Lección 15: Compromiso entre Modulación y Codificación. Parte II

Gianluca Cornetta, Ph.D.
Dep. de Ingeniería de Sistemas de Información y Telecomunicación
Universidad San Pablo-CEU

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Contenido

- Ejemplos de Diseño de Sistemas de Comunicación Digitales
- Modulaciones con Elevada Eficiencia de Banda
- Modulación y Codificación para Canales Limitados en Banda

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejemplos de Diseño de Sistemas de Comunicación Digitales

- Se analizarán los casos siguientes:
  - *Caso 1*: Sistema sin codificación limitado en banda
  - *Caso 2*: Sistema sin codificación limitado en potencia
  - *Caso 3*: Sistema con codificación limitado en banda y en potencia
- Se asumirá un canal con ruido AWGN y se considerarán por sencillez sólo modulaciones de envolvente constante (MPSK o MFSK ortogonal no coherente)
- Para sistemas con mensajes no codificados son válidas las elecciones siguientes:
  - Hay que elegir una modulación MPSK si el canal es limitado en banda
  - Hay que elegir una modulación MFSK si el canal es limitado en potencia
- Para sistemas con mensaje codificados el proceso de elección de la modulación más adecuada es más complejo

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejemplos de Diseño de Sistemas de Comunicación Digitales

- *Caso 1*: Sistema sin codificación limitado en banda
- Se hacen las asunciones siguientes sobre el canal:
  - *Ancho de banda*: W=4000 Hz
  - *Restricciones de enlace* (potencia de transmisión, pérdidas de trayecto, ganancias de antena, etc.): P_r/N_0=53 dB-Hz
- Las especificaciones del sistema son:
  - *Bit rate*: R=9600 bit/s
  - *Probabilidad de error*: $P_B \leq 10^{-5}$
- Si no se cumplen las especificaciones (no es el caso de este ejemplo) es necesario utilizar codificación con corrección de error
- Hay que convertir la relación P_r/N_0 (más adecuada para un sistema analógico) en una relación E_b/N_0 (más adecuada para un sistema digital):

$$\boxed{\frac{P_r}{N_0} = \frac{E_b}{N_0} R \Rightarrow \frac{E_b}{N_0}(\text{dB}) = \frac{P_r}{N_0}(\text{dB}) - R(\text{dB-bit/s}) = 53\,\text{dB-Hz} - (10\log_{10} 9600)\,\text{dB-bit/s} = 13.2\,\text{dB} = 20.89}$$

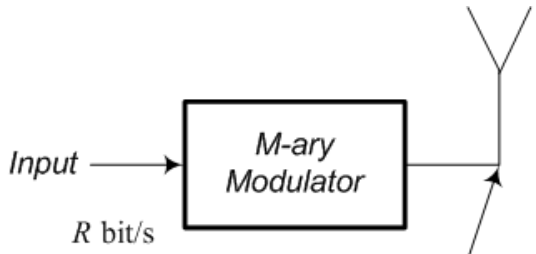
- El ancho de banda teórico W_t necesario para transmitir a un *bit rate* R=9600 bit/s es:

$$\boxed{W_t = \frac{1}{T_b} = R = 9600\ \text{Hz}}$$

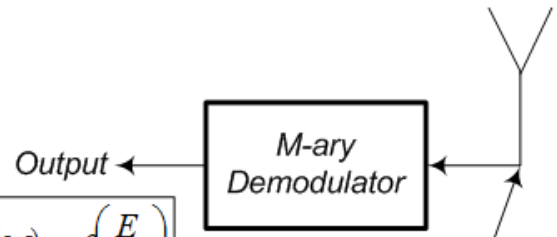
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejemplos de Diseño de Sistemas de Comunicación Digitales



$$R_s = \frac{R}{\log_2 M} \text{ symbol/s}$$



$$P_E(M) = f\left(\frac{E_s}{N_0}\right)$$
$$P_B = f[P_E(M)]$$

$$\frac{P_r}{N_0} = \frac{E_b}{N_0} R = \frac{E_b}{N_0} R_s \log_2 M = \frac{E_s}{N_0} R_s$$

- El paso siguiente consiste en determinar el mínimo valor de M por el que la tasa de símbolo tiene una ocupación de banda menor o igual a la banda disponible W=4000 Hz, es decir:

$$R_s = \frac{1}{T_s} = W = 4000 \text{ Hz}$$

- Recordando la relación entre tasa de símbolo R_s y tasa de bit R se obtiene:

$$R_s = \frac{R}{\log_2 M} \Rightarrow \log_2 M \geq \frac{R}{R_s} = \frac{9600}{4000} = 2.4 \Rightarrow M = 3$$

- Ahora hay que verificar que el sistema 8-PSK cumple con la restricción sobre la tasa de error : $P_B \leq 10^{-5}$

La energía por símbolo recibido E_s es $\log_2 M$ veces más grande de la energía por bit E_b

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejemplos de Diseño de Sistemas de Comunicación Digitales

- La probabilidad de error de símbolo $P_E(M)$ para un sistema MPSK es:

$$P_E(M) \approx 2Q\left[\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}\sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right] \quad \text{for } M > 2$$

- $Q(x)$ es la función complementaria de error, definida como:

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_x^{\infty}\exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)du$$

- El valor de $Q(x)$ en x dado puede calcularse utilizando tablas o recordando que $Q(x)$ es limitada superiormente por:

$$Q(x) < \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{x\sqrt{2\pi}}$$

- Por consiguiente, observando que:

$$\frac{E_s}{N_0} = (\log_2 M)\frac{E_b}{N_0} = \log_2 8 \times 20.89 = 62.67$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejemplos de Diseño de Sistemas de Comunicación Digitales

- La probabilidad de error de bit P_B para un sistema MPSK es:

$$\boxed{P_B \approx \frac{P_E}{\log_2 M} \quad (\text{for } P_E << 1)}$$

- Que es una excelente aproximación cuando los símbolos están codificado con código de Gray
- Esto lleva a:

$$\boxed{P_B = 7.3 \times 10^{-6}}$$

- Por tanto el sistema analizado cumple con las especificaciones

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejemplos de Diseño de Sistemas de Comunicación Digitales

- *Caso 2*: Sistema sin codificación limitado en potencia
- Se hacen las asunciones siguientes sobre el canal:
  - *Ancho de banda*: W=45 KHz
  - *Restricciones de enlace* (potencia de transmisión, pérdidas de trayecto, ganancias de antena, etc.): P_r/N_0=48 dB-Hz
- Las especificaciones del sistema son:
  - *Bit rate*: R=9600 bit/s
  - *Probabilidad de error*: $P_B \leq 10^{-5}$
- Si no se cumplen las especificaciones (no es el caso de este ejemplo) es necesario utilizar codificación con corrección de error
- Hay que convertir la relación P_r/N_0 (más adecuada para un sistema analógico) en una relación E_b/N_0 (más adecuada para un sistema digital):

$$\boxed{\frac{P_r}{N_0} = \frac{E_b}{N_0} R \Rightarrow \frac{E_b}{N_0}(\mathrm{dB}) = \frac{P_r}{N_0}(\mathrm{dB}) - R(\mathrm{dB\text{-}bit/s}) = 48\,\mathrm{dB\text{-}Hz} - (10\log_{10} 9600)\,\mathrm{dB\text{-}bit/s} = 8.2\,\mathrm{dB} = 6.61}$$

