



Lógica Combinacional en VHDL (II)

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

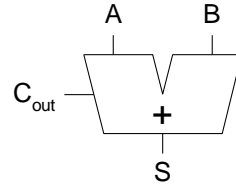
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



TEORIA

Sumadores de 1-Bit

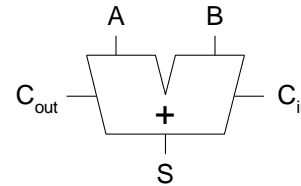
Half Adder



A	B	C _{out}	S
0	0		
0	1		
1	0		
1	1		

$$S =$$
$$C_{out} =$$

Full Adder



C _{in}	A	B	C _{out}	S
0	0	0		
0	0	1		
0	1	0		
0	1	1		
1	0	0		
1	0	1		
1	1	0		
1	1	1		

Cartagena99

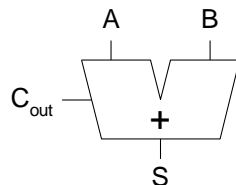
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

NEBRIJA

Sumadores de 1-Bit

Half Adder

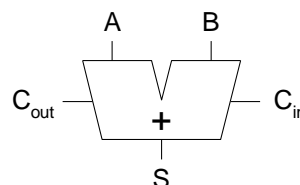


A	B	C_{out}	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

$$S =$$

$$C_{out} =$$

Full Adder



C_{in}	A	B	C_{out}	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Cartagena99

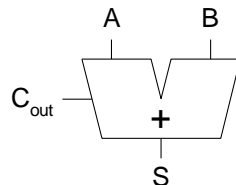
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

NEBRIJA

Sumadores de 1-Bit

Half Adder

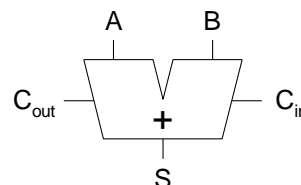


A	B	C _{out}	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

$$S = A \oplus B$$

$$C_{out} = AB$$

Full Adder



C _{in}	A	B	C _{out}	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Implementación en VHDL

```
library IEEE;
use IEEE.STD_LOGIC_1164.all;

entity fulladder is
  port(a, b, cin: in  STD_LOGIC;
        s, cout:  out STD_LOGIC);
end fulladder;

architecture synth of fulladder is
  signal p, g: STD_LOGIC;
begin
  p <= a xor b;
  g <= a and b;

  s <= p xor cin;
  cout <= g or (p and cin);
end synth;
```

```
library IEEE; use IEEE.STD_LOGIC_1164.ALL;
use IEEE.STD_LOGIC_UNSIGNED.ALL;

entity adder is
  generic(N: integer := 8);
  port(a, b: in  STD_LOGIC_VECTOR(N-1 downto 0);
        cin: in  STD_LOGIC;
        s:  out STD_LOGIC_VECTOR(N-1 downto 0);
        cout: out STD_LOGIC);
end adder;

architecture synth of adder is
  signal result: STD_LOGIC_VECTOR(N downto 0);
begin
  result <= ("0" & a) + ("0" & b) + cin;
  s      <= result(N-1 downto 0);
  cout   <= result(N);
end synth;
```

The logo for Cartagena99, featuring the text "Cartagena99" in a stylized font with a blue and orange gradient background.

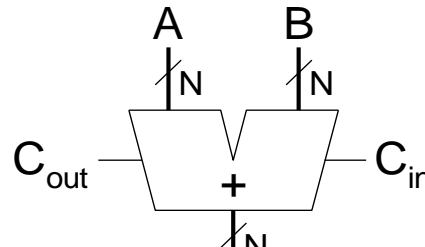
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

NEBRIJA

Sumadores multibit (CPAs)

- Tipos de carry propagate adders (CPAs):
 - Ripple-carry (slow)
 - Carry-lookahead (fast)
 - Prefix (faster)
- Carry-lookahead y prefix adders son más rápidos para sumadores más grandes, pero requieren más hardware.



