

# MODELADO Y SIMULACIÓN

## APLICACIONES

1. Dinámica de una neurona
2. Órbitas planetarias
3. Iluminación en gráficos digitales

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Eduardo Martínez

# 1. Canales iónicos en neuronas

- ❖ Los **canales iónicos** son proteínas transmembrana que contienen poros acuosos que cuando se abren permiten el paso selectivo de iones específicos a través de las membranas celulares.
- ❖ Estos canales actúan como compuertas que se abren o se cierran en función de los estímulos externos, aunque algunas sustancias tóxicas pueden desactivar su función natural.
- ❖ En los mamíferos, los canales iónicos determinan importantes procesos como: la excitación del nervio y del músculo, la secreción de hormonas y neurotransmisores, la transducción

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Canales iónicos: tipos

## Mecanismos para la apertura o cierre de los canales iónicos (*gating*)

- Canales regulados por voltaje
  - Canales de sodio ( $\text{Na}^+$ )
  - Canales de potasio ( $\text{K}^+$ )
  - Canales de calcio ( $\text{Ca}^{2+}$ )
  - Canales de cloro ( $\text{Cl}^-$ )
- Canales regulados por ligandos
- Canales mecanosensibles

• Los canales iónicos regulados por voltaje se abren en respuesta a cambios en el *potencial eléctrico* a través de la membrana plasmática. Su principal función es la *transmisión de impulsos eléctricos* (generación del potencial de acción) debido a

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

aquellas responsables de la apertura y cierre

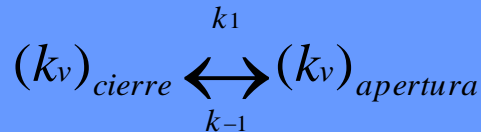
# Modelo de canales regulados por voltaje

$$V = IR \quad I = \frac{1}{R}V = gV = g_{\max} * P_o * V$$

Canal del potasio ( $K_v$ ) 2 configuraciones: *abierto o cerrado*

$$I_K = \bar{g}_K * n * V$$

y



donde  $\hat{g}_k$  es la máxima conductancia en el canal  $K_v$   
y  $n$  es la probabilidad de que el canal esté en configuración *abierto*  
 $k_1$  y  $k_{-1}$  son dependientes del voltaje.

*El cambio en la probabilidad de que un canal esté abierto (cinética)*

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

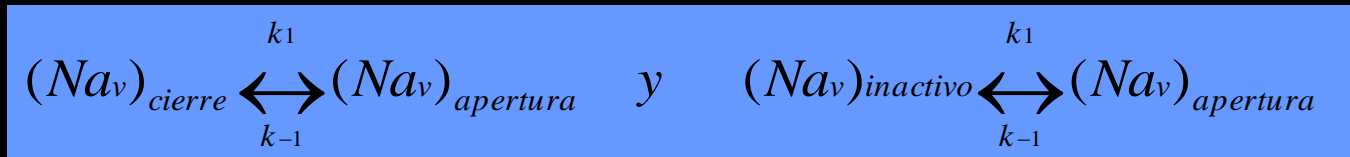
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Modelo de canales regulados por voltaje (2)

Canal del sodio ( $Na_v$ ) 3 configuraciones: *abierto, cerrado o indiferente*

Podemos asumir que estas dos reacciones reversibles gobiernan el comportamiento del canal



Si  $m$  es la probabilidad de que el canal este *abierto* habiendo estado antes *cerrado* y  $h$  es la probabilidad de que el canal este *abierto* habiendo estado antes *inactivo*