- El ancho de banda del canal es más que suficiente para transmitir datos con un *bit rate* R=9600 bit/s, por tanto, no se trata de un sistema limitado en banda
- Sin embargo, se dispone de un E_b/N_0 insuficiente para alcanzar el P_B de las especificaciones, se trata pues de un claro ejemplo de canal limitado en potencia

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejemplos de Diseño de Sistemas de Comunicación Digitales

- El paso siguiente consiste en determinar el máximo valor de M por el que la tasa de símbolo tiene una ocupación de banda menor o igual a la banda disponible W=45 KHz, es decir:
- Recordando que para una modulación MFSK es:

$$\boxed{\frac{R}{W} = \frac{\log_2 M}{M}}$$

- Hay que encontrar el máximo valor de M tal que:

$$\boxed{\frac{R}{W} \leq \frac{\log_2 M}{M} \Rightarrow \frac{9600}{45000} \approx 0.21 \leq \frac{\log_2 M}{M} \Rightarrow M = 16}$$

- Ahora hay que verificar que el sistema 16-FSK cumple con la restricción sobre la tasa de error : $P_B \leq 10^{-5}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejemplos de Diseño de Sistemas de Comunicación Digitales

- La probabilidad de error de símbolo $P_E(M)$ para un sistema MFSK es:

$$\boxed{P_E(M) \approx \frac{M-1}{2}\exp\left(-\frac{E_s}{2N_0}\right)}$$

- Por consiguiente, observando que:

$$\boxed{\frac{E_s}{N_0} = (\log_2 M)\frac{E_b}{N_0} = \log_2 16 \times 6.61 = 26.44}$$

- Se obtiene:

$$\boxed{P_E(M) \approx \frac{16-1}{2}\exp\left(-\frac{26.44}{2}\right) = 1.36\times 10^{-5}}$$

- La probabilidad de error de bit P_B para un sistema MFSK es:

$$\boxed{P_B = \frac{2^{k-1}}{2^k - 1}P_E}$$

- Recordando que $k=\log_2 M=4$, se obtiene $P_B = 7.25\times 10^{-6}$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejemplos de Diseño de Sistemas de Comunicación Digitales

- *Caso 3*: Sistema con codificación limitado en banda y potencia
- Se hacen las asunciones siguientes sobre el canal:
  - *Ancho de banda*: W=4000 Hz
  - *Restricciones de enlace* (potencia de transmisión, pérdidas de trayecto, ganancias de antena, etc.): P_r/N_0=53 dB-Hz
- Las especificaciones del sistema son:
  - *Bit rate*: R=9600 bit/s
  - *Probabilidad de error*: $P_B \leq 10^{-9}$
- Si no se cumplen las especificaciones (como es el caso de este ejemplo) es necesario utilizar codificación con corrección de error
- Hay que convertir la relación P_r/N_0 (más adecuada para un sistema analógico) en una relación E_b/N_0 (más adecuada para un sistema digital):

$$\frac{P_r}{N_0} = \frac{E_b}{N_0} R \Rightarrow \frac{E_b}{N_0}(\text{dB}) = \frac{P_r}{N_0}(\text{dB}) - R(\text{dB-bit/s}) = 53\,\text{dB-Hz} - (10\log_{10} 9600)\,\text{dB-bit/s} = 13.2\,\text{dB} = 20.89$$

- El E_b/N_0 disponible es claramente insuficiente para alcanzar el P_B de las especificaciones, se trata pues de un canal limitado en potencia

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejemplos de Diseño de Sistemas de Comunicación Digitales

- La modulación 8-PSK permite cumplir con la restricción de banda, pero ella sola es insuficiente para garantizar $P_B \leq 10^{-9}$
  - Es necesario pues utilizar codificación de canal
- Por sencillez se utilizará en este ejemplo un código de bloque de tipo BCH
  - Un código de bloque es caracterizado por su longitud n, por el número k de bits de dato y por el número t de bits que puede corregir
- Un código óptimo es el que permite cumplir los objetivos siguientes:
  - Realizar un sistema combinado modulación/codificación que permite alcanzar la P_B de las especificaciones
  - Limitar la expansión escogiendo la relación de código k/n más adecuada, de manera que el ancho de banda necesario para la transmisión no exceda la banda disponible (4000 Hz)
  - Alcanzar los objetivos anteriores con el código más sencillo posible (<u>más corto es el código, más eficiente es su comportamiento y más sencilla su implementación</u>)

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejemplos de Diseño de Sistemas de Comunicación Digitales

- Con una modulación 8-PSK (M=8) cada símbolo transmitido se compone de $k=\log_2 M=3$ bits
  - Por tanto el ancho de banda necesario para transmitir con una tasa de símbolo igual a R_s es:

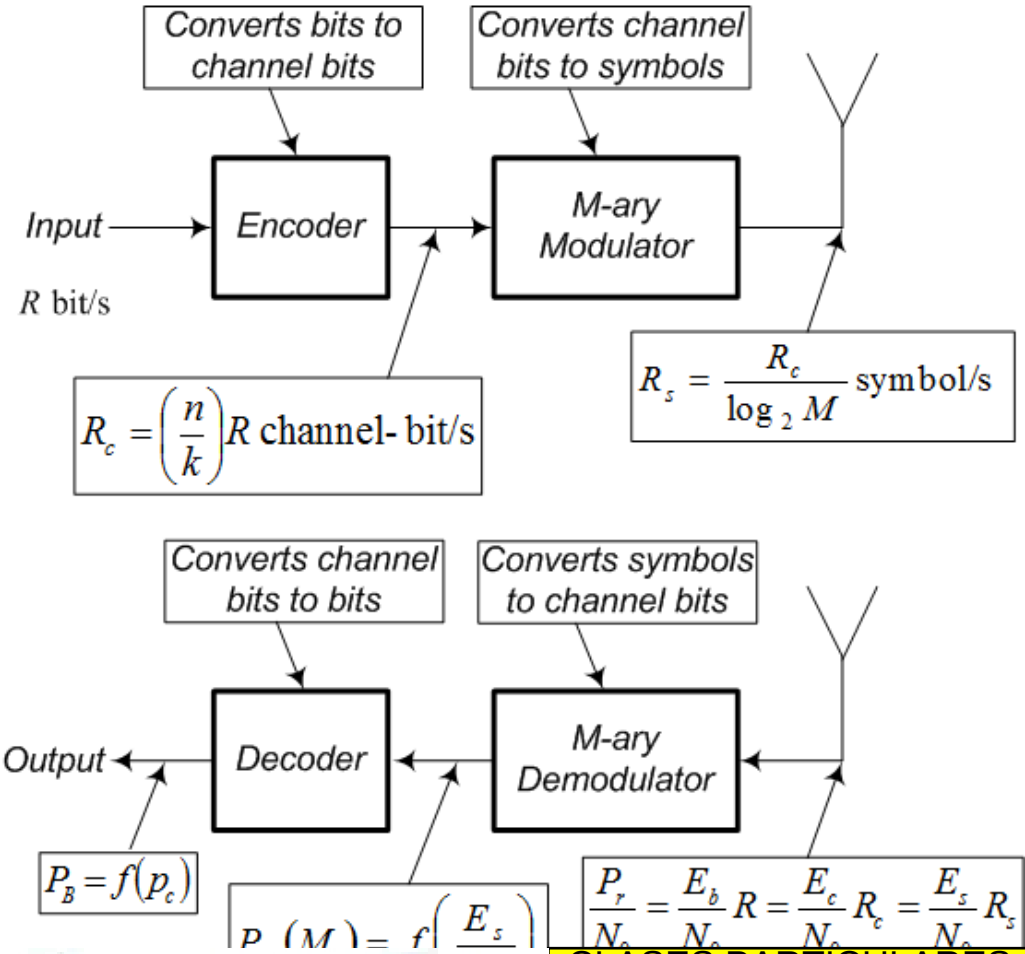
$$\boxed{W = R_s = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{(\log_2 M)T_b} = \frac{9600}{3} = 3200\ \mathrm{Hz}}$$

