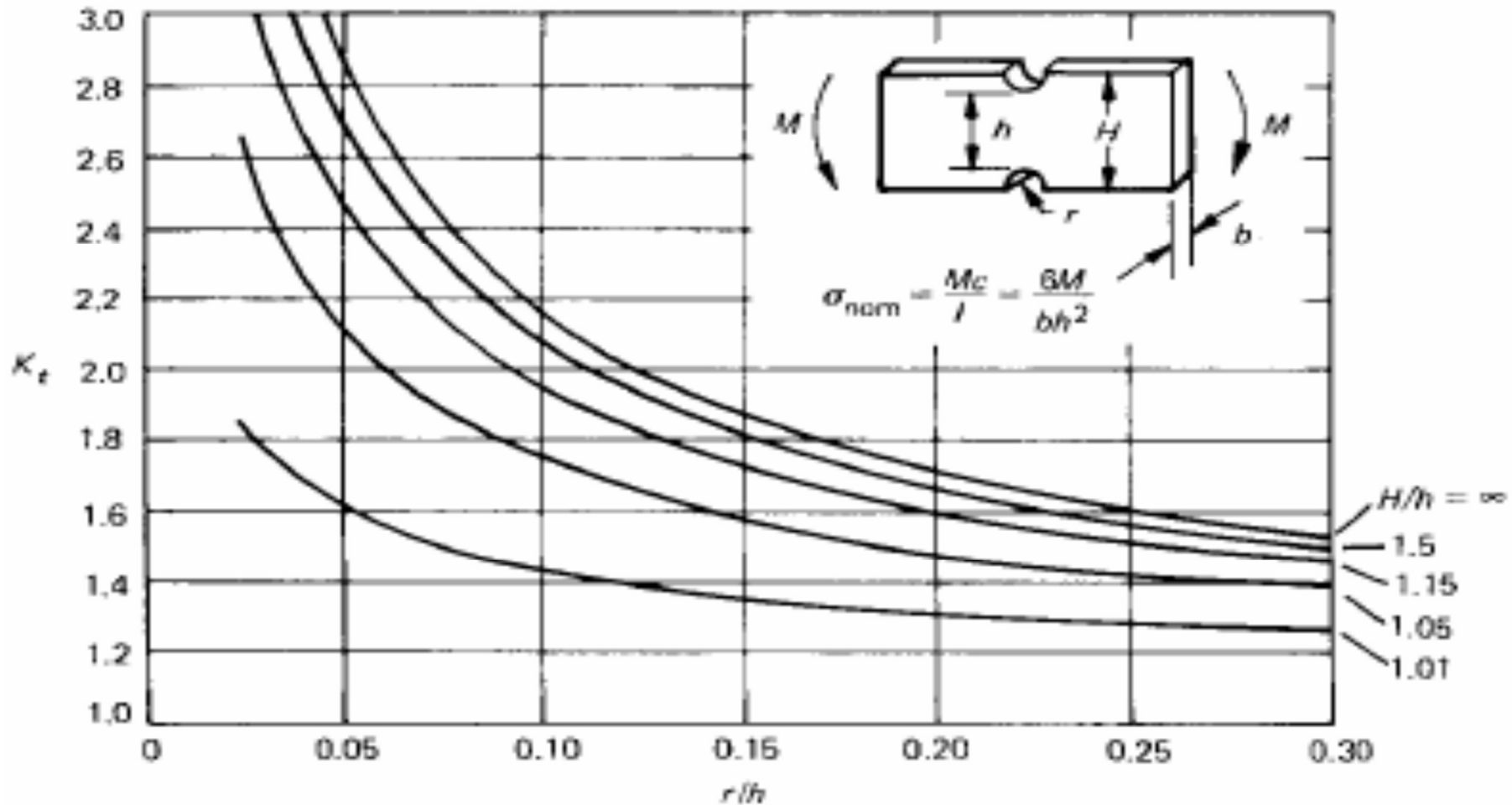
¿Qué coeficiente K_t aplicaríamos en los siguientes casos?

- Momento flector: $H=20$ mm, $h=18$ mm, $r=1$ mm

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



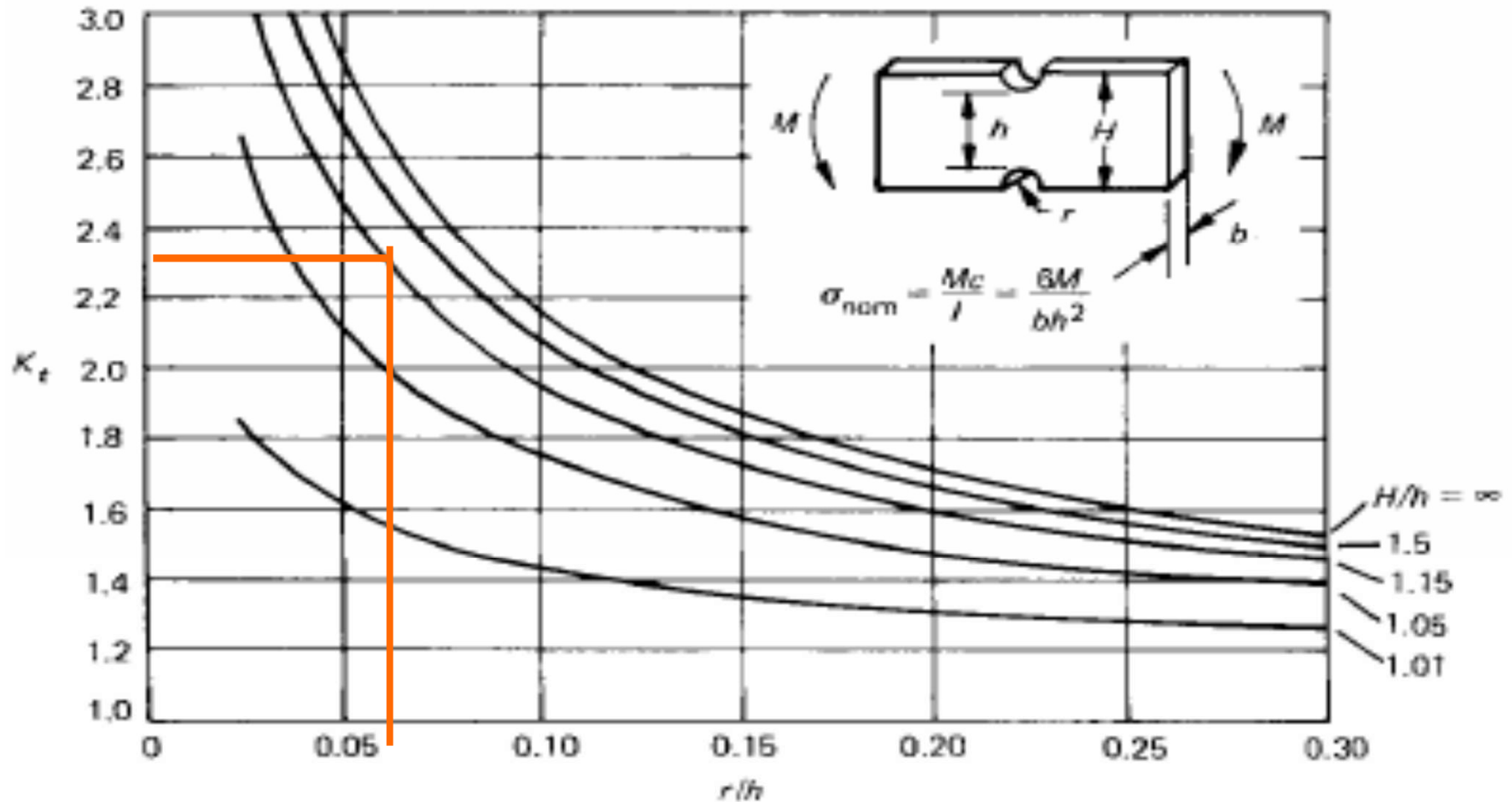
¿Qué coeficiente K_t aplicaríamos en los siguientes casos?

- Momento flector: $H=20$ mm, $h=18$ mm, $r=1$ mm

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



¿Qué coeficiente K_t aplicaríamos en los siguientes casos?