$$I = g \cdot m \cdot h \cdot V$$

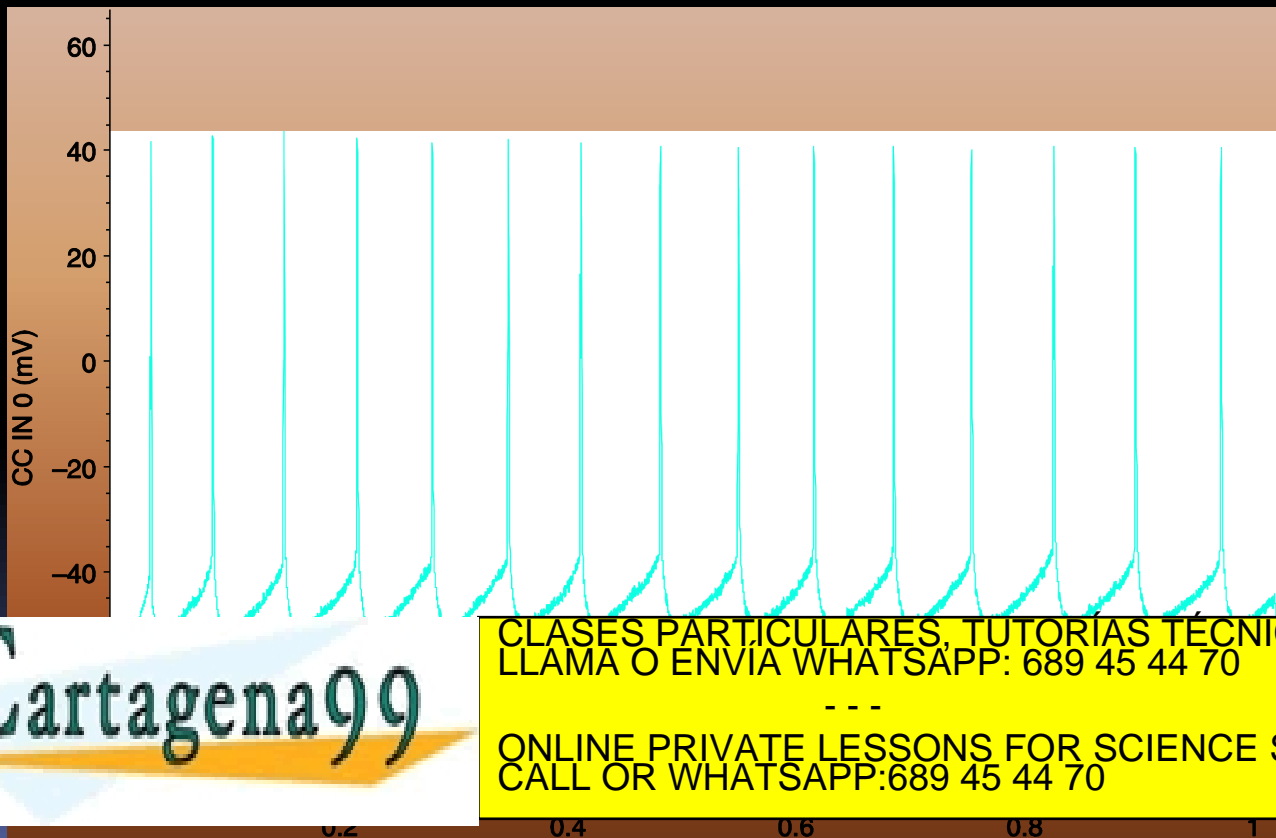
CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

# Dinámica de una neurona

- ❖ Las neuronas se comunican entre ellas transmitiendo y recibiendo señales electroquímicas llamadas *potenciales de acción*.
- En el sistema nervioso central estas variaciones de potencial son del orden de milisegundos.



Intracellular action potential spike train from a deep pyramidal neuron recorded from the frontal cortex of a mouse. (Courtesy of Amber Martell)

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

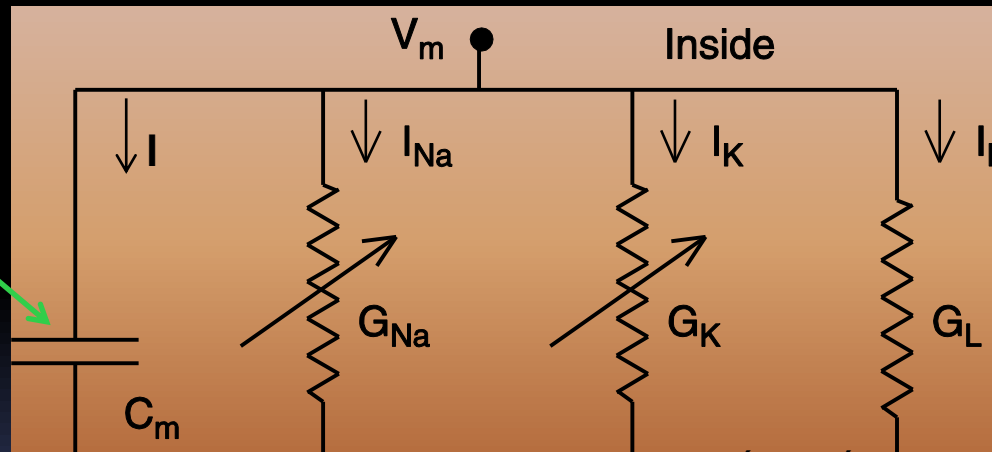
Cartagena99

# Modelo de Hodgkin-Huxley

- Las neuronas son células eucariotas y como tales muy complejas. Pretendemos modelizar únicamente la generación de los potenciales de acción. En general no está claro que elementos de un sistema biológico complejo están directamente relacionados con un comportamiento determinado.
- En este modelo se asume que la generación de los potenciales está determinada por las propiedades eléctricas de la membrana de la célula.