- El ancho de banda disponible es W=4000 Hz, por tanto quedan 800 Hz para poder transmitir los bits codificados
  - La codificación puede incrementar el ancho de banda de un factor 4000/3200 = 1.25 (es decir, un 25%), o de forma equivalente la relación n/k debe ser: n/k = 1.25
- Entre todos los posibles códigos BCH hay que seleccionar los que cumplen con la condición n/k = 1.25
- A continuación, entre todos los códigos que cumplen con la condición anterior, hay que escoger uno entre los posibles códigos que tienen una

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejemplos de Diseño de Sistemas de Comunicación Digitales



- Un grupo de k bits es expandido en una secuencia de n bits de canal
- El factor de expansión del código es n/k, por consiguiente, la energía por bit de canal será k/n veces la energía por bit de dato, es decir: $E_c/N_0=(k/n)(E_b/N_0)$
- Los bits de canal son agrupados en símbolos de $\log_2 M$ bits, por consiguiente la energía de un símbolo es $\log_2 M$ veces la energía de un bit de canal, es decir: $E_s/N_0=(\log_2 M)(E_c/N_0)$
- La energía por bit recibida es fija e independiente del tipo de codificación (n, k) y de modulación (M) y debe ser igual a E_b/N_0=13.2 dB

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejemplos de Diseño de Sistemas de Comunicación Digitales

- El demodulador por cada tiempo de símbolo T_s envía al decodificador una secuencia de bit de canal que representan un símbolo dadoy puede ser de dos tipos:
  - Con decisión firme (*hard decision*): si los bits de canal están cuantificados sobre dos niveles
  - Con decisión programada (*soft decision*): cuando la salida es cuantificada sobre más niveles
- Un sistema codificado tiene un E_s/N_0 más pequeño que un sistema sin codificación, por tanto el E_b/N_0 es más pequeño y aumenta la probabilidad de realizar errores de detección
- Existen dos mecanismos que determinan el rendimiento de un sistema con codificación de canal:
  - La codificación, que mejora las prestaciones. Aumentar el número de bits de redundancia permite detectar un gran número de errores múltiples
  - La reducción de E_b/N_0, que empeora las prestaciones. Aumentar el número de bits de redundancia reduce la energía por bit y dificulta la detección por parte del demodulador
- Si se utilizan códigos de tamaño excesivo prevale el segundo mecanismo

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejemplos de Diseño de Sistemas de Comunicación Digitales

n	k	t
31	26	1
63	57	1
	51	2
127	120	1
	113	2
	106	3

- Para determinar el código (entre los con $n/k \leq 1.25$) que permite alcanzar el P_B deseado hay que seguir 4 pasos:
  - *Paso 1*: calcular E_s/N_0

$$\frac{E_s}{N_0} = (\log_2 M)\frac{E_c}{N_0} = (\log_2 M)\frac{k}{n}\frac{E_b}{N_0} = 3\left(\frac{51}{63}\right)20.89 = 50.73$$

  - *Paso 2*: calcular $P_E(M)$

$$P_E(M) \approx 2Q\left[\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}\sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right] = 2Q\left[\sqrt{101.5}\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)\right] = 2Q(3.86) = 1.2\times10^{-4}$$

  - *Paso 3*: calcular la probabilidad de error de bit p_c en la salida del demodulador

$$p_c \approx \frac{P_E}{\log_2 M} \quad (\text{for } P_E << 1) \Rightarrow p_c \approx \frac{1.2\times10^{-4}}{3} = 4\times10^{-5}$$

  - *Paso 4*: calcular la probabilidad de error de bit P_B en la salida del decodificador (t = 2)

En los cálculos manuales puede truncarse la serie al segundo término

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejemplos de Diseño de Sistemas de Comunicación Digitales

- Una forma más sencilla y directa de encontrar el mejor código que cumple con las especificaciones consiste en calcular el E_b/N_0 que permite alcanzar el P_B deseado para una modulación 8-PSK

$$P_B \approx \frac{P_E}{\log_2 8} \approx \frac{2}{\log_2 8} Q\left[\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \sin\left(\frac{\pi}{8}\right)\right] = 10^{-9} \Rightarrow \frac{E_s}{N_0} = 120.87 = 20.82\,\text{dB}$$

- Por tanto la energía por bit es: $(E_b/N_0)_u = (1/\log_2 8)(E_s/N_0) = 120.87/3 = 40.29 = 16$ dB
- De las especificaciones es sabido que $(E_b/N_0)_c = E_c/N_0 = (k/n)(E_b/N_0) = 13.2$ dB, por tanto la ganancia de codificación que debe tener el código es:

$$G(\text{dB}) = \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_u (\text{dB}) - \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_c (\text{dB}) = 16 - 13.2 = 2.8\,\text{dB}$$

- Se calcula $(E_b/N_0)_c$ para todos los códigos con el n/k y el P_B que cumple con las especificaciones y se construye la tabla siguiente:

			Coding Gain G, (dB), with MPSK	
n	k	t	$P_B=10^{-5}$	$P_B=10^{-9}$
31	26	1	1.8	2.0
63	57	1	1.8	2.2

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejemplos de Diseño de Sistemas de Comunicación Digitales

- El código (63, 51) es el que mejor se ajusta a las especificaciones:
  - Tiene una ganancia de codificación G=3.2 dB (la mínima ganancia requerida es 2.8 dB) con $P_B \leq 10^{-9}$
  - n no es excesivamente elevado
- Con este código se obtiene:

$$\boxed{R_c = \left(\frac{n}{k}\right) R = \left(\frac{63}{51}\right) 9600 \approx 11859 \text{ channel - bit/s}}$$

- Mientras que la tasa de símbolo es:

$$\boxed{R_s = \frac{R_c}{\log_2 M} = \frac{11859}{3} = 3953 \text{ symbol/s}}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Modulaciones con Elevada Eficiencia de Banda