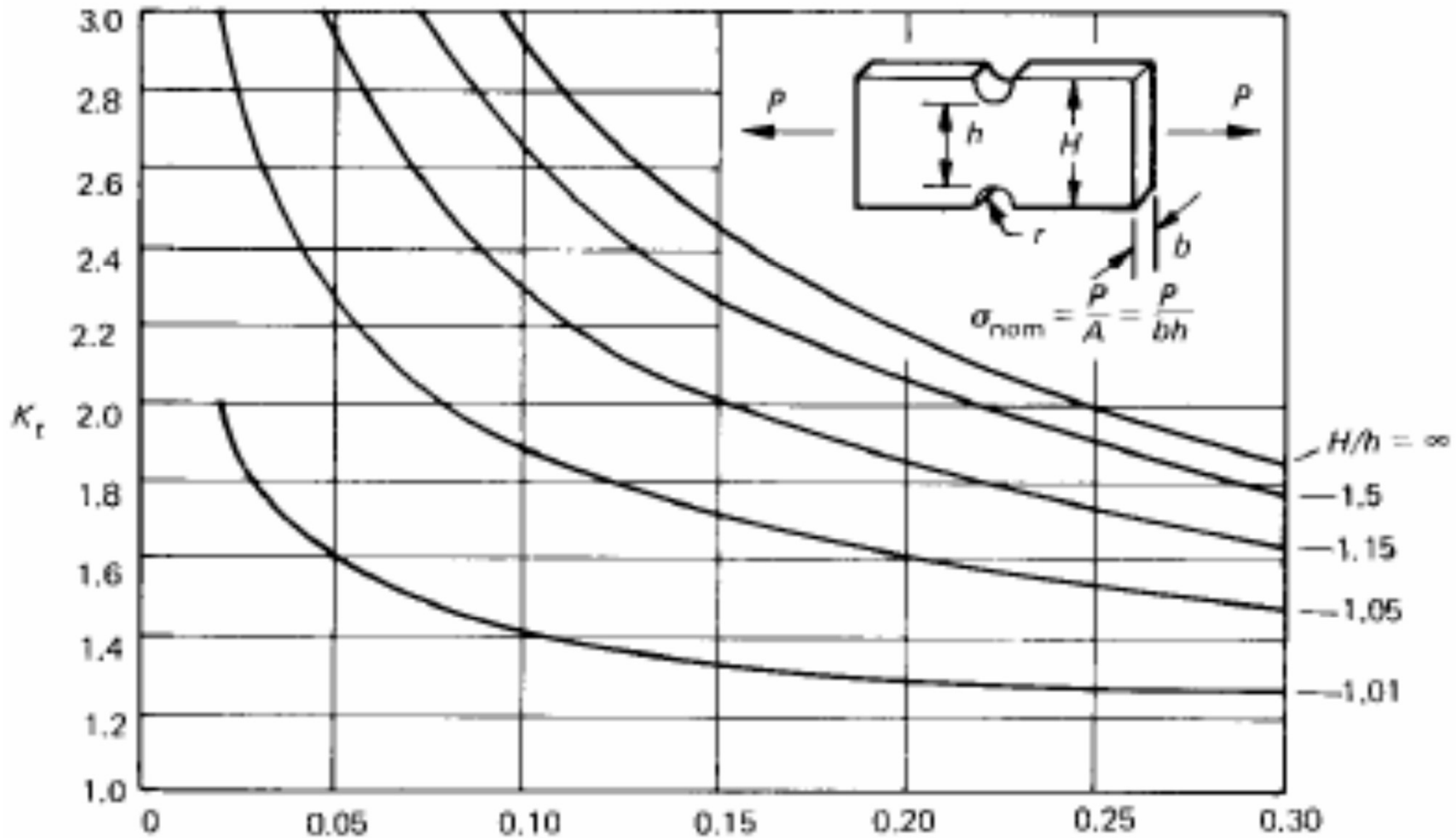
- Momento flector: $H=20$ mm, $h=18$ mm, $r=1$ mm
- Carga axial: $H=20$ mm, $h=18$ mm, $r=1$ mm

H	20
h	18

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99



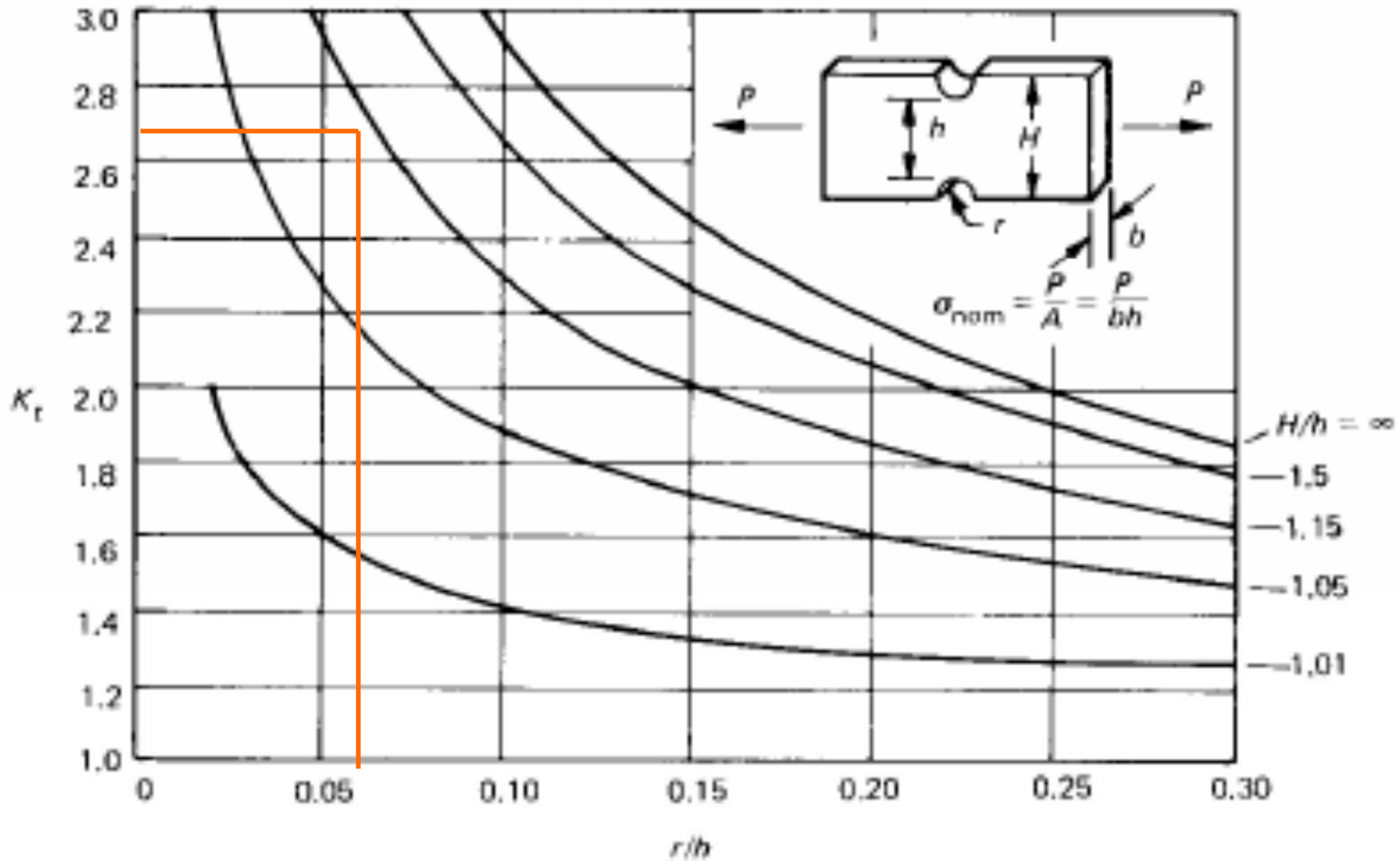
¿Qué coeficiente K_t aplicaríamos en los siguientes casos?

- Momento flector: $H=20$ mm, $h=18$ mm, $r=1$ mm.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



¿Qué coeficiente K_t aplicaríamos en los siguientes casos?

20

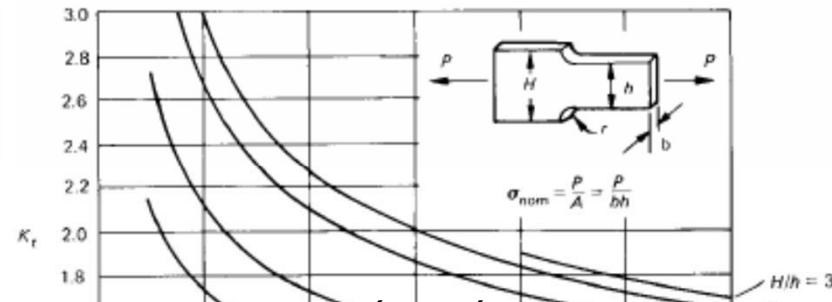
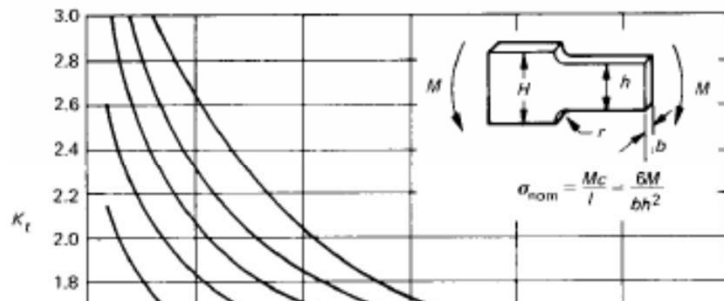
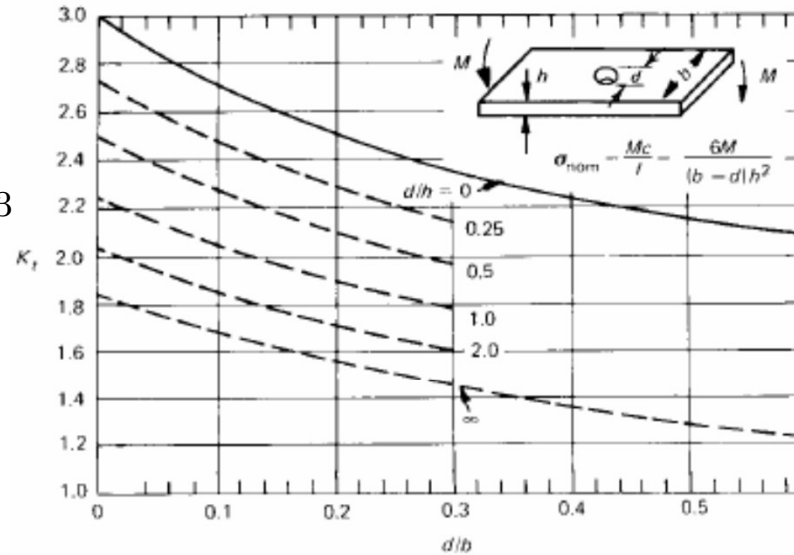
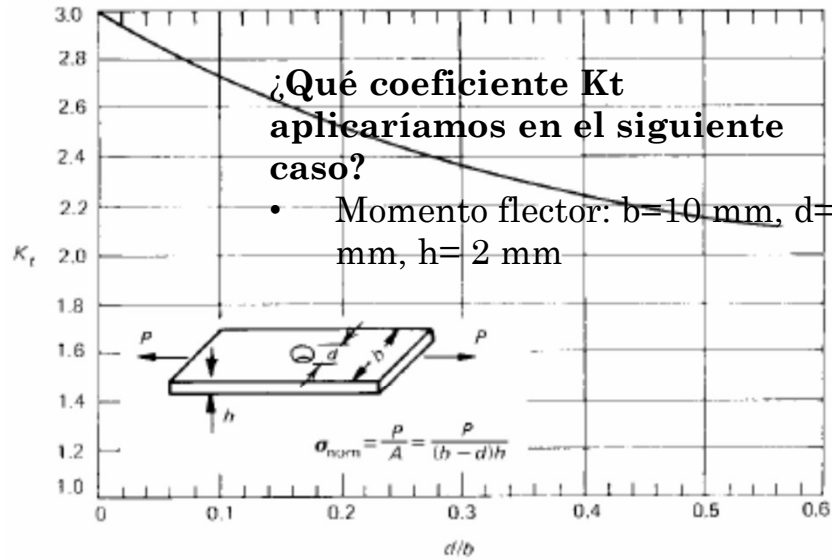
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