Los fosfolípidos de la membrana actúan como un aislante

También hay otra proteínas



An electrical circuit diagram of a single axonal compartment of a neuron. (Bower JM, Beeman D. *The Book of Genesis: Exploring*

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

2003)

- Para expresar el circuito como un conjunto de ecuaciones, necesitamos utilizar la ley de Ohm, los lemas de Kirchhoff y la definición de capacidad eléctrica

*la ddp entre las armaduras del condensador coincide con el potencial de la membrana*

$$V_M = \frac{1}{C_M} \int I(t) dt \quad I = C_M \frac{dV_M}{dt}$$

$$V_M = V_R + E_{Na} \Rightarrow V_R = V_M - E_{Na}$$

$$I_{Na} = g_{Na} * (V_M - E_{Na})$$

$$I_K = g_K * (V_M - E_K)$$

$$I_L = g_L * (V_M - E_L)$$

*Sustituyendo los valores de las corrientes en la ecuación (1) y reordenándola, obtenemos (2)*

**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



$$C_V \frac{dV_M}{dt} = -g_{Na} * (V_M - E_{Na}) - g_K * (V_M - E_K) - g_L * (V_M - E_L) + I_{inj} \quad (2)$$

como hemos supuesto que  $g_K = \bar{g}_K * n$  y  $g_{Na} = \bar{g}_{Na} * m * h$

y que sus variaciones temporales son

$$\frac{dn}{dt} = k_{1n} - (k_{1n} + k_{-1n})n$$

$$\frac{dm}{dt} = k_{1m} - (k_{1m} + k_{-1m})m$$

$$\frac{dh}{dt} = k_{1h} - (k_{1h} + k_{-1h})h$$

⇒ Sustituyendo las conductancias y las derivadas de sus probabilidades en (2)

$$C_M \frac{dV_M}{dt} = -\bar{g}_{Na} mh(V_M - E_{Na}) - \bar{g}_K n(V_M - E_K) - g_L(V_M - E_L) + I_{inj}$$

**Cartagena99**

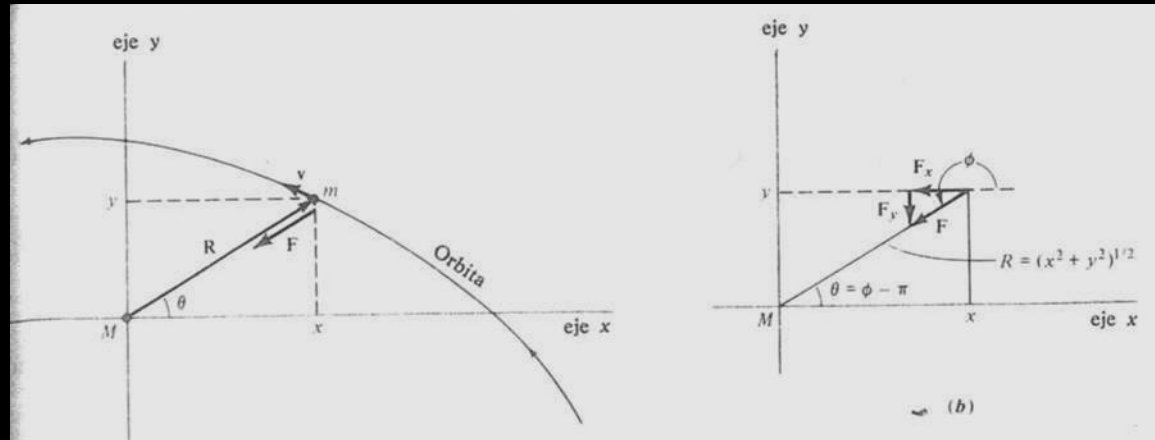
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# 2. Mecánica orbital. Modelo

Escribimos la 2ª ley de Newton, para un cuerpo de masa  $m$  girando respecto a otro de masa  $M$  que se considera fijo. Utilizando coordenadas  $xy$  Obtenemos las ecuaciones (1)



