

PROBLEMA 1

Consideremos los espacios normados $(\mathbb{X}_i, \|\cdot\|_i)$ ($i = 1, 2$).

a) Demostrar entonces, que el par de espacios normados indicados son homeomorfos (topológicamente isomorfos) si y solamente si $\exists A : \mathbb{X}_1 \rightarrow \mathbb{X}_2$ que es un isomorfismo y además existen constantes reales $m, M > 0$ tales que se verifica que $m \leq \frac{\|x\|_1}{\|Ax\|_2} \leq M \quad \forall x \in \mathbb{X}_1 ; x \neq 0$.

b) Si \mathbb{X}_1 es un espacio de Banach ¿Qué pasa con \mathbb{X}_2 ?

Indicación: Recordar que:

- Una aplicación $A : \mathbb{X}_1 \rightarrow \mathbb{X}_2$ es un isomorfismo si A es lineal; es decir, si $A(\alpha x_1 + \beta x_2) = \alpha Ax_1 + \beta Ax_2$ y además es biyectiva (es decir, uno a uno y sobre).
- Los espacios \mathbb{X}_1 y \mathbb{X}_2 se dicen homeomorfos (o topológicamente equivalentes) si existe un isomorfismo $A : \mathbb{X}_1 \rightarrow \mathbb{X}_2$, que es continuo y cuyo inverso también es continuo.

(3 Puntos)

PROBLEMA 2

Sea $\{\mu_n\}_{n=1}^{\infty}$ una sucesión acotada de números complejos.

a) Demostrar que el operador lineal $A: \ell^2 \rightarrow \ell^2$ definido en la forma $Ae_n = \mu_n e_n ; \forall n \geq 1$, donde $\{e_n\}_{n=1}^{\infty}$ es una base ortonormal de ℓ^2 , es acotado.

b) ¿Cuándo existe el inverso?

(2,5 Puntos)

PROBLEMA 3

Utilizar la transformada de Laplace para resolver en $f(t)$ la ecuación integral:

$$f(t) = 3t^2 - e^{-t} - \int_0^t f(\tau) e^{t-\tau} d\tau.$$

Indicación: Utilizar para ello el teorema de la convolución.

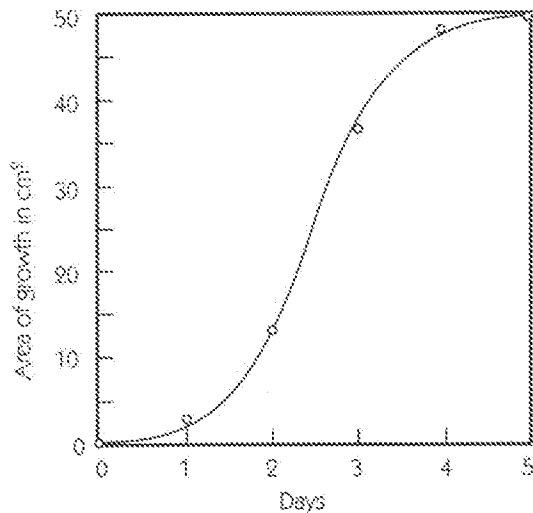
(2,00 Puntos)

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a background of a light blue and white abstract shape that resembles a stylized 'C' or a wave.

PROBLEMA 4 (2,5 puntos)



La figura adjunta nos da las medidas del crecimiento diario (cículos) de un área (en cm^2). Los puntos experimentales se han ajustado a la llamada función logística (línea continua):

$$y(t) = \frac{a}{b + e^{-\gamma t}}$$

donde a , b y γ son constantes positivas.

- Obtenga el valor de $y(t)$ en función de a , b y γ cuando $t = 0$ y $t \rightarrow \infty$.
- Muestre que la función logística es solución de la ecuación

$$\frac{dy}{dt} = k_1 y - k_2 y^2$$

y calcule los valores de k_1 y k_2 .

- En la figura, $a = 0,25 \text{ cm}^2$, $b = 0.005$ y $\gamma = 2,1 \text{ día}^{-1}$. Encuentre los valores correspondientes de k_1 y k_2 .

Duración: 2h. MATERIAL AUXILIAR: ninguno.

Razónese las respuestas para que puedan darse como válidas.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70