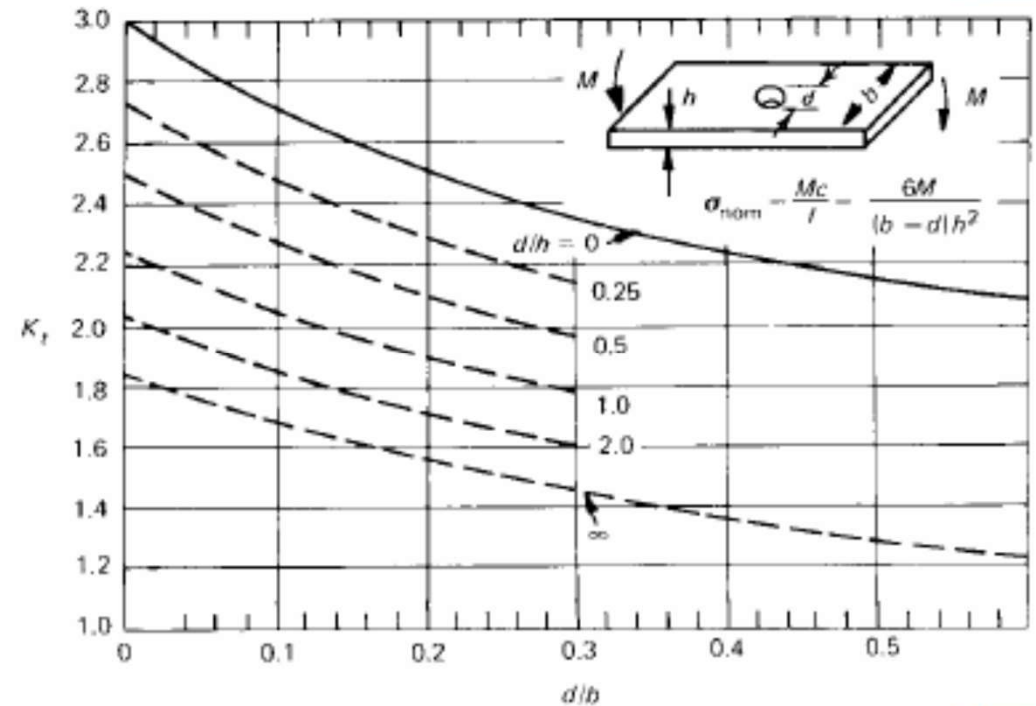
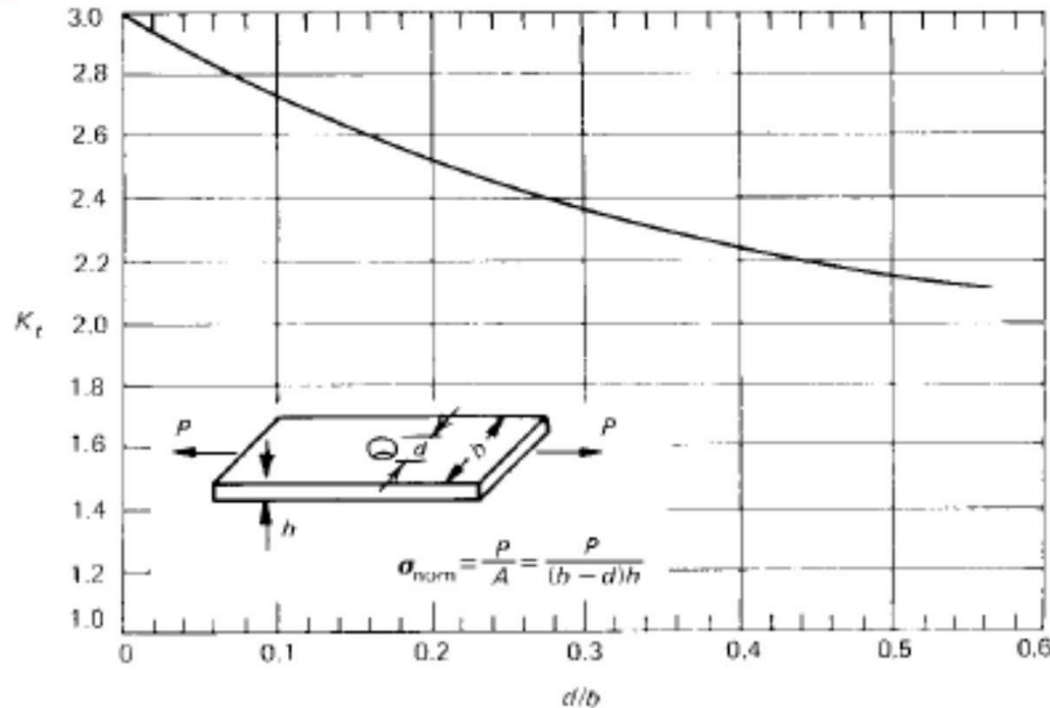
Cartagena99

¿que coeficiente K_t aplicaríamos en el siguiente caso?

Anillo $H=10\text{ mm}$, $b=6\text{ mm}$, $r=2\text{ mm}$

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES



¿Qué coeficiente K_t aplicaríamos en el siguiente caso?