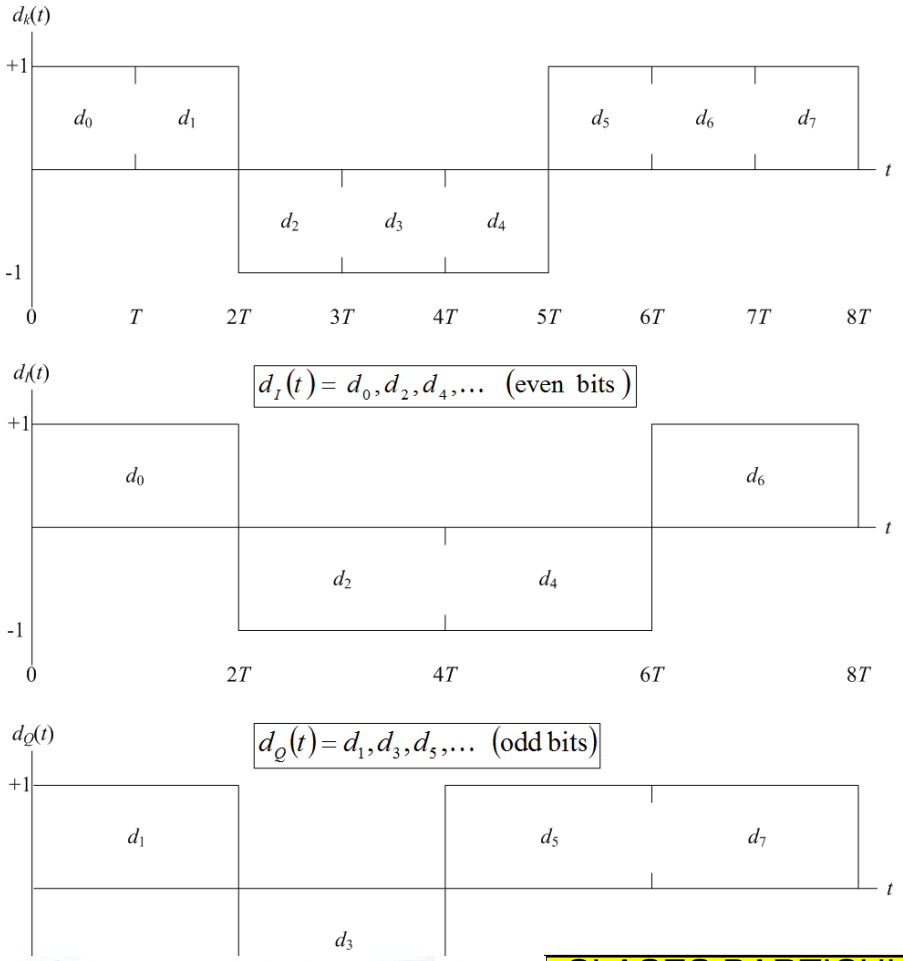
- El objetivo de un modulación con elevada eficiencia espectral es el de maximizar la eficiencia de banda para minimizar la congestión del espectro (*spectral crowding*)
- Existen además sistemas de comunicación con transpondedores fuertemente no lineales (por ejemplo los satélites) que necesitan modulaciones de envolvente constante para minimizar los efectos de las no linealidades
  - El efecto de la conversión AM-PM es el de producir numerosas bandas laterales que:
    - Restan potencia a la señal útil
    - Pueden interferir con usuarios que transmiten en canales adyacentes (*adjacent channel interference*)
    - Pueden interferir con otros sistemas de comunicación (*co-channel interference*)
- Ejemplos de modulaciones con envolvente constante son
  - *Offset* QPSK (OQPSK)
  - *Minimum Shift Keying* (MSK)

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Modulaciones con Elevada Eficiencia de Banda



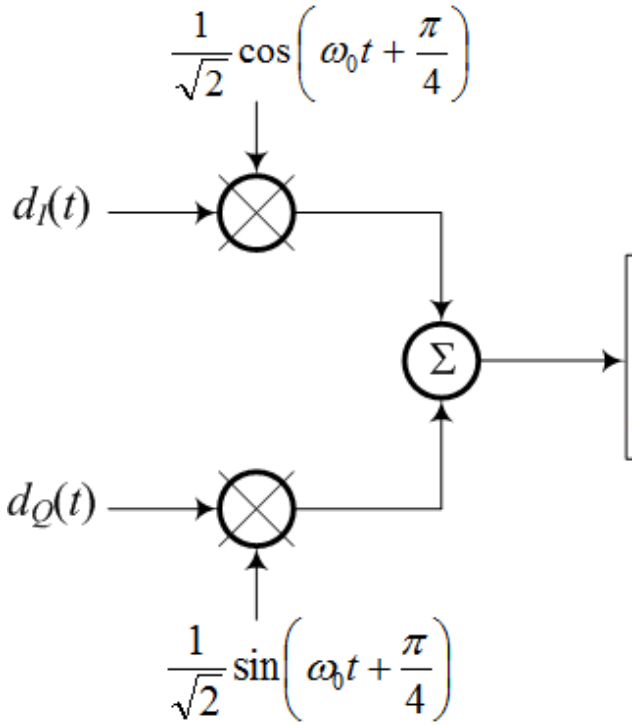
El *data stream* $d_k(t)=d_0, d_1, d_2,\ldots$ con una tasa de transmisión $1/T$. Se divide en dos flujos $d_I(t)$ y $d_Q(t)$ con un *data rate* $1/2T$.
$d_I(t)$ es formado por los bits pares y se utiliza para modular la fase de una portadora cosinusoidal de 0 o π, mientras que $d_Q(t)$ es formado por los bits impares y se utiliza para modular la fase de una portadora sinusoidal de 0 o π.

Cartagena99

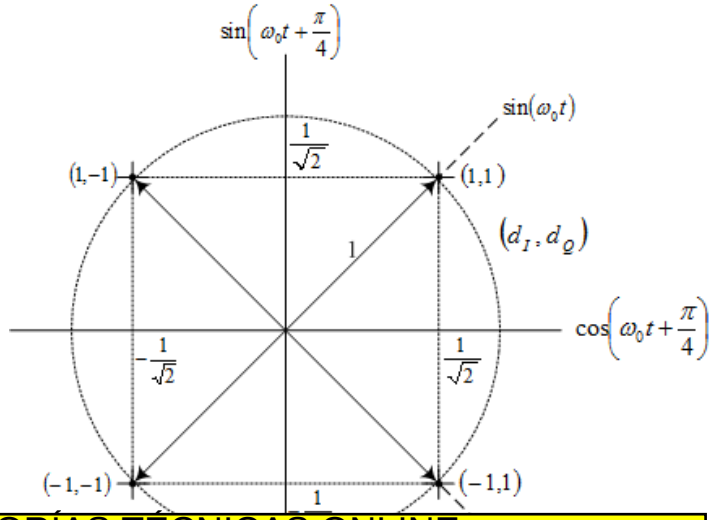
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Modulaciones con Elevada Eficiencia de Banda



$$s(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}d_I(t)\cos\left(2\pi f_0 t+\frac{\pi}{4}\right)+\frac{1}{\sqrt{2}}d_Q(t)\sin\left(2\pi f_0 t+\frac{\pi}{4}\right)=$$
$$\cos[2\pi f_0 t+\theta(t)]\quad \theta(t)=0^\circ,\pm 90^\circ,180^\circ$$

