

Tema 3. Análisis de Fourier de señales y sistemas de tiempo continuo.

2015-2016

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Índice

- 1 Muestreo
 - Introducción al muestreo
 - Muestreo ideal
 - Muestreo real

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Índice

- 1 Muestreo
 - Introducción al muestreo
 - Muestreo ideal
 - Muestreo real

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

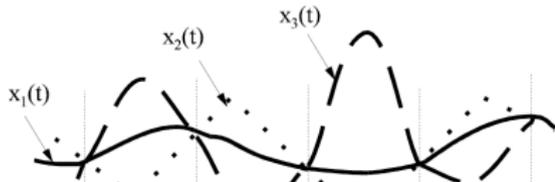
Introducción al muestreo

Definición

El muestreo consiste en tomar muestras de una señal mediante otra señal periódica llamada señal muestreadora.

Consideración

En general, al tomar muestras se pierde información. Existen algunas condiciones bajo las cuales una señal queda caracterizada mediante una colección de muestras equiespaciadas.



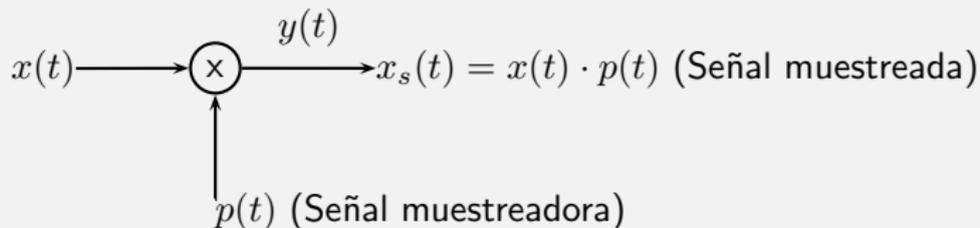
Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Introducción al muestreo

Muestreo

El esquema general del muestreo es:



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Índice

- 1 Muestreo
 - Introducción al muestreo
 - Muestreo ideal
 - Muestreo real

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Muestreo ideal

Definición

En el muestreo ideal la señal muestreadora es un tren periódico de Deltas de Dirac.

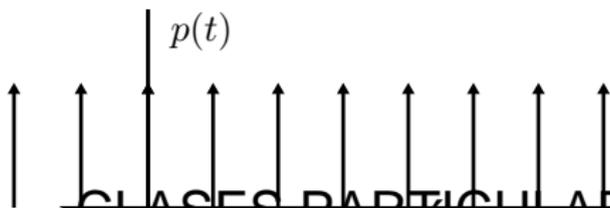
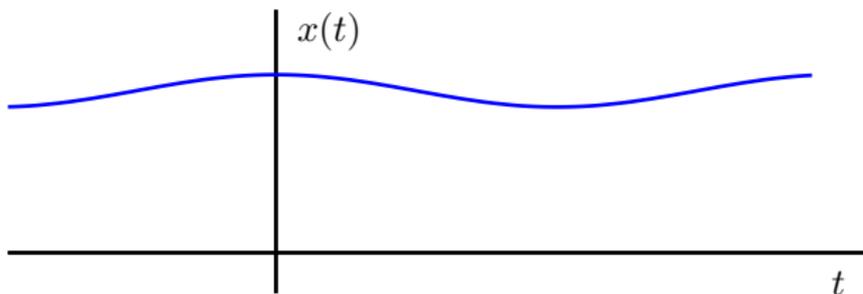
$$x(t) \longrightarrow \text{⊗} \longrightarrow x_s(t) = x(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$$

$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

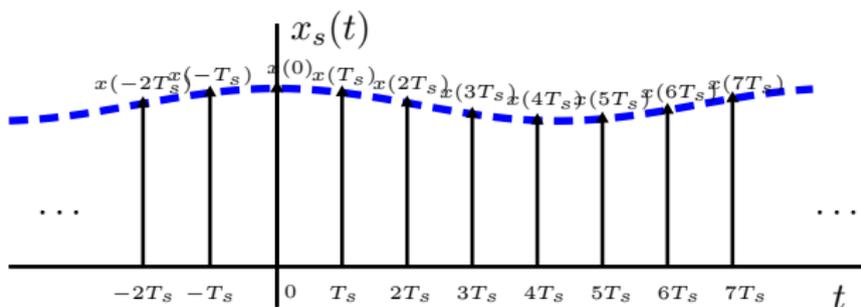
Muestreo ideal



Cartagena99

CLASES PARTICULARES: TUTORÍAS
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Muestreo ideal



$$x_s(t) = x(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \delta(t - nT_s) =$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Muestreo ideal