- Momento flector: $b=10$ mm, $d=3$ mm, $h=2$ mm

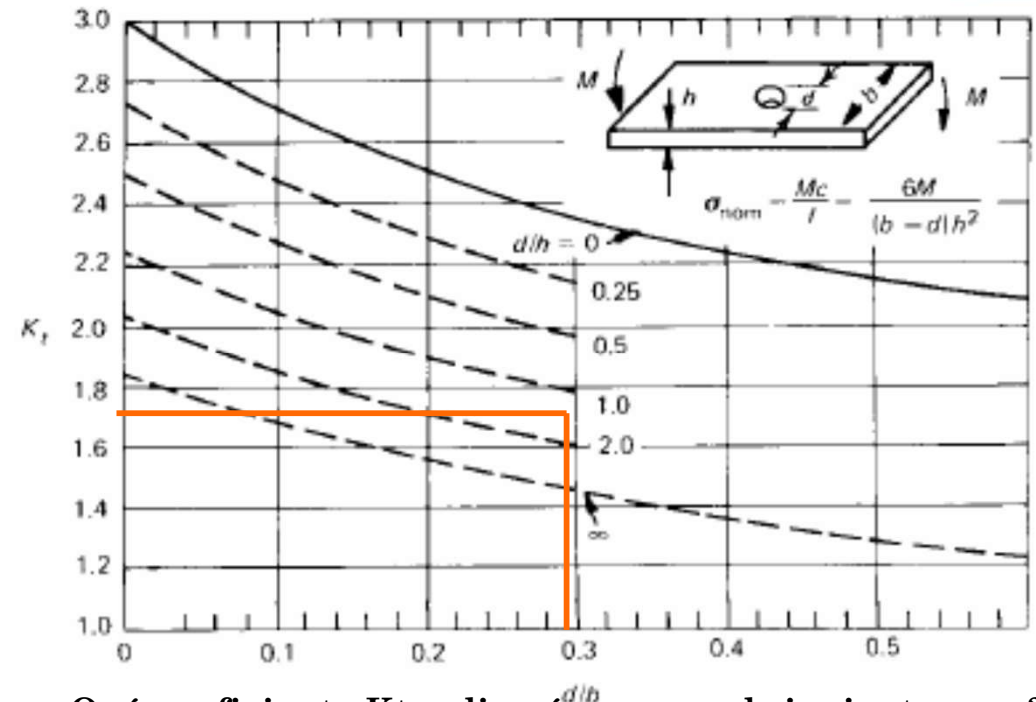
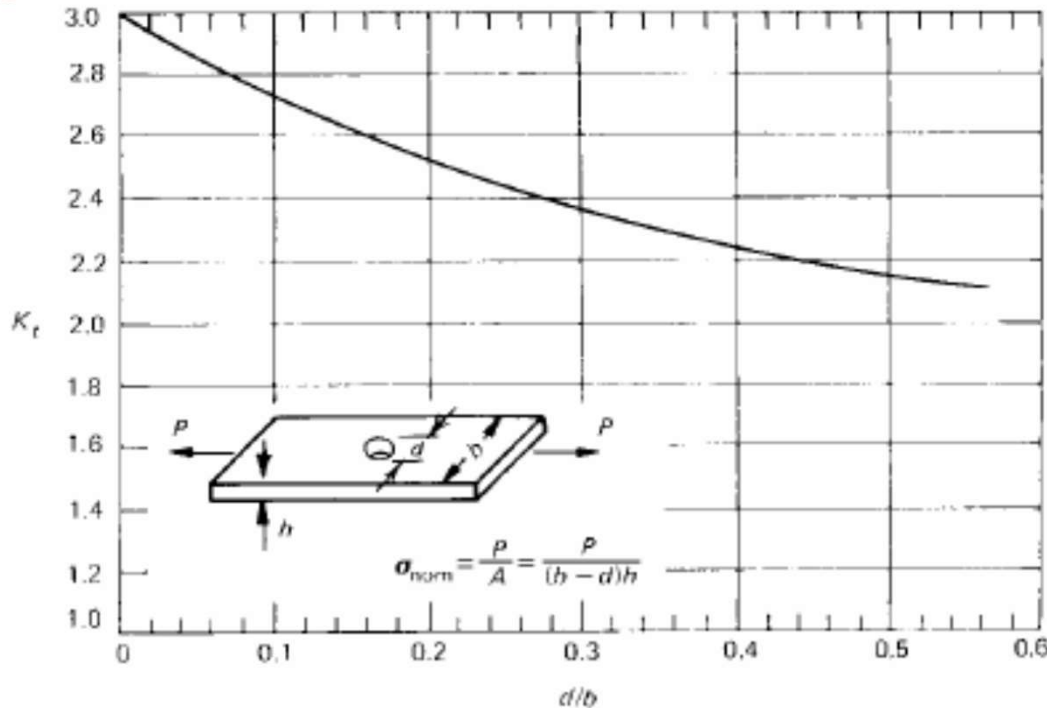
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES



¿Qué coeficiente K_t aplicaríamos en el siguiente caso?

- Momento flector: $b=10$ mm, $d=3$ mm, $h=2$ mm

b	10
d	3

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

K_t

1,7

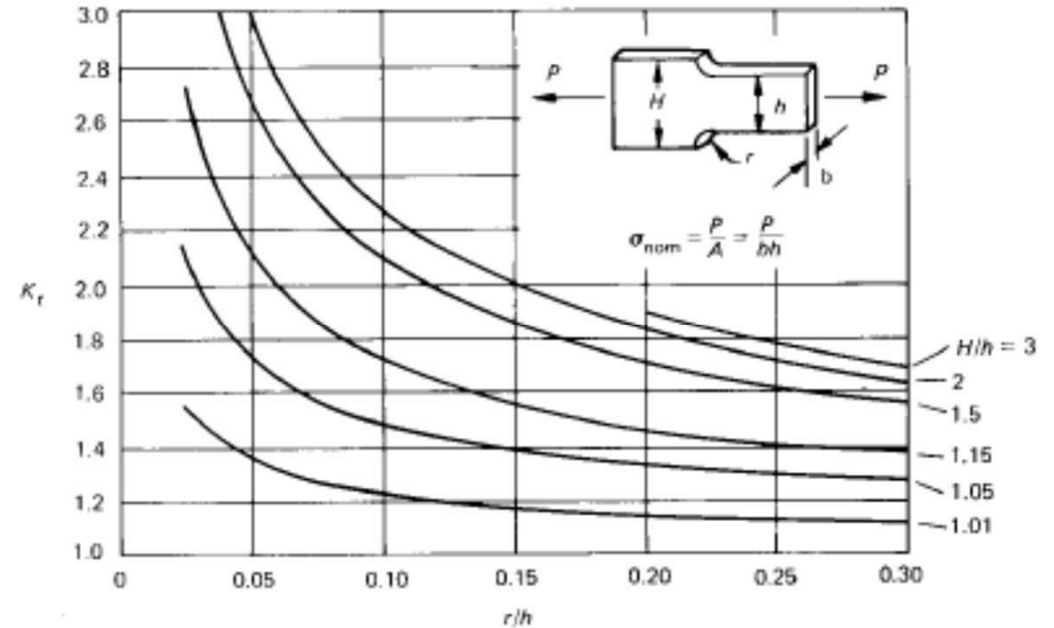
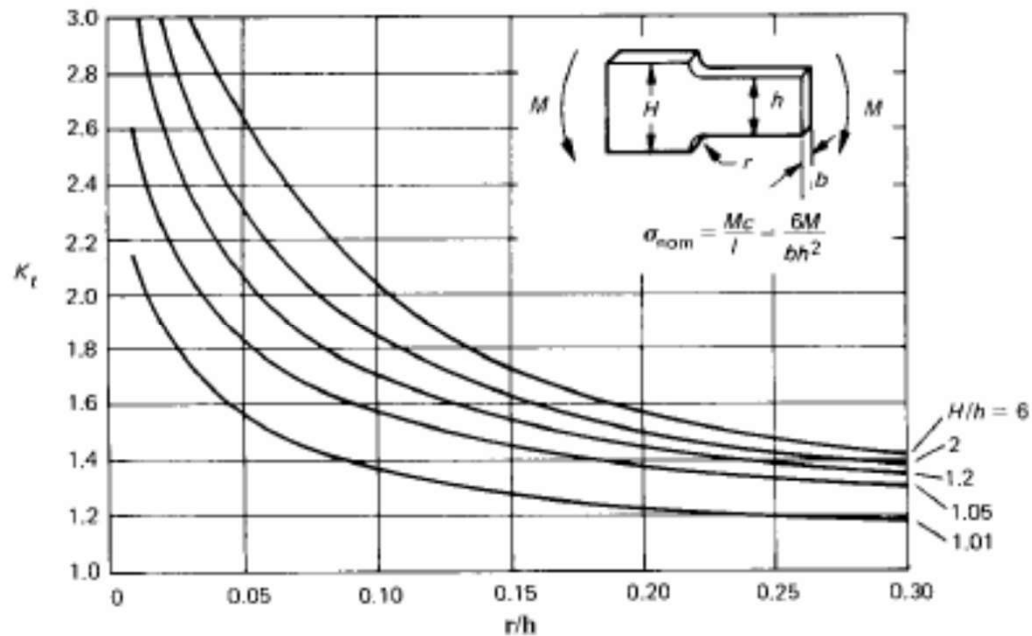


Universidad

MADRID

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES



¿Qué coeficiente K_t aplicaríamos en el siguiente caso?

- Axial: $H=10$ mm, $h=6$ mm, $r=2$ mm

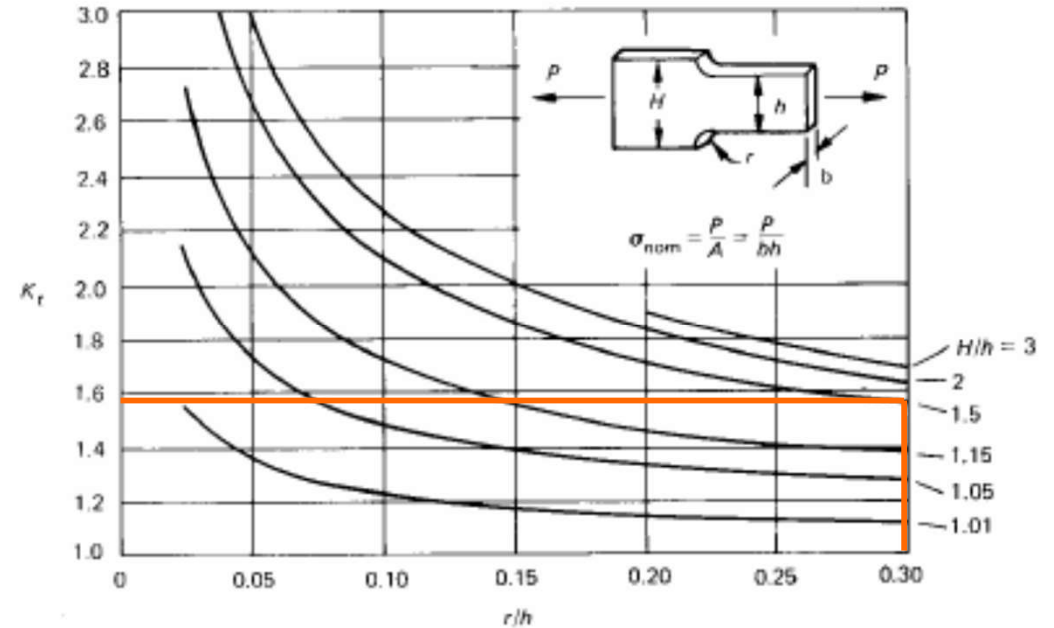
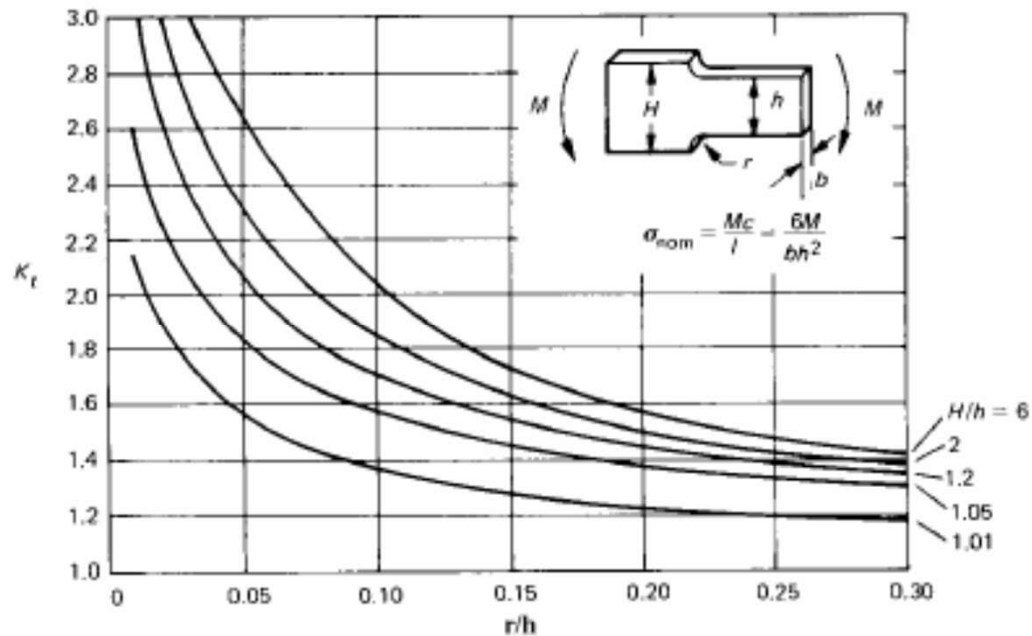
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES



¿Qué coeficiente K_t aplicaríamos en el siguiente caso?

- Axial: $H=10$ mm, $h=6$ mm, $r=2$ mm

H	10
h	6
r	2

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

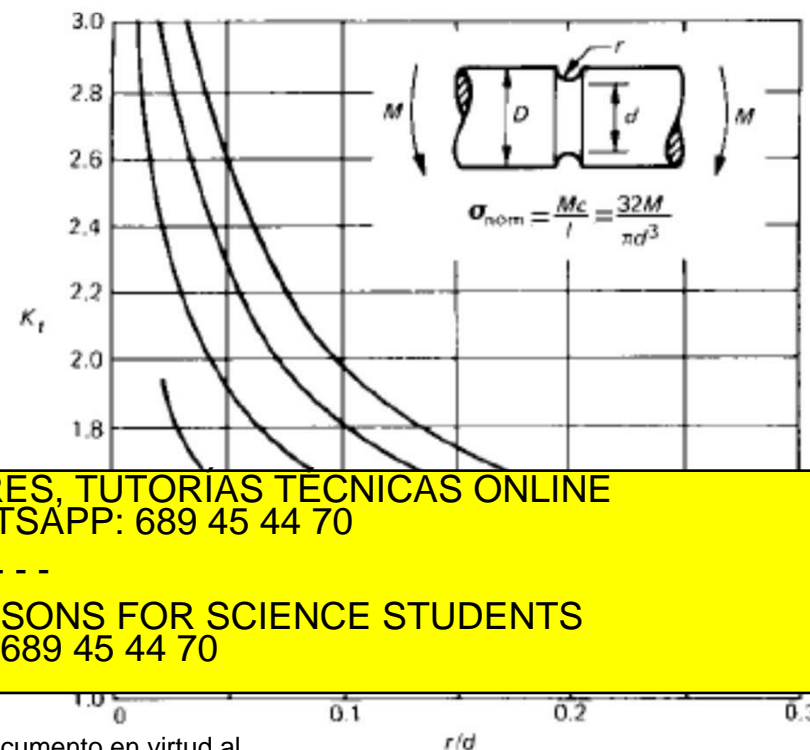
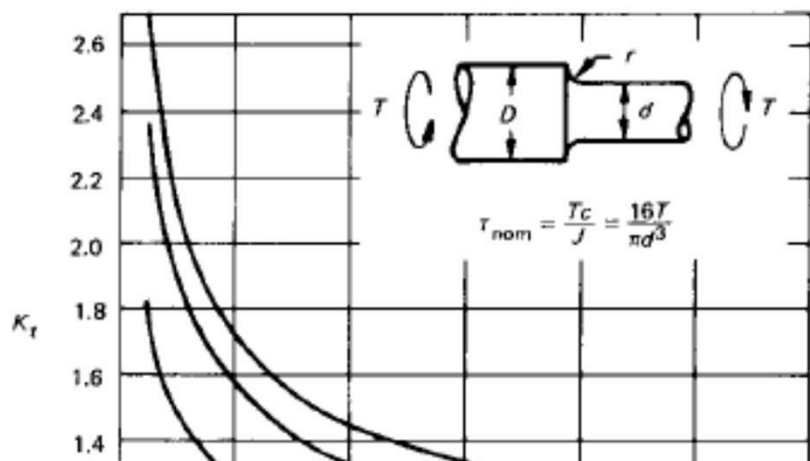
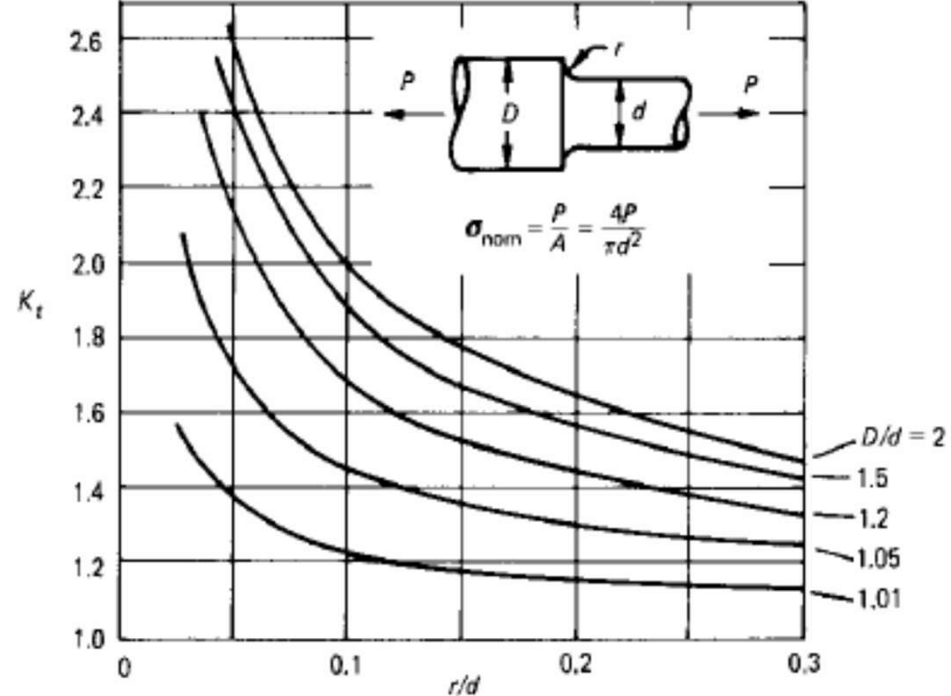
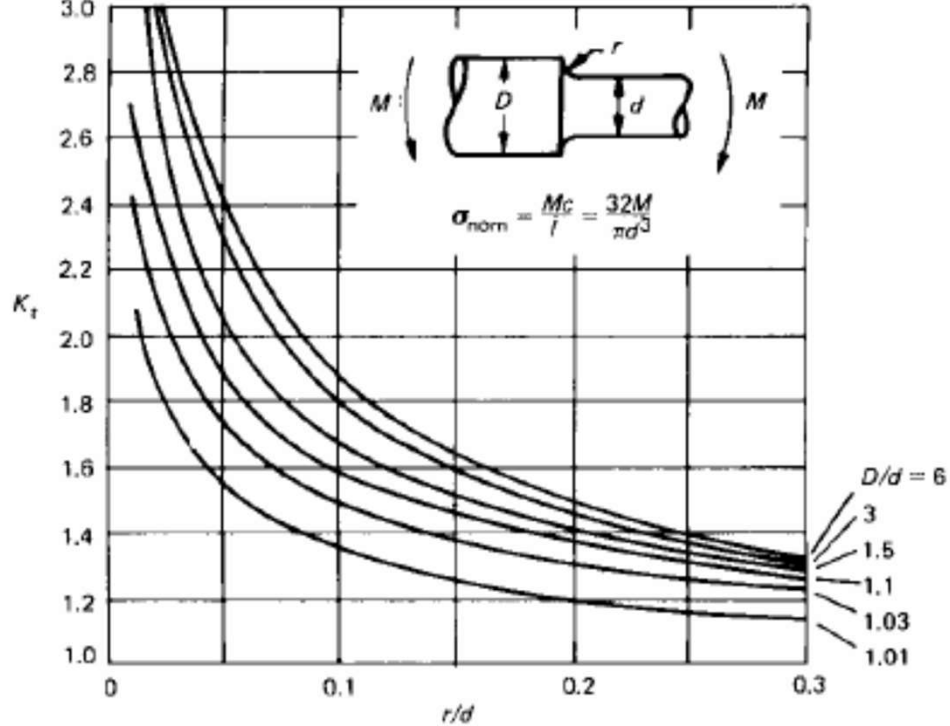
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99