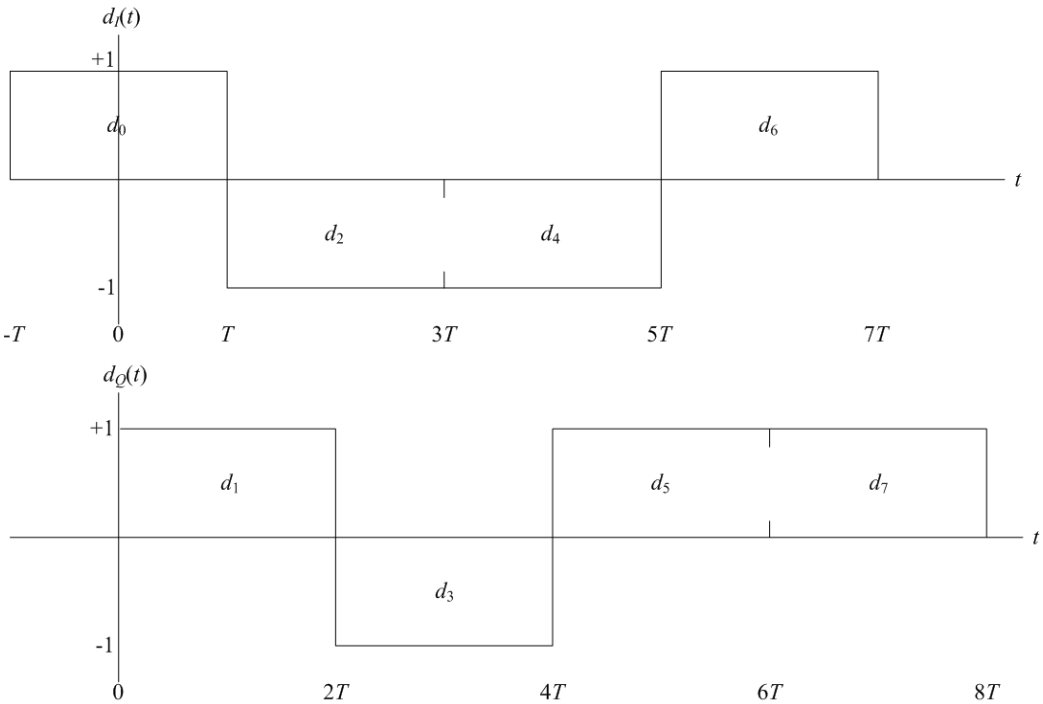


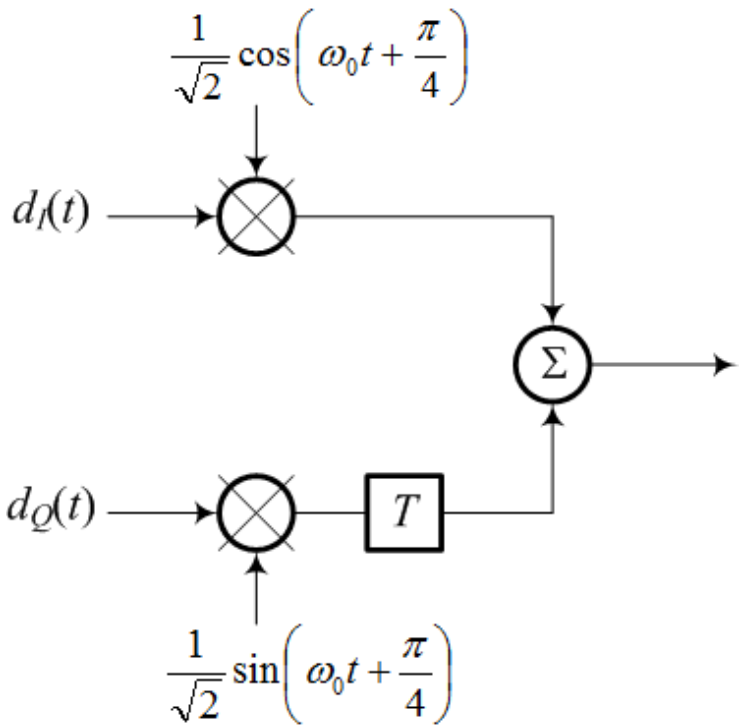
Una modulación QPSK equivale pues a dos modulaciones BPSK ortogonales. La suma de las dos señales BPSK lleva a la función QPSK $s(t)$. Las cuatro posibles combinaciones de $d_I(t)$ y $d_Q(t)$ ((1,1), (-1,1), (1,-1), (-1,-1)) generan 4 posibles valores de $\theta(t)$ (0°, $\pm 90^\circ$, 180°). En una modulación QPSK

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Modulaciones con Elevada Eficiencia de Banda