$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F_x}{m} \quad \text{y} \quad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{F_y}{m} \quad (1)$$

de la figura

$$F_x = F \cos \phi = -F \frac{x}{(x^2 + y^2)^{1/2}} \quad F_y = F \sin \phi = -F \frac{y}{(x^2 + y^2)^{1/2}}$$

y de acuerdo con la ley de gravitación

$$F = GMm \frac{1}{r^2}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$\text{con } \theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \quad \text{y} \quad \phi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \pi$$

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento, en virtud del artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Cartagena99

# Resolución numérica

1. Se elige  $\Delta t$
2. Determinar los valores de  $Q_x$  y  $Q_y$  de (2), en  $t_0=0$
3. Calculamos la velocidad a mitad del intervalo

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{1/2} \approx \left(\frac{dx}{dt}\right)_0 + Q_x \frac{\Delta t}{2} \quad y \quad \left(\frac{dy}{dt}\right)_{1/2} \approx \left(\frac{dy}{dt}\right)_0 + Q_y \frac{\Delta t}{2}$$

4. Con los valores anteriores calculamos la posición al final del primer intervalo

$$x_1 \approx x_0 + \left(\frac{dx}{dt}\right)_{1/2} \Delta t \quad y \quad y_1 \approx y_0 + \left(\frac{dy}{dt}\right)_{1/2} \Delta t$$

5. Hacemos  $t_1 = \Delta t$
6. Volvemos a determinar  $Q_x$  y  $Q_y$  y repetimos todo el proceso

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{3/2} \approx \left(\frac{dx}{dt}\right)_{1/2} + Q_x \Delta t \quad y \quad \left(\frac{dy}{dt}\right)_{3/2} \approx \left(\frac{dy}{dt}\right)_{1/2} + Q_y \Delta t$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Leyes de Kepler

1. La órbita de cualquier planeta del sistema solar es una elipse con el Sol en uno de sus focos.

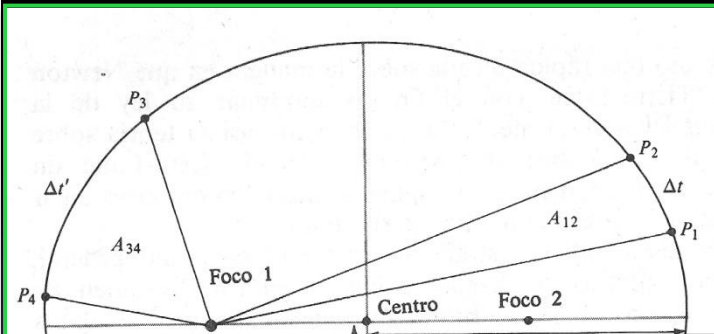
$$d(P_1, F_1) + d(P_1, F_2) = d(P_2, F_1) + d(P_2, F_2) = d(P_3, F_1) + d(P_3, F_2) = \dots$$