Cartagena99

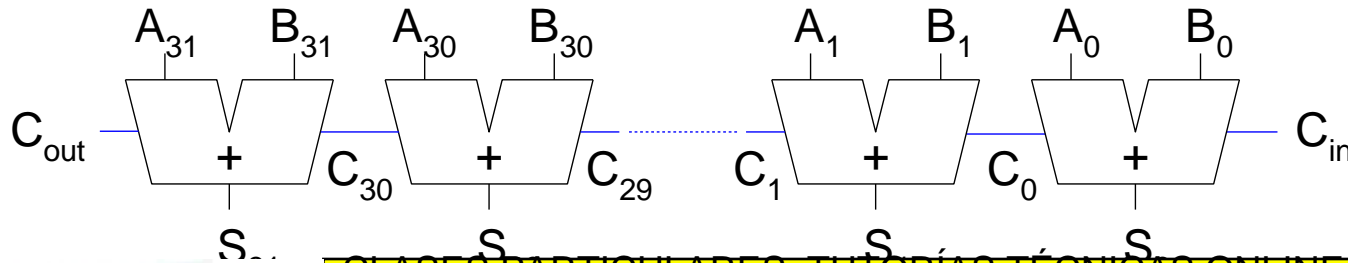
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

NEBRIJA

Ripple-Carry Adder

- Cadena de sumadores de 1-bit
- El acarreo se propaga a través de toda la cadena
- Desventaja: lento



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

NEBRIJA

Retardo del Ripple-Carry Adder

$$t_{\text{ripple}} = Nt_{FA}$$

donde t_{FA} es el retardo de un full adder

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

NEBRIJA

Carry-Lookahead Adder

- Calcula el acarreo (C_{out}) para bloques de k -bits usando señales *generar* y *propagar*.
- **Algunas definiciones:**
 - El elemento/columna i produce un acarreo o generando uno Nuevo o propagando el que le llega a la entrada.
 - Se definen señales Generar (G_i) y Propagar (P_i) para cada columna:

- La columna i generará un acarreo nuevo si A_i y B_i son ambos 1.

$$G_i = A_i B_i$$

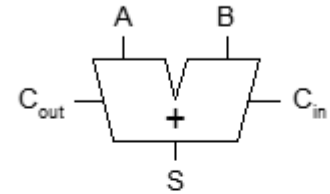
- La columna i propagará un acarreo de la entrada a la salida si A_i o B_i son 1.

$$P_i = A_i + B_i$$

- El acarreo de la columna i (C_i) es:

$$C_i = A_i B_i + (A_i + B_i) C_{i-1} = G_i + P_i C_{i-1}$$

**Full
Adder**



C_{in}	A	B	C_{out}	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Generar

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

NEBRIJA

Suma Carry-Lookahead

- **Step 1:** Calcula G_i y P_i para todas las columnas
- **Step 2:** Calcula G y P para los bloques de k -bits
- **Step 3:** C_{in} se propaga a través de cada bloque de generar/propagar para k -bits.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

NEBRIJA

Carry-Lookahead Adder

- **Ejemplo:** bloques de 4-bits ($G_{3:0}$ and $P_{3:0}$) :