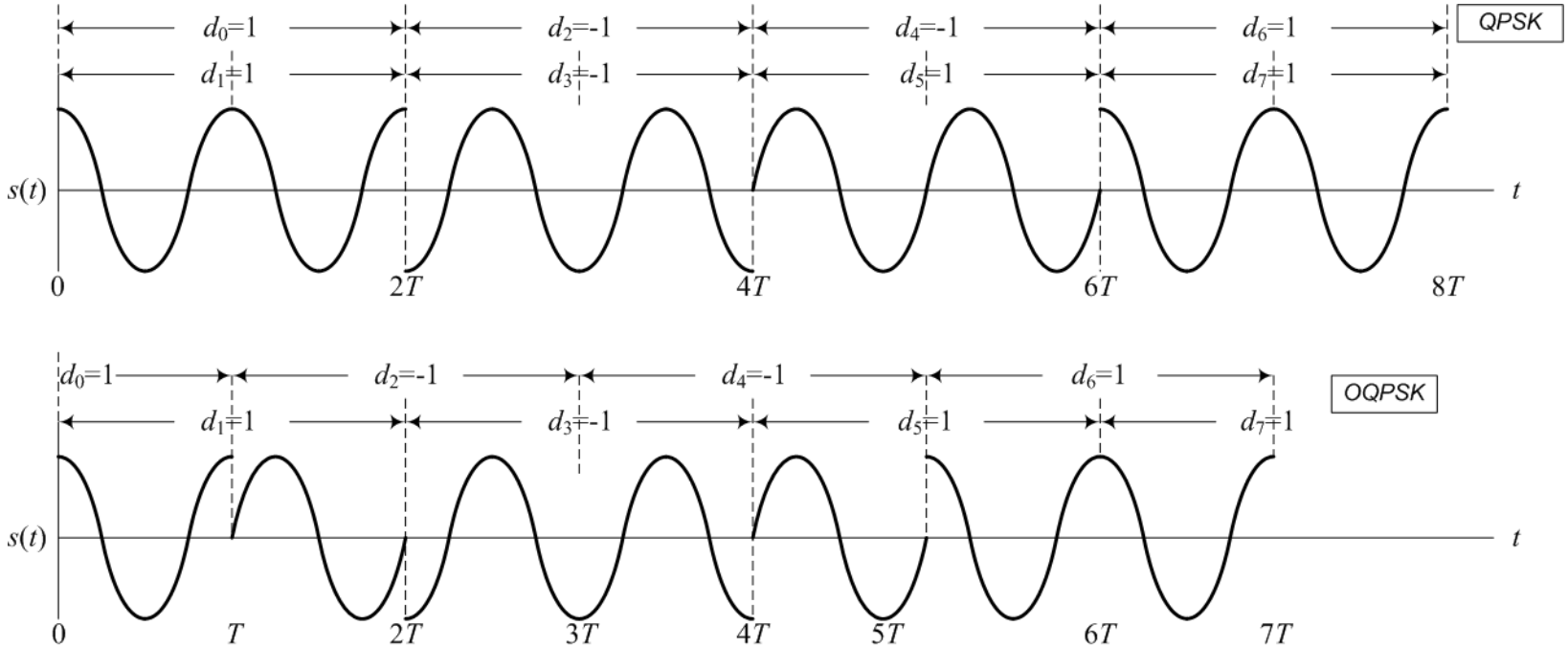


Una modulación OQPSK se diferencia de una QPSK por el hecho que los dos flujos de datos $d_I(t)$ y $d_Q(t)$ están desplazados: $d_Q(t)$ es retardado de medio tiempo de símbolo respecto a $d_I(t)$. La desalineación entre los dos flujos hace que $d_I(t)$ y $d_Q(t)$ nunca cambien

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Modulaciones con Elevada Eficiencia de Banda



Cuando una señal QPSK es filtrada para mitigar el efecto de los lóbulos laterales, la forma de onda resultante no tendrá envolvente constante ya que las rotaciones ocasionales de fase de 180º harán que la envolvente cruce el cero. Este efecto es altamente indeseable en sistemas con amplificadores no lineales ya que el amplificador no sólo restaurará la señal envolvente sino también las bandas laterales que interferirán con los canales adyacentes u otros sistemas de comunicación. Por contra, una señal QPSK filtrada sólo exhibe un ligero descenso (*droop)* en las regiones con una rotación de fase de ±90º, pero la envolvente nunca cruzará el cero porque la rotación de 180º ha sido

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Modulaciones con Elevada Eficiencia de Banda

- Una modulación OQPSK se puede mejorar ulteriormente si se elimina la discontinuidad de fase entre marcos de bit adyacentes
  - Una modulación con esta característica se denomina modulación de fase continua (*Continous Phase Modulation* –CPM)
- La modulación MSK (Minimum Shift Keying puede verse como:
  - Un caso especial de modulación de frecuencia con fase continua (*Continous-phase Frequency Shift Keying* –CPFSK)
  - Un caso especial de OQPSK con símbolos de forma sinusoidal
- Cuando la modulación MSK se considera como un caso particular de CPFSK, la forma de onda generada $s(t)$ es:

$$\boxed{s(t) = \cos\left[2\pi\left(f_0 + \frac{d_k}{4T}\right)t + x_k\right] \quad xT < t < (k+1)T}$$

  - f_0 es la frecuencia de portadora
  - $d_k = \pm 1$ representa los datos con codificación bipolar y tasa de transmisión $R = 1/T$
  - x_k es una constante de fase válida durante el k-ésimo intervalo de dato
  - Si $d_k = +1$ la frecuencia transmitida es $f_0 + (1/4T)$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Modulaciones con Elevada Eficiencia de Banda

- La separación entre los tonos de una modulación MSK es la mitad de la utilizada en una modulación FSK ortogonal con demodulación no coherente, de aquí el nombre *Minimum Shift Keying*
- Durante el intervalo de bit de T segundos x_k se mantiene constante (0 o π) y su valor es fijado por la restricción que la fase de $s(t)$ debe ser continua en $t = kT$, es decir:

$$\boxed{x_k = \left[x_{k-1} + \frac{\pi k}{2}\left(d_{k-1} - d_k\right) \right] \bmod 2\pi}$$

- Observe que x_k es función de la diferencia entre los valores del bit actual y del anterior (se trata pues de una codificación diferencial)
- $s(t)$ puede representarse como la combinación lineal de una componente en fase y otra en cuadratura:

$$\boxed{s(t) = a_k \cos\frac{\pi t}{2T}\cos 2\pi f_0 t - b_k \sin\frac{\pi t}{2T}\sin 2\pi f_0 t \quad kT < t < (k+1)T}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Modulaciones con Elevada Eficiencia de Banda

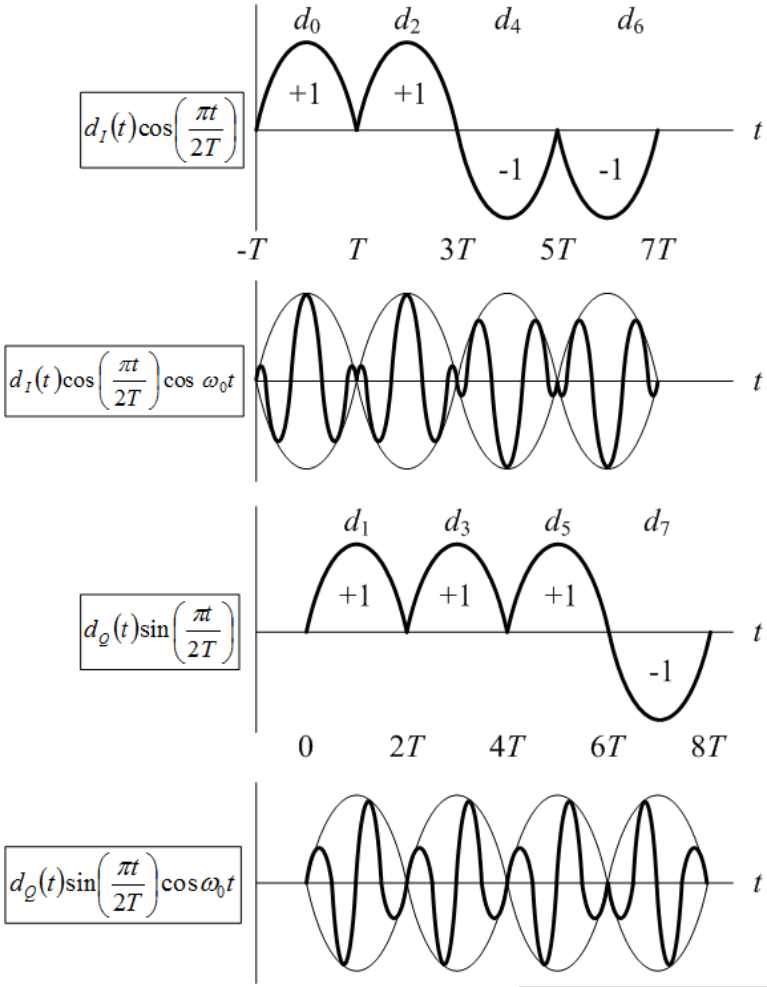
- $s(t)$ se compone de los siguientes términos:
  - *Dos factores de ponderación*: $\cos(\pi t/2T)$ y $\sin(\pi t/2T)$ que moldean la forma de los bits transmitidos en el canal en fase (I) y en cuadratura (Q) respectivamente
  - *Dos términos que dependen del dato transmitido*: $a_k = \cos x_k = \pm 1$ y $b_k = d_k \cos x_k = \pm 1$
- a_k y b_k cambian cada T segundos porque d_k cambia cada T segundos
- La restricción sobre la continuidad de la fase impone que:
  - a_k puede cambiar sólo cuando $\cos(\pi t/2T)$ cruza el cero
  - b_k puede cambiar sólo cuando $\sin(\pi t/2T)$ cruza el cero
- El factor de ponderación de los canales I y Q es un pulso sinusoidal de medio ciclo de duración $2T$ con signos que se van alternando dependiendo del valor de d_k
- Como en el caso de OQPSK, los bits del canal en cuadratura son retardados de T segundos (medio símbolo) respecto al canal en fase