2. El radio vector del Sol al planeta barre áreas iguales en tiempos iguales.

$$\text{Si } \Delta t = \Delta t' \longrightarrow A_{12} = A_{34}$$

3. La relación  $a^3/T^2$  entre el semieje mayor de la elipse y el periodo, es igual para todos los planetas.

*el periodo es el tiempo que tarda en dar una*



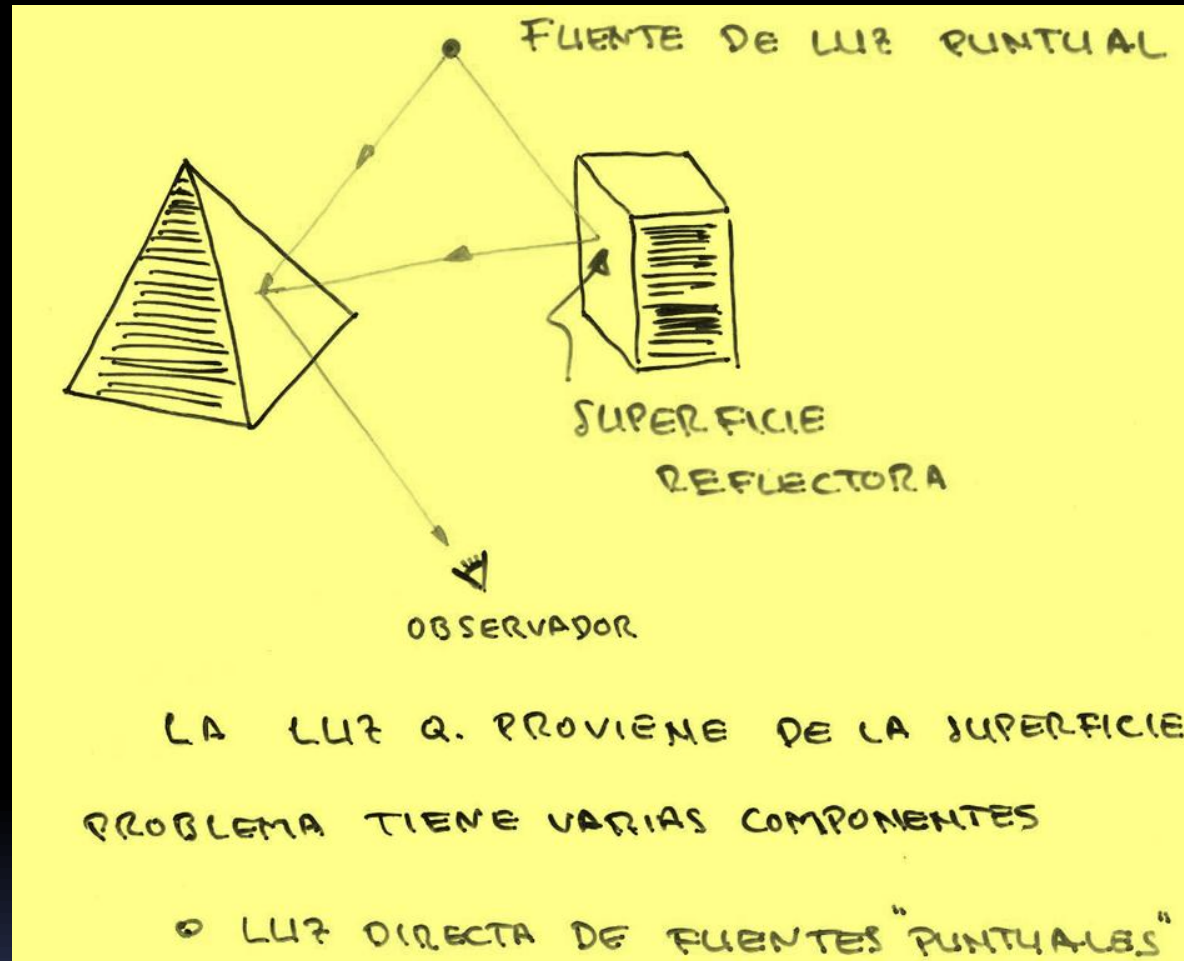
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# 3. Modelos de iluminación



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

- DESDE UN PUNTO DE VISTA EXPERIMENTAL

LAS MÚLTIPLES REFLEXIONES DE LA LUZ EN TODOS LOS OBJETOS VECINOS PRESENTES EN LA ESCENA, SE MODELIZAN COMO UNA ILUMINACIÓN UNIFORME →  
→ LUZ AMBIENTAL

- LA LUZ Q. LLEGA A LA SUPERFICIE (FUENTES PUNTUALES + LUZ AMBIENTAL) SE REFLEJA Y SE REFRACTA

= REFLEXIÓN ESPECULAR

LEY DE SNELL



$$\theta_i = \theta_r$$

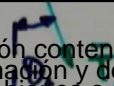
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

= REFRACCIÓN

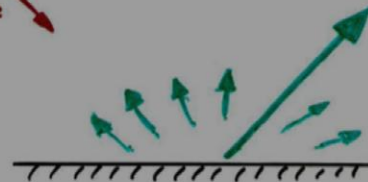
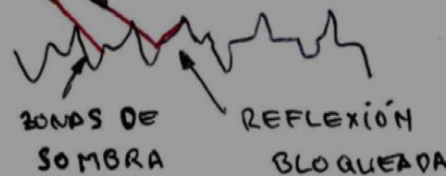