- $G_{3:0} = G_3 + P_3 (G_2 + P_2 (G_1 + P_1 G_0))$

- $P_{3:0} = P_3 P_2 P_1 P_0$

- **Generalizando,**

- $G_{i:j} = G_i + P_i (G_{i-1} + P_{i-1} (G_{i-2} + P_{i-2} G_j))$

- $P_{i:j} = P_i P_{i-1} P_{i-2} P_j$

- $C_i = G_{i-1} + P_{i-1} C_{i-2}$

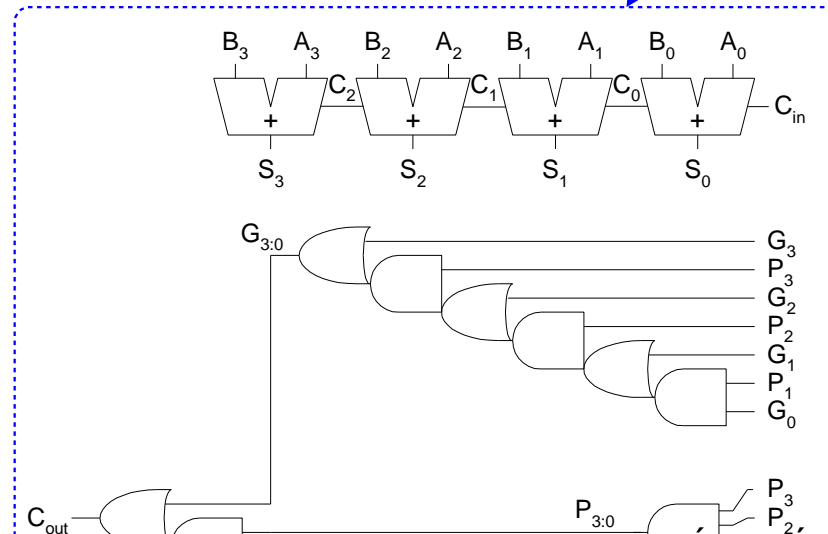
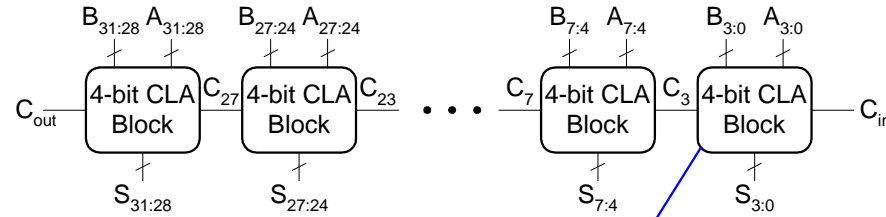
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

NEBRIJA

32-bit CLA con bloques de 4-bits



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

NEBRIJA

Retardo del Carry-Lookahead Adder

- Para un CLA de N -bit con bloques de k -bits:
- $$t_{CLA} = t_{pg} + t_{pg_block} + (N/k - 1)t_{AND_OR} + kt_{FA}$$
 - t_{pg} : retardo para generar todos los P_i, G_i (solo dependen de A_i y B_i)
 - t_{pg_block} : retardo para generar todos los $P_{i:j}, G_{i:j}$
 - t_{AND_OR} : retardo desde C_{in} a C_{out} de la puerta AND/OR final en el bloque CLA de k -bits
- Un sumador carry-lookahead de N -bits es, en general, mucho más rápido que un ripple-carry adder para $N > 16$.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

NEBRIJA

Prefix Adder

- Calcula el acarreo de entrada para cada columna (C_{i-1}) y luego la suma:

$$S_i = (A_i \oplus B_i) \oplus C_i$$

- Calcula G y P para bloques de 1-, 2-, 4-, 8-bits, etc. hasta que todos los G_i se conocen
- $\log_2 N$ etapas

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

NEBRIJA

Prefix Adder

- El acarreo de entrada o se genera en la columna anterior o se propaga desde las previas.
- Definimos una columna auxiliar -1 para introducir C_{in} :

$$G_{-1} = C_{in}, P_{-1} = 0$$

- El acarreo de entrada de la columna i = acarreo de salida de la columna:

$$C_{i-1} = G_{i-1:-1}$$

- $G_{i-1:-1}$: señal para las columnas $i-1$ a -1
- Ecuación de la suma:

$$- \quad S_i = (A_i \oplus B_i) \oplus G_{i-1:-1}$$

- **Objetivo:** Calcular rápidamente $G_{0:-1}, G_{1:-1}, G_{2:-1}, G_{3:-1}, G_{4:-1}, G_{5:-1}, \dots$ (llamados *prefijos*)

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE

LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS

CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

NEBRIJA

Prefix Adder

- Generar and propagar señales para un bloque que cubre los bits $i:j$:

$$G_{i:j} = G_{i:k} + P_{i:k} G_{k-1:j}$$

$$P_{i:j} = P_{i:k} P_{k-1:j}$$

- En palabras:
 - **Generar:** el bloque $i:j$ generará acarreo si:
 - La parte superior ($i:k$) genera un acarreo o
 - La parte superior propaga un acarreo generado por la parte inferior ($k-1:j$)
 - **Propagar:** el bloque $i:j$ propagará un acarreo si tanto la parte superior como la inferior lo propagan.