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Modulaciones con Elevada Eficiencia de Banda



- $s(t)$ tiene envolvente constante
- La portadora RF tiene continuidad de fase en las regiones de transición de bit
- $s(t)$ puede ser vista como una señal FSK con frecuencias de transmisión $f_0 + (1/4T)$ y $f_0 - (1/4T)$. La mínima separación entre tonos requerida por la modulación MSK es:

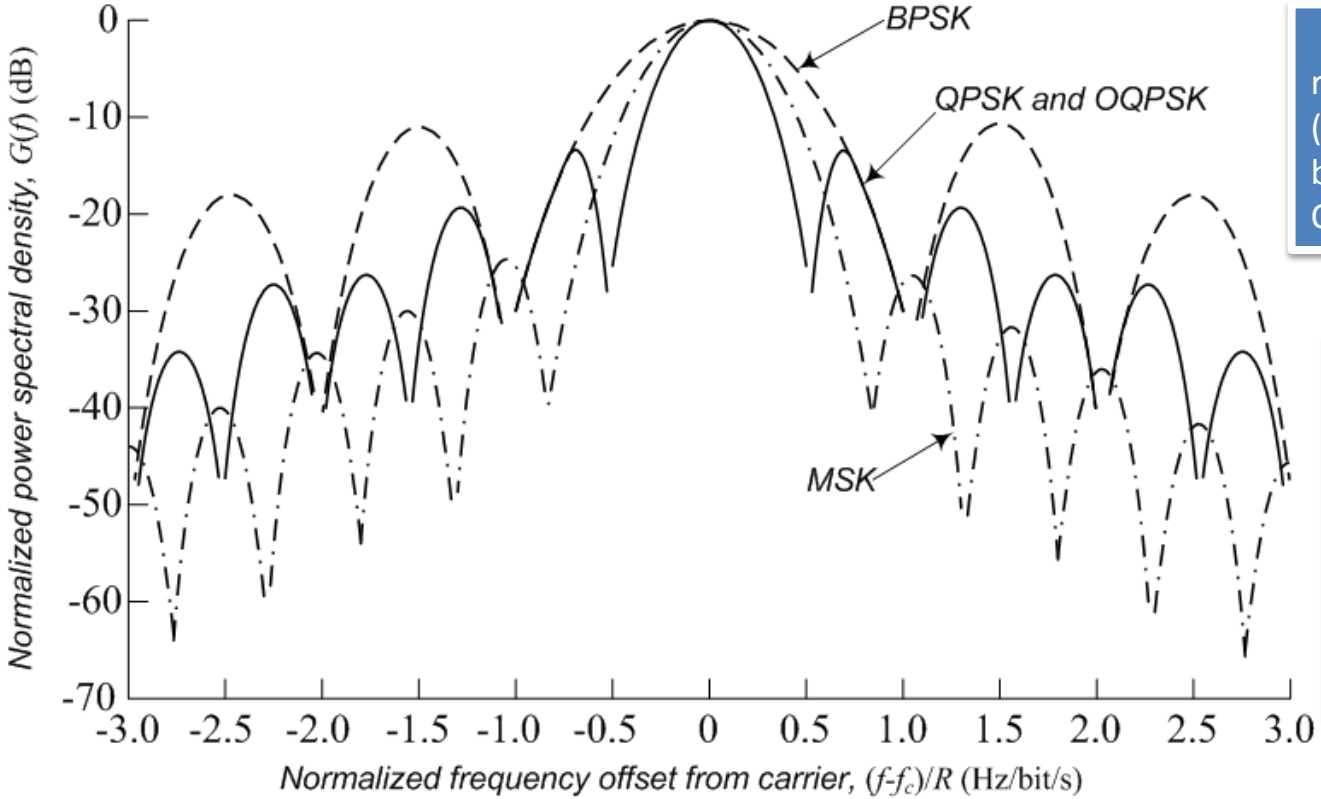
$$\boxed{\left(f_0 + \frac{1}{4T}\right) - \left(f_0 - \frac{1}{4T}\right) = \frac{1}{2T}}$$

- Que es igual a la mitad del *bit-rate*
- Observe que la separación entre tonos requerida por el esquema MSK es la mitad de la requerida por una modulación FSK con detección no coherente (es decir, $1/T$)
  - Esta característica se debe al hecho que la fase de portadora es sabida y continua (lo que permite una demodulación coherente)
- El esquema MSK a paridad de *bit rate*, tiene una tasa de símbolo doble respecto a una modulación QPSK
  - Por tanto MPSK tiene una mejor eficiencia espectral respecto a QPSK y OQPSK pero un ancho de banda ligeramente superior
- **Es aconsejable** utilizar una modulación MSK en

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Modulaciones con Elevada Eficiencia de Banda



BPSK es la modulación que requiere más ancho de banda (recuerde que la eficiencia de banda de BPSK es 1/2 de la de QPSK).

MSK tiene las bandas laterales más atenuadas (consecuencia de moldear los bits de dato con una sinusoide que lleva a un cambio de fase gradual) y una mejor eficiencia de banda respecto a QPSK y OQPSK.

- La densidad espectral de potencia para QPSK y OQPSK es:

$$G(f) = 2PT\left(\frac{\sin 2\pi fT}{2\pi fT}\right)^2$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

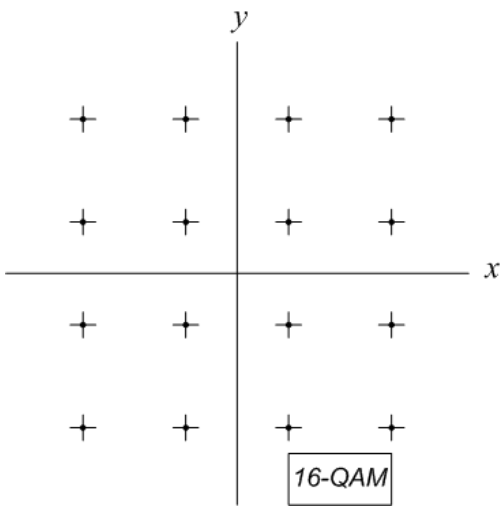
Modulaciones con Elevada Eficiencia de Banda