## = REFLEXIÓN DIFUSA



- ATENUACIÓN DE LA REFLEXIÓN

- RESPUESTA ISÓTROPICA



ESPEJULAR + DIFUSA

# Cartagena99

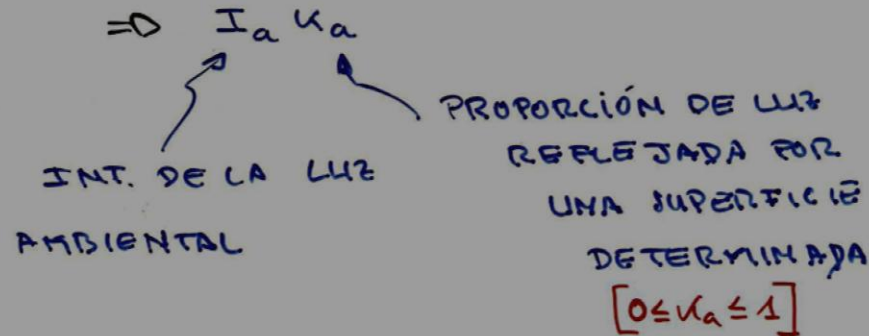
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Cuantificación de cada término

- ① LUZ AMBIENTAL INDEPENDIENTE DE LA POSICIÓN DEL OBSERVADOR Y CTE PARA UNA ESCENA DADA



- ① REFLEXIÓN DIFUSA

LEY DE LAMBERT: LA LUZ REFLEJADA DEPENDE SOLO DE  $\cos \theta$  Y NO DE LA POSICIÓN DEL OBSERVADOR



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

$[0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ]$



$$\Rightarrow I = I_a K_a + I_p K_d (N \cdot L) \quad (1)$$

SI HAY VARIAS FUENTES DE LUZ Y TENEMOS EN CUENTA EL COLOR

$$\Rightarrow I(\lambda) = I_a(\lambda) K_a(\lambda) + K_d(\lambda) \sum_{n=1}^{l_s} (N \cdot L_n) I_{pn}(\lambda)$$

$$\lambda = \text{LONGITUD DE ONDA} \quad \lambda = c \cdot T = \frac{c}{\nu}$$

$$n = \frac{c}{v}$$

POR EJ. EN UN MONITOR DE VIDEO RGB

TENDREMOS  $K_{dr}, K_{dg}, K_{db}$

- SE PUEDE TENER EN CUENTA TAMBIEN ATENUACIÓN DE LA INTENSIDAD DEBIDO

Cartagena99

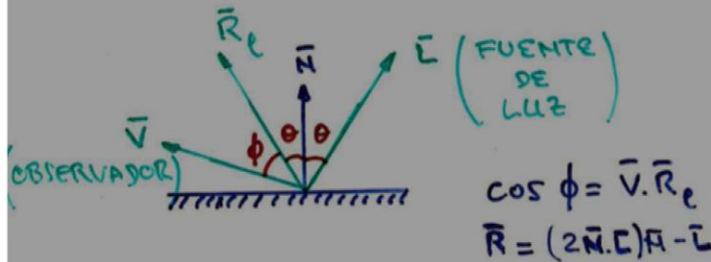
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

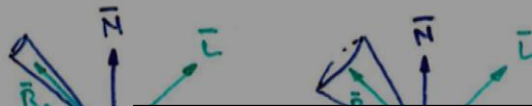
## ⊙ REFLEXIÓN ESPECULAR (MODELO DE PHONG)

PARA UN REFLECTOR IDEAL LOS ÁNGULOS DE INCIDENCIA DE LA LUZ Y DE REFLEXIÓN SON LOS MISMOS



PHONG : INTENSIDAD REFLEJADA  
(SUP. REALES) ESPECULARMENTE  $\propto (\bar{V} \cdot \bar{R}_e)^m$

Ⓜ ES UNA MEDIDA DE LA RUGOSIDAD DEL MATERIAL



# Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

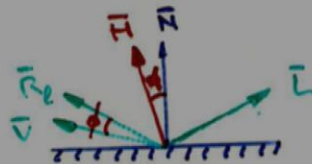
$$\Rightarrow I(\lambda) = I_a(\lambda)k_a(\lambda) + I_p(\lambda) \left[ k_d(\lambda)(\bar{N} \cdot \bar{L}) + k_s(\lambda)(\bar{V} \cdot \bar{R}_e)^m \right] \quad (2)$$

- EN EL MODELO DE PHONG  $k_a(\lambda)$ ,  $k_d(\lambda)$   
PERO  $k_s \Rightarrow$  LOS BRILLOS SIEMPRE BLANCOS  
 $[0 \leq k_s \leq 1]$