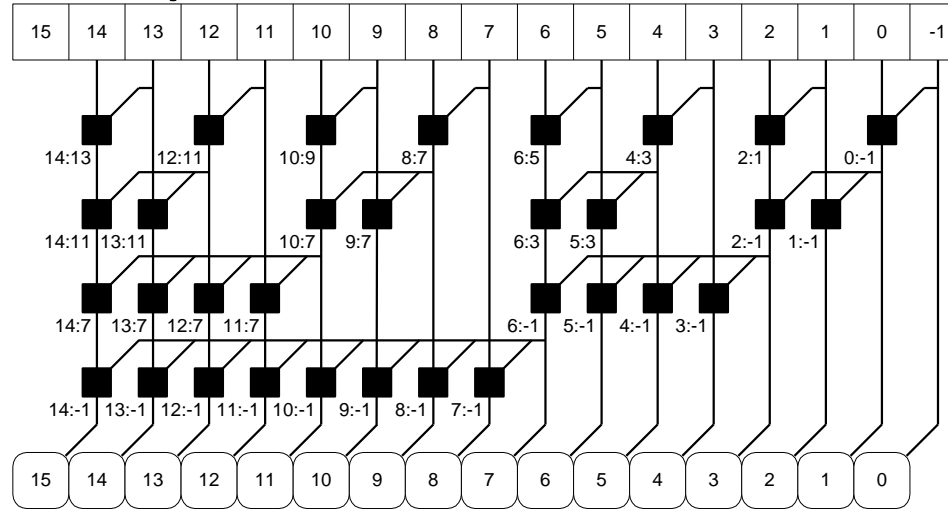
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

NEBRIJA

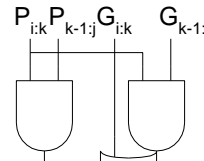
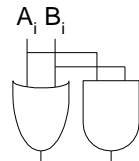
Esquema del Prefix Adder



Legend



$i:j$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

NEBRIJA

Retardo del Prefix Adder

$$t_{PA} = t_{pg} + \log_2 N(t_{pg_prefix}) + t_{XOR}$$

- t_{pg} : retardo en producir P_i G_i (puerta AND o OR)
- t_{pg_prefix} : retardo de las celdas de prefijo negras (AND + OR)

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

NEBRIJA

Comparación de retardo de sumadores

- Compara el retardo de: sumadores de 32-bit ripple-carry, carry-lookahead, y prefix adder
- CLA tiene bloques de 4-bits
- Retardo de puerta de 2 entradas = 100 ps;
- Retardo de full adder = 300 ps

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

NEBRIJA

Comparación de retardo de sumadores

- Compara retardo de: 32-bit ripple-carry, carry-lookahead, y prefix adder
- CLA tiene bloques de 4-bits
- Retardo de puerta de 2 entradas = 100 ps;
- Retardo de full adder = 300 ps

$$t_{\text{ripple}} = Nt_{FA} = 32(300 \text{ ps})$$
$$= \mathbf{9.6 \text{ ns}}$$

$$t_{CLA} = t_{pg} + t_{pg_block} + (N/k - 1)t_{AND_OR} + kt_{FA}$$
$$= [100 + 600 + (7)200 + 4(300)] \text{ ps}$$
$$= \mathbf{3.3 \text{ ns}}$$

$$t_{PA} = t_{pg} + \log_2 N(t_{pg_prefix}) + t_{XOR}$$
$$= [100 + \log_2 32(200) + 100] \text{ ps}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

NEBRIJA