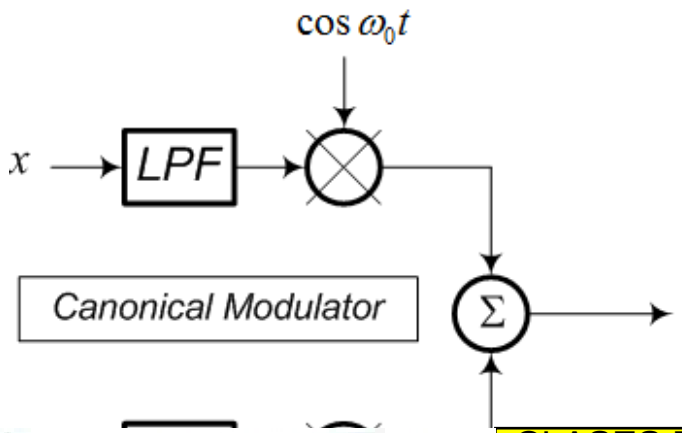
- BPSK y QPSK tienen la misma P_B porque una modulación QPSK equivale a dos modulaciones BPSK independientes que modulan las fases de dos portadoras ortogonales
- Añadir un retardo a la componente en cuadratura no cambia la ortogonalidad de las portadoras, por consiguiente también una modulación OQPSK tiene la misma P_B que la BPSK
- La modulación MSK utiliza símbolos antipodales ($\pm\cos(\pi t/2T)$ y $\pm\sin(\pi t/2T)$) de duración $2T$ para modular las dos portadoras ortogonales
  - Si la señal MSK viene demodulada detectando de forma independiente las componentes en fase y en cuadratura utilizando dos filtros de recepción adaptados, la P_B es la misma que BPSK, QPSK y OQPSK
  - Si la señal MSK es detectada de forma coherente como una señal FSK con símbolos de duración T, la P_B es $3\ \mathrm{dB}$ inferior a un esquema BPSK
- Si los datos están codificados de forma diferencial la P_B es la misma de un sistema PSK coherente con codificación diferencial

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Modulaciones con Elevada Eficiencia de Banda



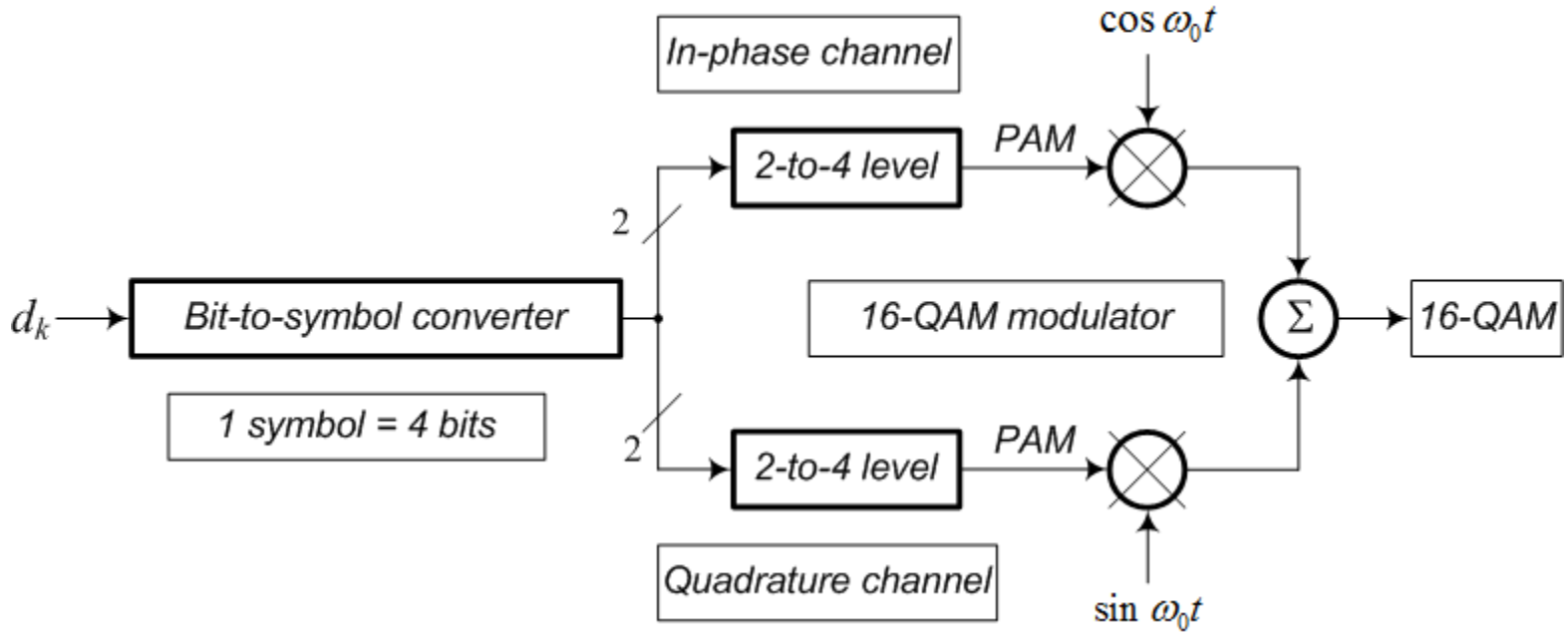


- $s(t)$ Una esquema QAM es una extensión del QPSK
  - Consiste de dos portadoras ortogonales moduladas en amplitud de forma independiente
- Puede verse como:
  - Una combinación de ASK (*Amplitud Shift Keying*) y PSK (*Phase Shift Keying*), por lo que se conoce también como APK
  - Una modulación ASK en dos dimensiones, por lo que se conoce también como QASK
- Cada punto de la constelación representa un grupo de $k=\log_2 M$ (con k par)
  - $k/2$ se transmiten en el canal en fase y los $k/2$ restantes en el canal en cuadratura (que representan las coordenadas (x, y) de un punto de la constelación)
  - Los bits vienen convertidos en tensiones analógicas que modulan la amplitud (y la fase) de dos portadoras ortogonales
- En recepción las componentes en fase y en cuadratura se detectan de forma independiente utilizando filtros adaptados

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Modulaciones con Elevada Eficiencia de Banda



- El ruido AWGN de canal perturba de forma independiente los dos canales x y y
  - Se trata pues de ruido Gaussiano bidimensional (n_x, n_y) con media nula y varianza N
- Si S es la energía media de la señal QPSK (es decir, media cuadrática de las coordenadas (x, y) de las señales), la relación señal ruido será S/N
- La forma más sencilla de generar una señal QAM es la de utilizar dos

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Modulaciones con Elevada Eficiencia de Banda

- Para una constelación rectangular, un canal AWGN y filtros adaptados de recepción, la probabilidad de error de bit de un esquema MQAM (con $M=2^k$ y k par) es:

$$\boxed{P_B \approx \frac{2\left(1-L^{-1}\right)}{\log_2 L} Q\left[\sqrt{\left(\frac{3\log_2 L}{L^2-1}\right)\frac{2E_b}{N_0}}\right]}$$

- Donde $L=\sqrt{M}$ representa el número de niveles de cuantificación en una dimensión
- Cada grupo de $k/2=\log_2 L$ bits se asigna a un símbolo L–ário utilizando codificación de Gray
- La eficiencia de banda de una modulación MQAM (asumiendo una duración de símbolo igual a T y filtrado de Nyquist) es:

$$\boxed{\frac{R}{W}=\log_2 M}$$

- Para canales reales, el rendimiento se reduce porque hay que tener en cuenta el aumento del ancho de banda debido a los filtros reales
  - Tal y como en el caso de una modulación MPSK, es posible buscar un

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.