→ ALTERNATIVAMENTE (COSENO DE BLINN)

$$\cos \phi = \bar{V} \cdot \bar{R}_e \approx \bar{H} \cdot \bar{H}$$

Y SI HAY VARIAS FUENTES  
 PUNTALES DE LUZ



$$\bar{H} = \frac{\bar{V} + \bar{L}}{|\bar{V} + \bar{L}|}$$

$$\alpha \geq \frac{\phi}{2}$$

$$I(\lambda) = I_a k_a(\lambda) + k_d(\lambda) \sum_{n=1}^{l_s} (\bar{N} \cdot \bar{L}_n) I_{pn}(\lambda) + k_s \sum_{n=1}^{l_s} (\bar{H} \cdot \bar{H}_n)^m I_{pn}(\lambda)$$

EN RESUMEN,  $k_a$ ,  $k_d$ ,  $k_s$  Y  $m$  HAN DE SER  
 DETERMINADOS EMPÍRICAMENTE, Y EN ÚLTIMA

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

# Métodos para iluminar superficies poligonales

## Intensidad constante

se calcula la intensidad de cada polígono con algún modelo de luz y se les aplica un relleno sólido (color o intensidad constante)

- ✓ *problema: discontinuidades en las fronteras*
- ✓ *a favor: poco tiempo de cálculo*

## Gouraud

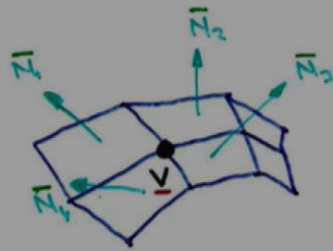
interpolación lineal de la intensidad, a lo largo de las líneas de barrido del monitor, a partir de las intensidades en los vértices de cada polígono.

Cartagena99

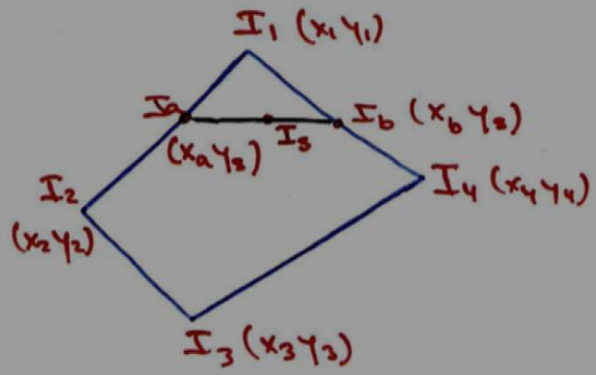
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



$$z_v = \frac{\sum z_k}{\sum |z_k|}$$



$$I_a = \frac{1}{y_1 - y_2} [I_1(y_3 - y_2) + I_2(y_1 - y_3)]$$

$$I_b = \frac{1}{y_1 - y_4} [I_1(y_3 - y_4) + I_4(y_1 - y_3)]$$

$$I_s = \frac{1}{x_b - x_a} [I_a(x_b - x_s) + I_b(x_s - x_a)]$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

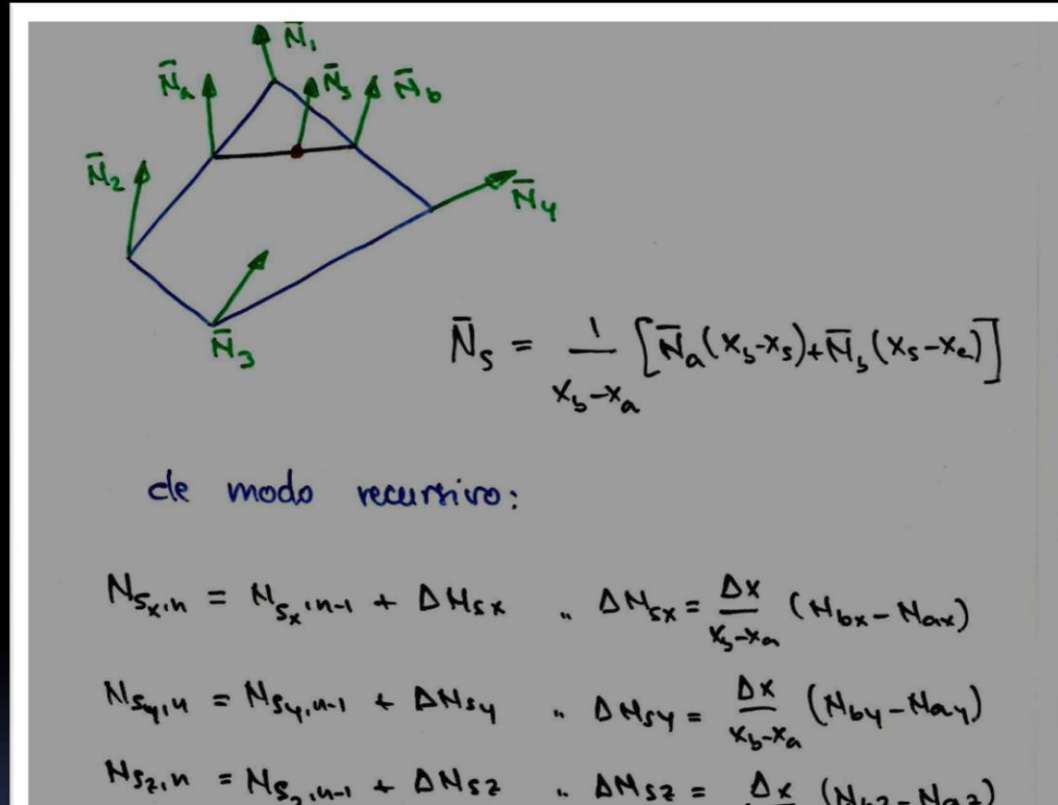
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$I_{s,m} = I_{s,m} + \Delta I_s$$