Efecto del muestreo en el espectro

$$x_s(t) = x(t) \cdot p(t) \Leftrightarrow X_s(\omega) = \frac{1}{2\pi} [X(\omega) * P(\omega)]$$

Teniendo en cuenta:

$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) \Leftrightarrow P(\omega) = \frac{2\pi}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - k\omega_s); \quad \omega_s = \frac{2\pi}{T_s}$$

Resultado final

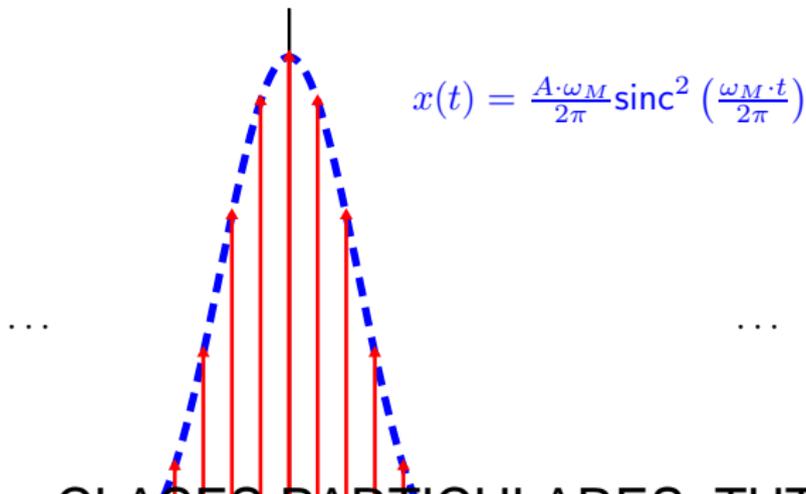
$$Y_s(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(\omega - k\omega_s)$$

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Cartagena99

Muestreo ideal

Ejemplo en el tiempo

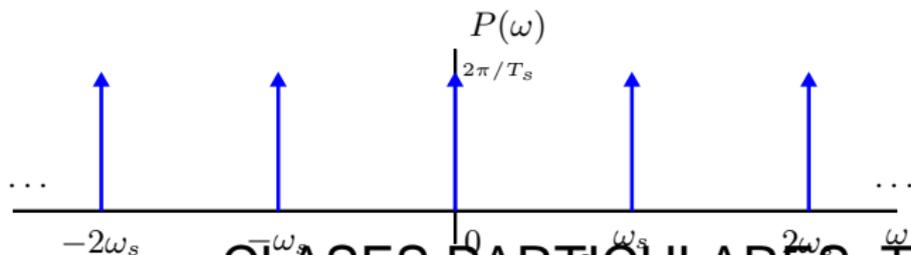
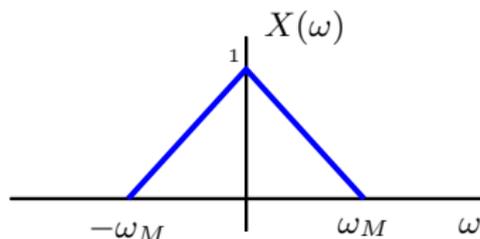


Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Muestreo ideal

Ejemplo en frecuencia



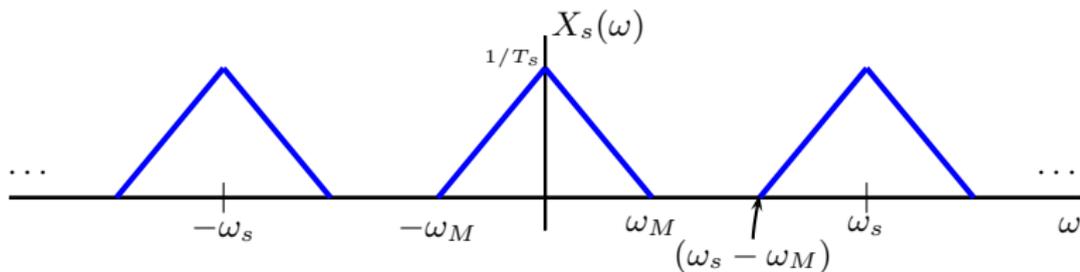
Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