Nebrija
 Universidad

MADRID

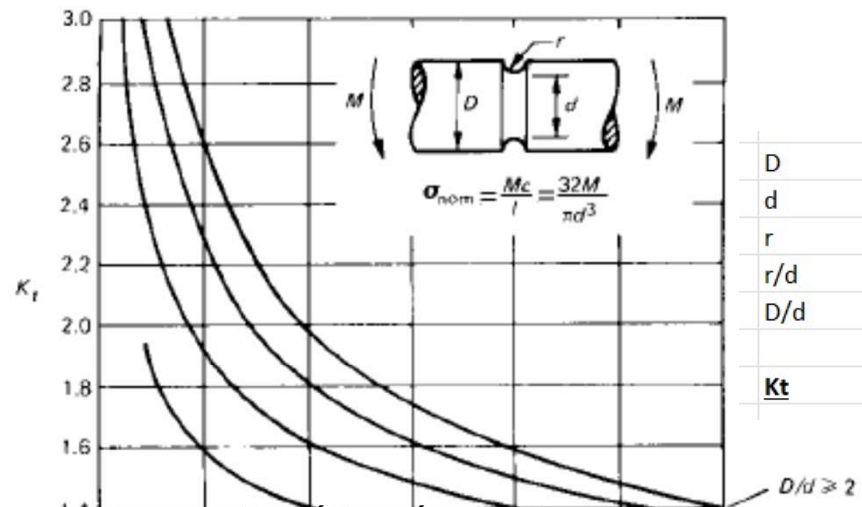
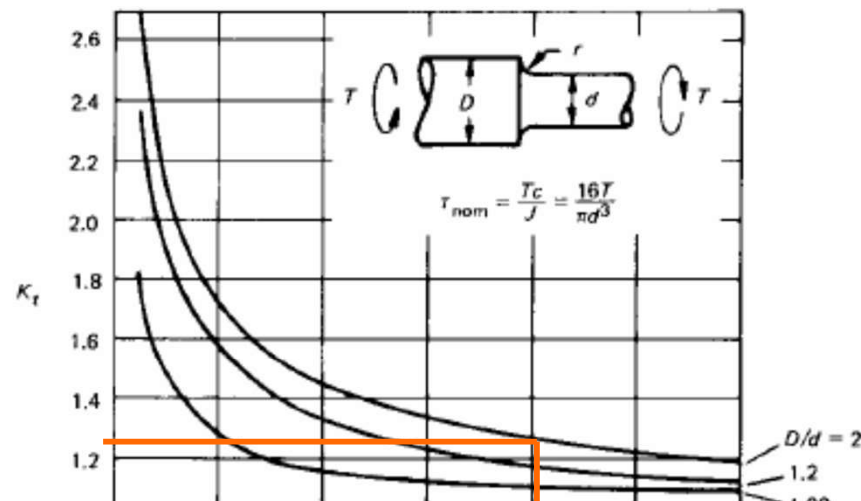
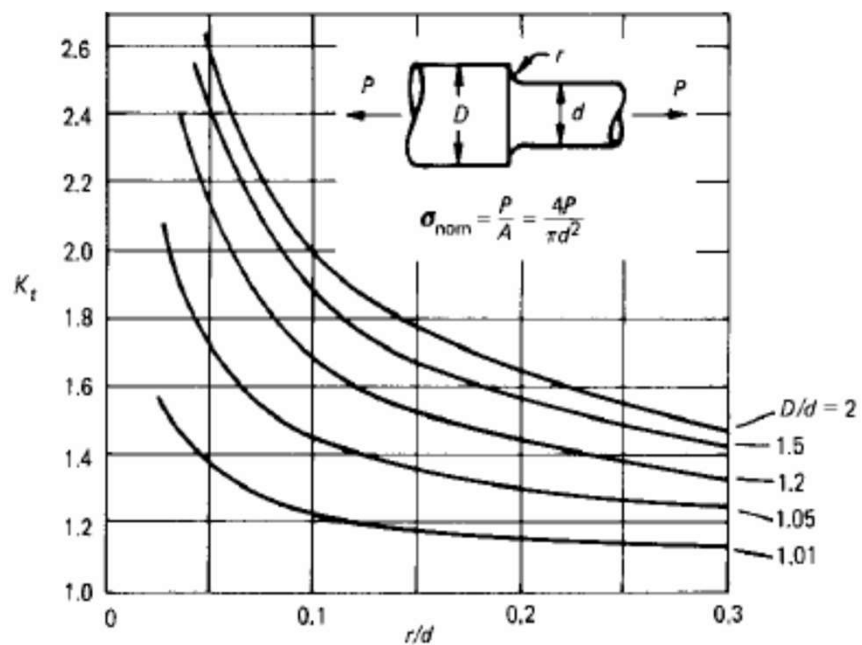
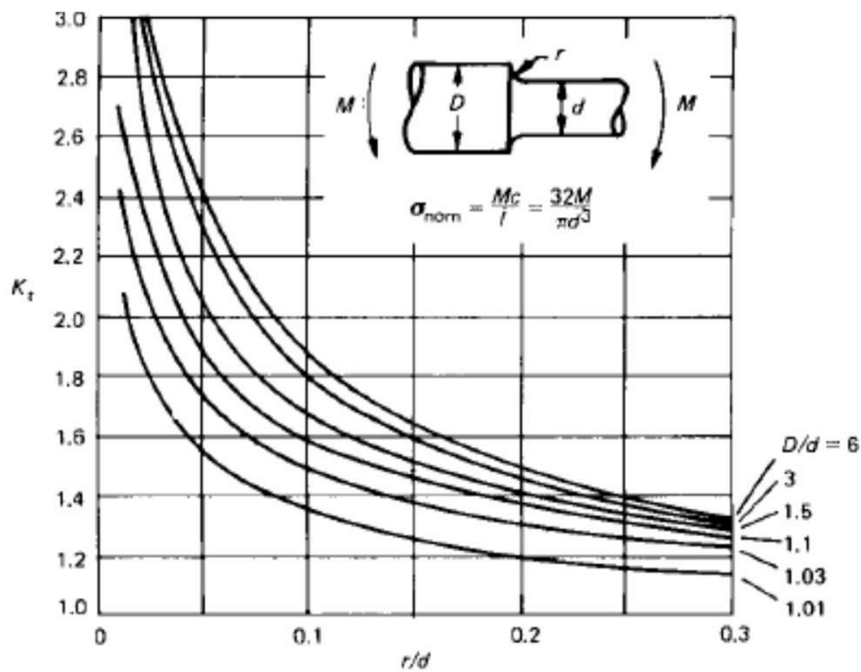


Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

TORSION. D=100 mm, a=70 mm, r=15mm



D	100
d	70
r	15
r/d	0,21
D/d	1,43
Kt	1,3

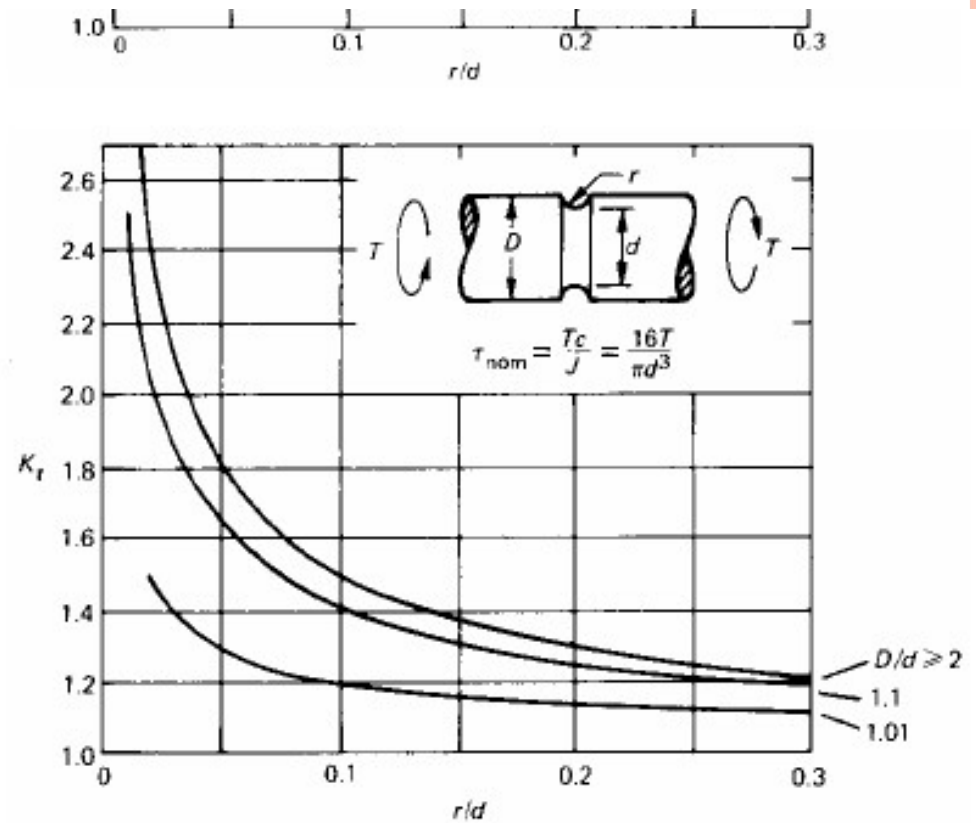
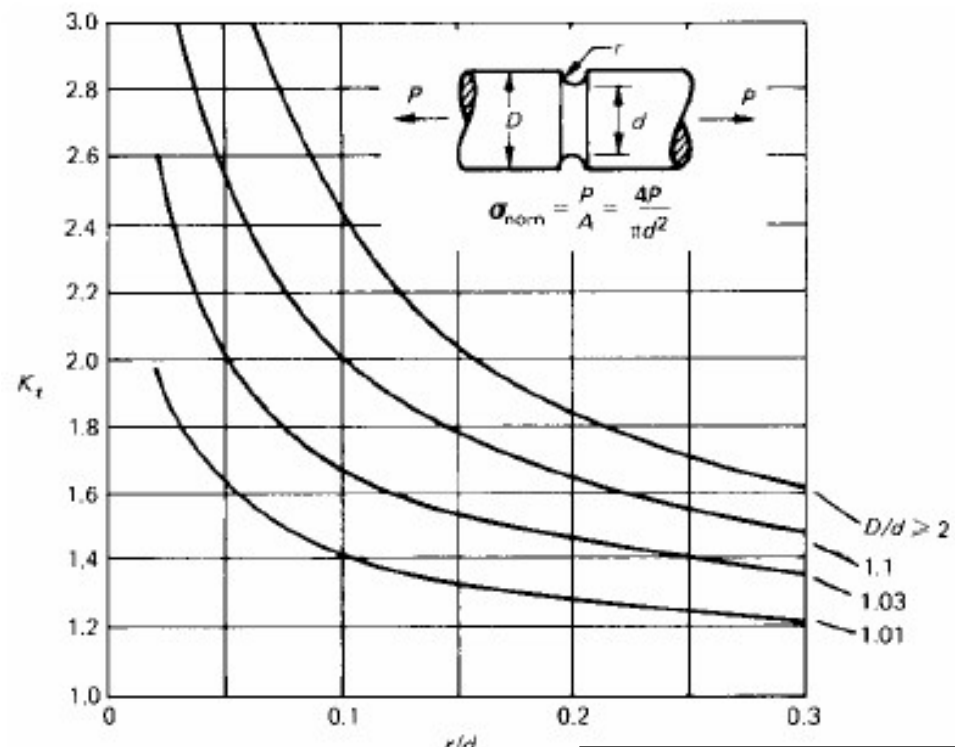
CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES



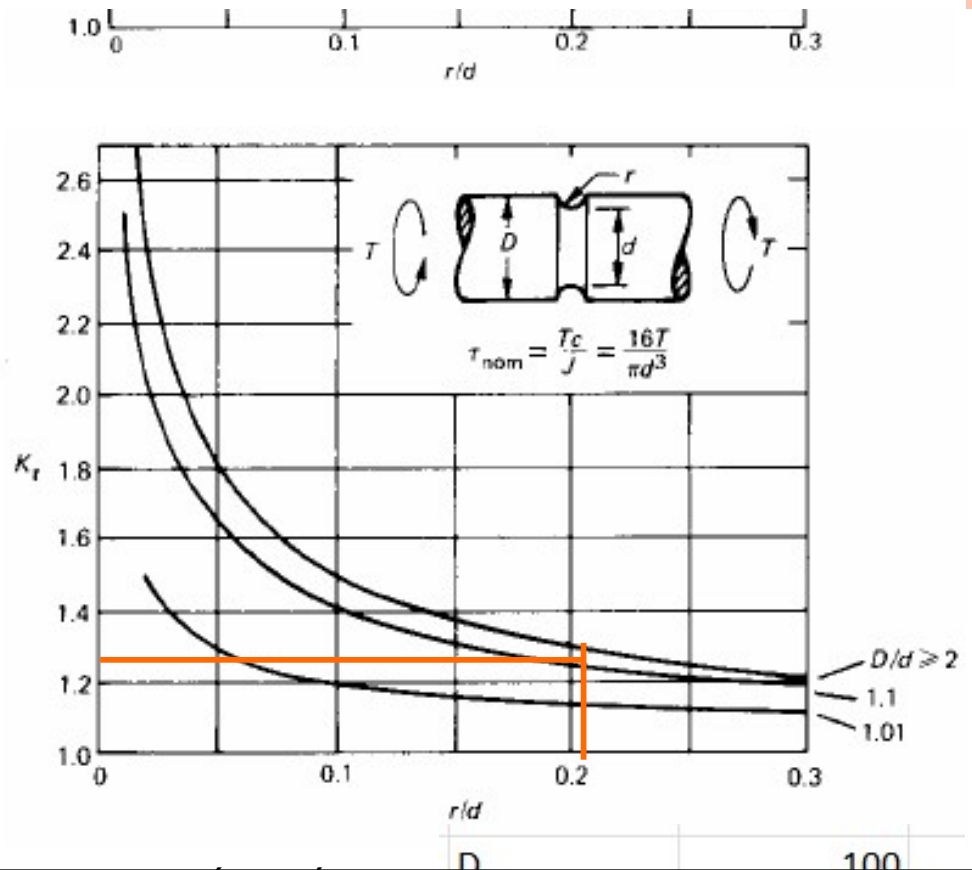
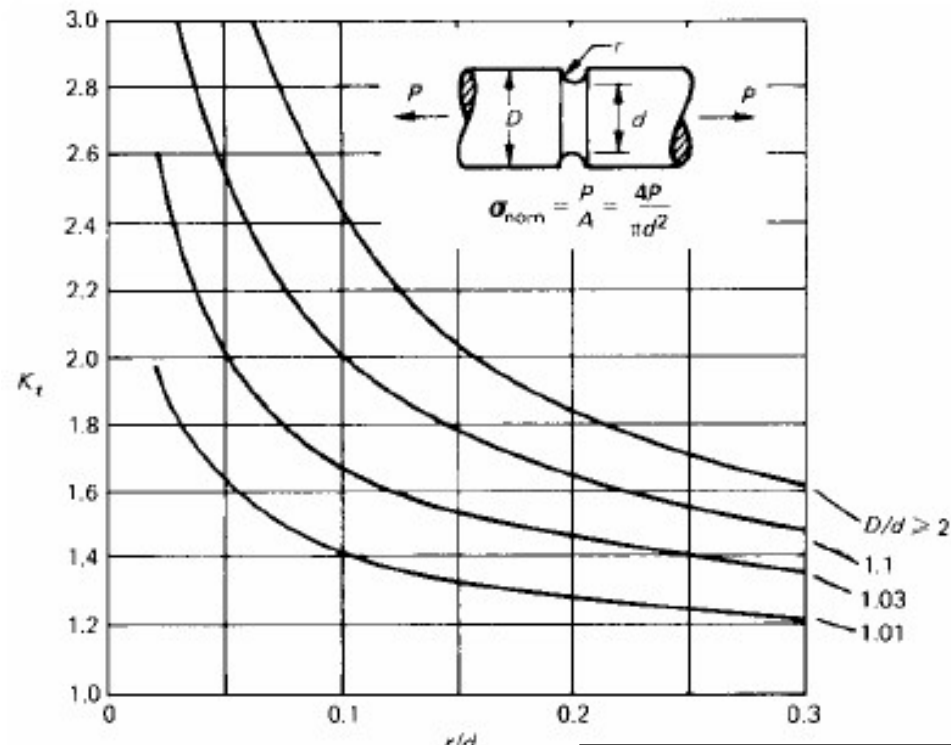
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