# Phong

interpolación lineal de las normales, a partir de las normales de vértice de cada polígono.



# Cartagena99

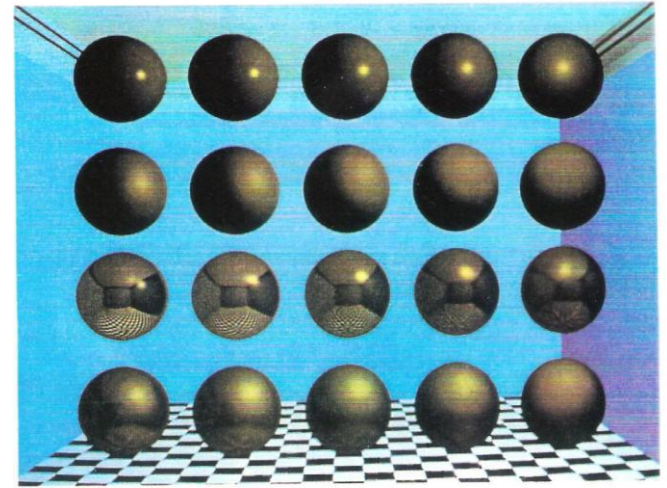
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Ejemplo

*Ejemplo visual de Cu con diferentes rugosidades.*



	column 1	column 2	column 3	column 4	column 5
row 1	$C_{Ks} = 0.35$	$C_{Ks} = 0.35$	$C_{Ks} = 0.05$	$C_{Ks} = 0.36$	$C_{Ks} = 0.37$
no reflection	$C_{Kd} = 0.35$	$C_{Kd} = 0.35$	$C_{Kd} = 0.05$	$C_{Kd} = 0.36$	$C_{Kd} = 0.37$
mapping	$C_{Ks} = 0.95$	$C_{Ks} = 0.85$	$C_{Ks} = 0.75$	$C_{Ks} = 0.65$	$C_{Ks} = 0.55$
	$N_s = 330$	$N_s = 215$	$N_s = 135$	$N_s = 80$	$N_s = 45$
row 2	$C_{Ks} = 0.385$	$C_{Ks} = 0.40$	$C_{Ks} = 0.43$	$C_{Ks} = 0.46$	$C_{Ks} = 0.50$
no reflection	$C_{Kd} = 0.385$	$C_{Kd} = 0.40$	$C_{Kd} = 0.43$	$C_{Kd} = 0.46$	$C_{Kd} = 0.50$
mapping	$C_{Ks} = 0.45$	$C_{Ks} = 0.35$	$C_{Ks} = 0.25$	$C_{Ks} = 0.15$	$C_{Ks} = 0.05$
	$N_s = 25$	$N_s = 15$	$N_s = 10$	$N_s = 7$	$N_s = 5$
row 3	$C_{Ks} = 0.025$	$C_{Ks} = 0.050$	$C_{Ks} = 0.075$	$C_{Ks} = 0.100$	$C_{Ks} = 0.125$
reflection	$C_{Kd} = 0.025$	$C_{Kd} = 0.050$	$C_{Kd} = 0.075$	$C_{Kd} = 0.100$	$C_{Kd} = 0.125$

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

mapped  $C_{Ks} = 0.60$   $C_{Ks} = 0.55$   $C_{Ks} = 0.50$   $C_{Ks} = 0.45$   $C_{Ks} = 0.40$