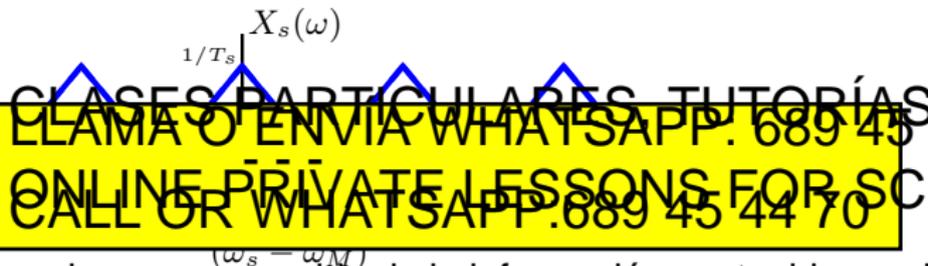
Muestreo ideal

$$X_s(\omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(\omega - k\omega_s)$$

Sin solapamiento



Con solapamiento



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

($\omega_s = \omega_M$)

Teorema de muestreo

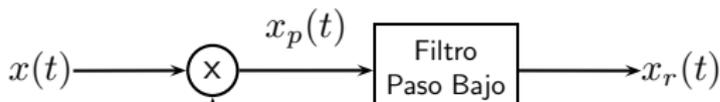
Recuperación

Se puede recuperar la señal original a partir de las muestras mediante un filtrado paso bajo, siempre que no se produzca solapamiento. Para ello se debe cumplir:

$$\omega_M \leq \omega_s - \omega_M$$

y por tanto:

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T_s} \geq 2\omega_M$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Teorema de muestreo

Teorema de muestreo

Dada una señal limitada en banda con $X(\omega) = 0, \forall |\omega| > \omega_M$. Entonces $x(t)$ quedará determinada por sus muestras $x(nT_s), n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ si se cumple:

$$\omega_s \geq 2\omega_M$$

siendo $\omega_s = \frac{2\pi}{T_s}$.

Frecuencia de Nyquist

A la pulsación mínima que permite cumplir el teorema de muestreo ($\omega_s = 2\omega_M$) se le conoce como pulsación de Nyquist.

Nota: en la práctica se muestrea a una frecuencia de Nyquist.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Índice

- 1 Muestreo
 - Introducción al muestreo
 - Muestreo ideal
 - Muestreo real

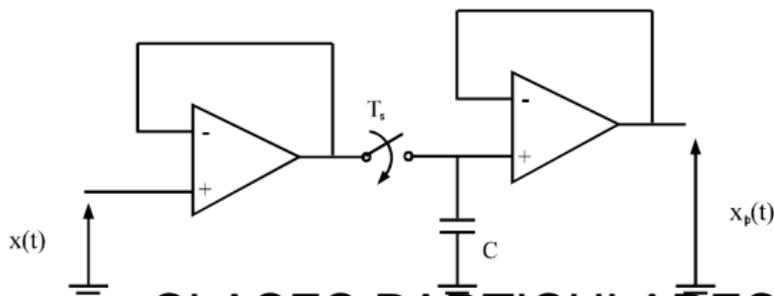
Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Muestreo real – Sample&Hold

Consideración

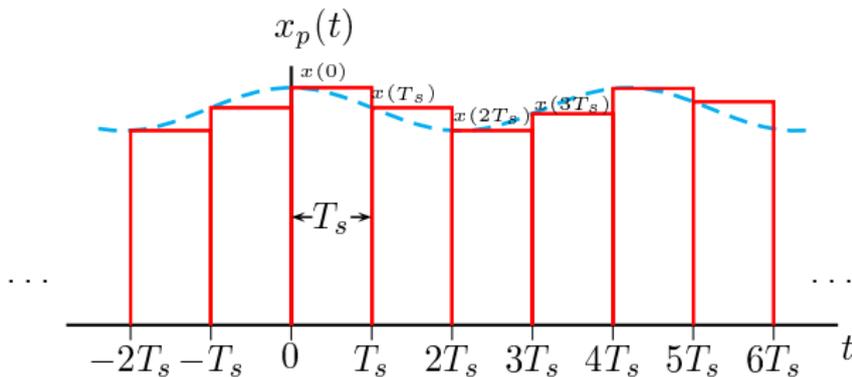
El dispositivo que permite realizar el muestreo real se conoce como Sample&Hold y el esquema se muestra en la siguiente figura:



Cartagena99

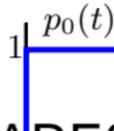
CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Muestreo Real



La señal muestreadora es:

$$x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s) \cdot p_0(t - nT_s)$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Muestreo Real – Dominio del tiempo

Relación con el muestreo ideal

No se verifica: $x_p(t) = x(t) \cdot p(t)$, sin embargo se puede relacionar:

$$x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s) \cdot p_0(t - nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s) \cdot [p_0(t) * \delta(t - nT_s)]$$

$$x_p(t) = p_0(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s) \cdot \delta(t - nT_s) = p_0(t) * \left[x(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) \right],$$

donde el término entre corchetes, $x(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$, representa la ecuación del muestreo ideal.

$x(t)$ \times $p_0(t)$

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Cartagena99

Muestreo real – Dominio de la frecuencia

Dominio de la frecuencia:

$$x_p(t) = p_0(t) * \left[x(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) \right],$$

Realizando el estudio en el dominio de la frecuencia se obtendrá:

$$X_p(\omega) = P_0(\omega) \cdot X_s(\omega)$$

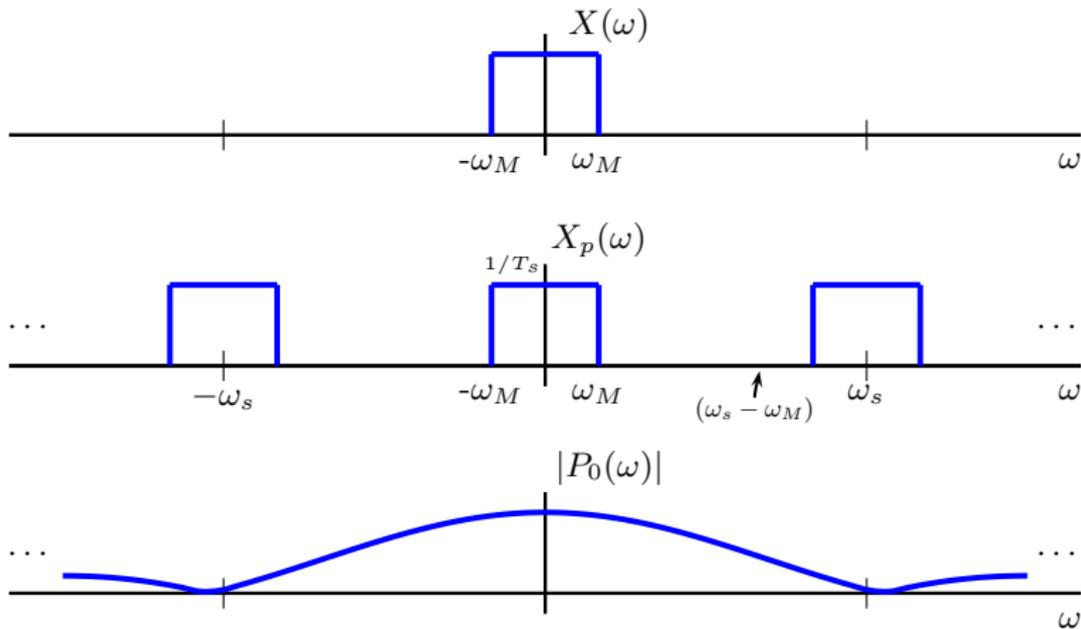
donde:

$$P_0(\omega) = T_s \cdot \text{sinc} \left(\frac{\omega T_s}{2\pi} \right) \cdot e^{-j\omega \frac{T_s}{2}}$$

y

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Muestreo real. Conclusiones

Distorsión

El espectro está modulado con $P_0(\omega)$, lo cual supone cierta distorsión que depende de la anchura del pulso de muestreo, T_s .

Efecto apertura

Este efecto se conoce como efecto de apertura, debido a que la duración del pulso $p_0(t)$ es inversamente proporcional a la anchura del lóbulo principal de la sinc. Cuanto más estrecho sea el pulso $p_0(t)$, más plana es la sinc en las frecuencias bajas y se produce menos distorsión.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70