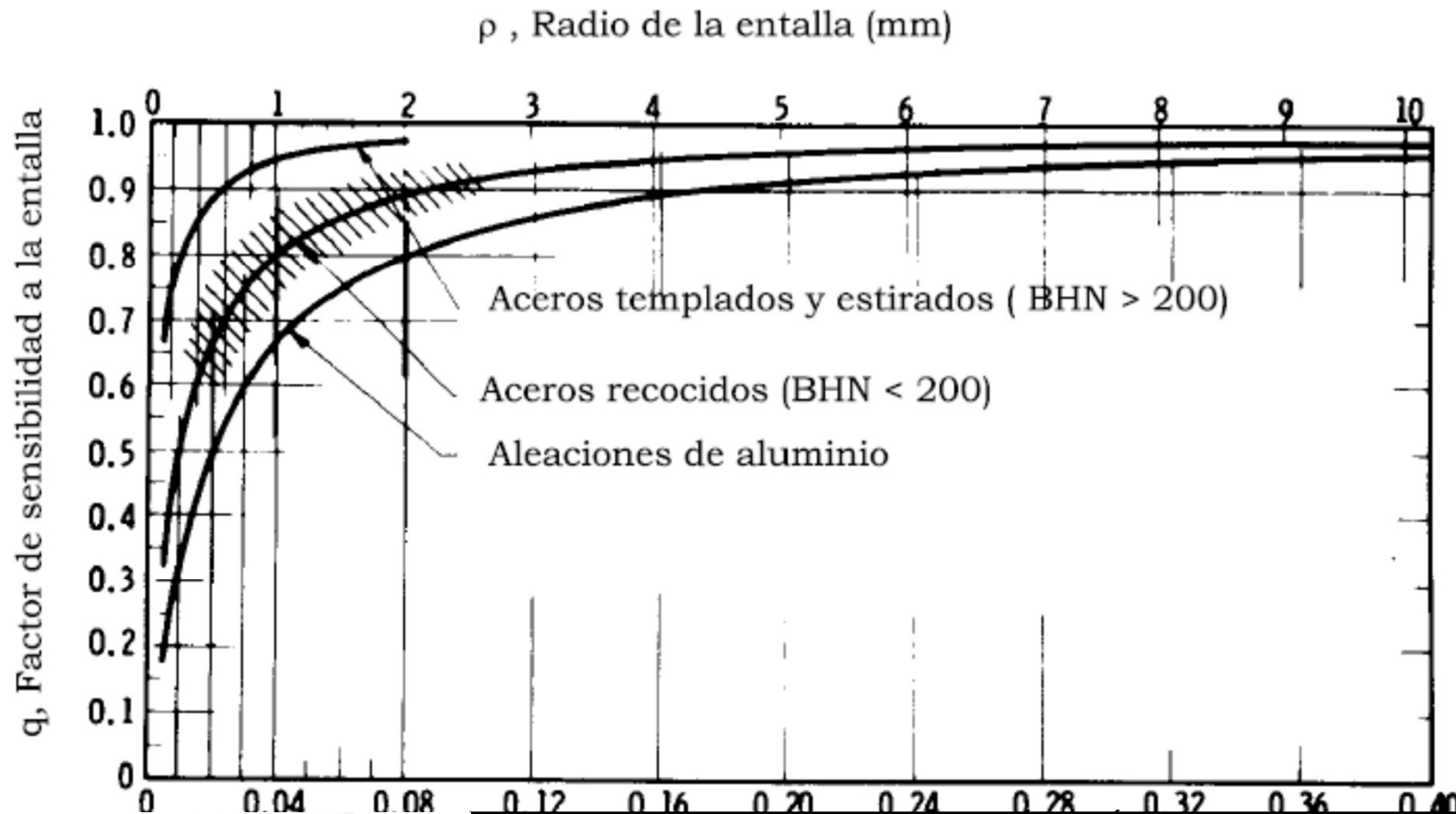
Similar anterior

Kt

1,3

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES



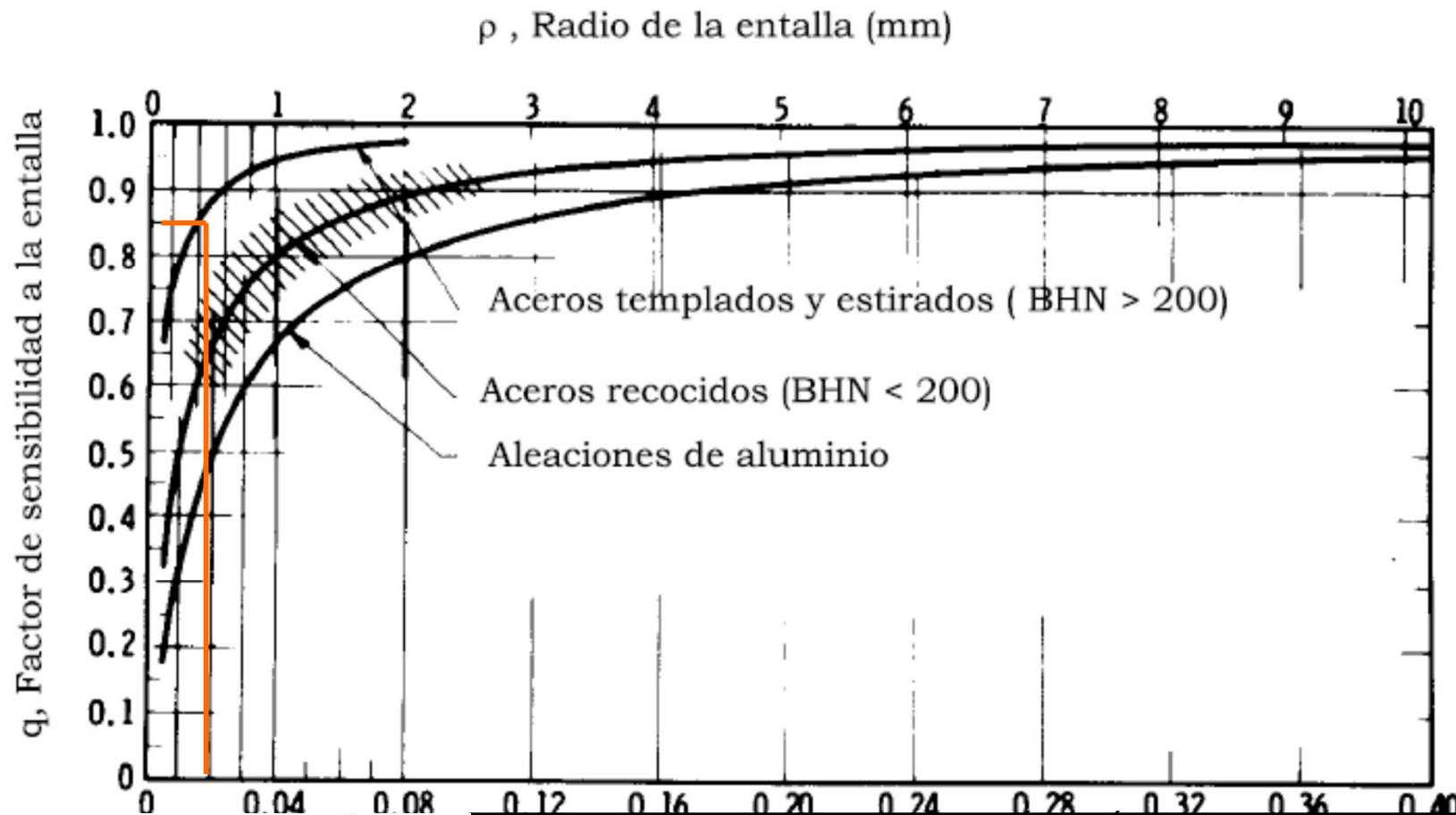
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

q=

0,85

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. FACTOR DE SEGURIDAD

$$n_s = n_{sx} n_{sy} \text{ Factor de seguridad}$$

Característica		B=			
		mb	b	R	p
A=mb	C=mb	1.1	1.3	1.5	1.7
	C=b	1.2	1.45	1.7	1.95
	C=r	1.3	1.6	1.9	2.2
	C=p	1.4	1.75	2.1	2.45
A=b	C=mb	1.3	1.55	1.8	2.05
	C=b	1.45	1.75	2.05	2.35
	C=r	1.6	1.95	2.3	2.65
	C=p	1.75	2.15	2.55	2.95
A=r	C=mb	1.5	1.8	2.1	2.4
	C=b	1.7	2.05	2.4	2.75
	C=r	1.9	2.3	2.7	3.1
	C=p	2.1	2.55	3.0	3.45
A=p	C=mb	1.7	2.15	2.4	2.75
	C=b	1.95	2.35	2.75	3.15
	C=r	2.2	2.65	3.1	3.55
	C=p	2.45	2.95	3.45	3.95

mb=muy bien, b=bien, r=regular y p=pobre

Caso practico bombonas cloro-gas.

- (A) El material que empleamos viene de un proveedor con una confiabilidad.
- (B) La carga aplicada sobre la pieza es desconocida.
- (C) Nuestros métodos de cálculo incluyen personal muy bien cualificado y los mejores programas de cálculo mecánico.
- (D) No existe peligro para el usuario final
- (E) En caso de fallo facilitamos un servicio al cliente de recambio y puesta en funcionamiento de menos de 1 día desde su llamada.

donde:

n_{sx} depende de las características A, B y C

A: Calidad de los materiales, destreza, mantenimiento e inspección

B: Control sobre la carga aplicada

C: Exactitud del análisis del esfuerzo, información experimental, etc.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

ms=muy serio, s=serio y ns=no serio

RESISTENCIA ESTÁTICA

9. FACTOR DE SEGURIDAD

$$n_s = n_{sx} n_{sy} \text{ Factor de seguridad}$$

Característica		B=			
		mb	b	R	p
A=mb	C=mb	1.1	1.3	1.5	1.7
	C=b	1.2	1.45	1.7	1.95
	C=r	1.3	1.6	1.9	2.2
	C=p	1.4	1.75	2.1	2.45
A=b	C=mb	1.3	1.55	1.8	2.05
	C=b	1.45	1.75	2.05	2.35
	C=r	1.6	1.95	2.3	2.65
	C=p	1.75	2.15	2.55	2.95
A=r	C=mb	1.5	1.8	2.1	2.4
	C=b	1.7	2.05	2.4	2.75
	C=r	1.9	2.3	2.7	3.1
	C=p	2.1	2.55	3.0	3.45
A=p	C=mb	1.7	2.15	2.4	2.75
	C=b	1.95	2.35	2.75	3.15
	C=r	2.2	2.65	3.1	3.55
	C=p	2.45	2.95	3.45	3.95

mb=muy bien, b=bien, r=regular y p=pobre

Caso practico bombonas cloro-gas.

- (A) El material que empleamos viene de un proveedor con una confiabilidad. **MB**
- (B) La carga aplicada sobre la pieza es desconocida. **MB**.
- (C) Nuestros métodos de cálculo incluyen personal muy bien cualificado y los mejores programas de cálculo mecánico. **R**.
- (D) No existe peligro para el usuario final. **MS**.
- (E) En caso de fallo facilitamos un servicio al cliente de recambio y puesta en funcionamiento de menos de 1 día desde su llamada. **MS**

nxx 1,3

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

ms=muy serio, s=serio y ns=no serio