

Tema 1.

Repaso de Teoría de Circuitos

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Repaso de Teoría de Circuitos: índice

- 1.1) Conceptos preliminares. Concepto de circuito, elementos de un circuito
- 1.2) Leyes fundamentales de los circuitos eléctricos: Leyes de Kirchhoff
- 1.3) Principio de Superposición
- 1.4) Teoremas de reducción de circuitos: Equivalente de Thévenin y Norton
- 1.5) Divisores de voltaje y corriente
- 1.6) Característica I-V, función de transferencia, recta de carga
- 1.7) Método gráfico de resolución de circuitos
- 1.8) Circuitos RC (1^{er} orden). Función de transferencia compleja



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Conceptos preliminares

CIRCUITO: Asociación de elementos activos o pasivos conectados en serie/paralelo por donde puede circular corriente. Modelo matemático simplificado de una instalación real.

Se utiliza para estudiar (análisis y síntesis) la respuesta de un sistema eléctrico ante un estímulo. Señales de entrada, salida y función de transferencia.

Aplicable a circuitos **lineales y cuasilineales**.

VARIABLES FUNDAMENTALES: I, V y P

Convenios de signos. Múltiplos y submúltiplos. Notación (v , V , u , U)

ELEMENTOS DE UN CIRCUITO:

Son los modelos matemáticos de los dispositivos físicos reales de un circuito. Modelos de parámetros concentrados.

Activos: fuente de tensión/corriente - continua/alterna – dependientes/independientes.

Pasivos: R,L,C.

Relación entre voltaje y corriente en cada uno de estos elementos. Potencia y energía.

ASOCIACIÓN DE ELEMENTOS SERIE/PARALELO



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Característica I-V. Recta de carga

Característica I-V de un elemento de un circuito:

Describe la relación entre la corriente que circula por el elemento y el voltaje a través de sus terminales.

Recta de carga:

Gráfica I-V **determina todos los puntos de operación permitidos** de dicho dispositivo en el circuito en que se halla.

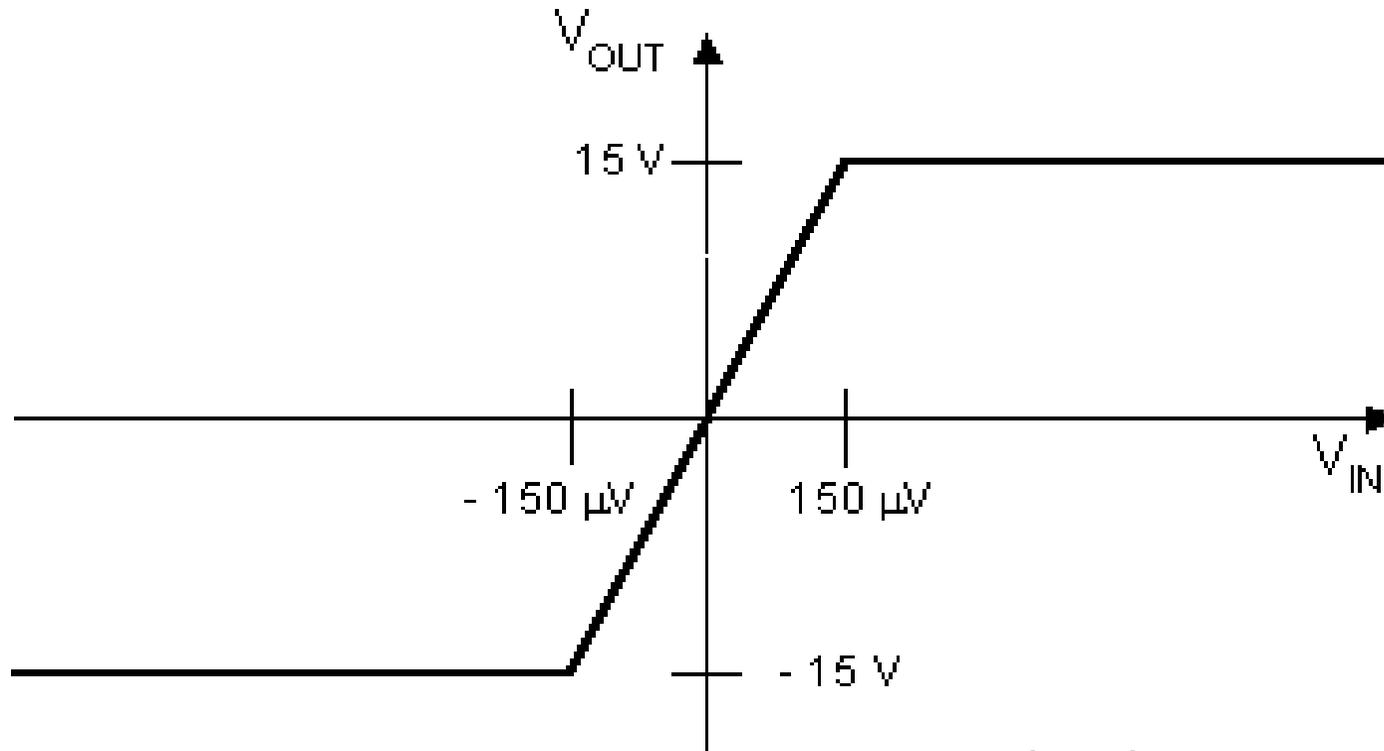
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Característica I-V. Recta de carga

Ejemplos:



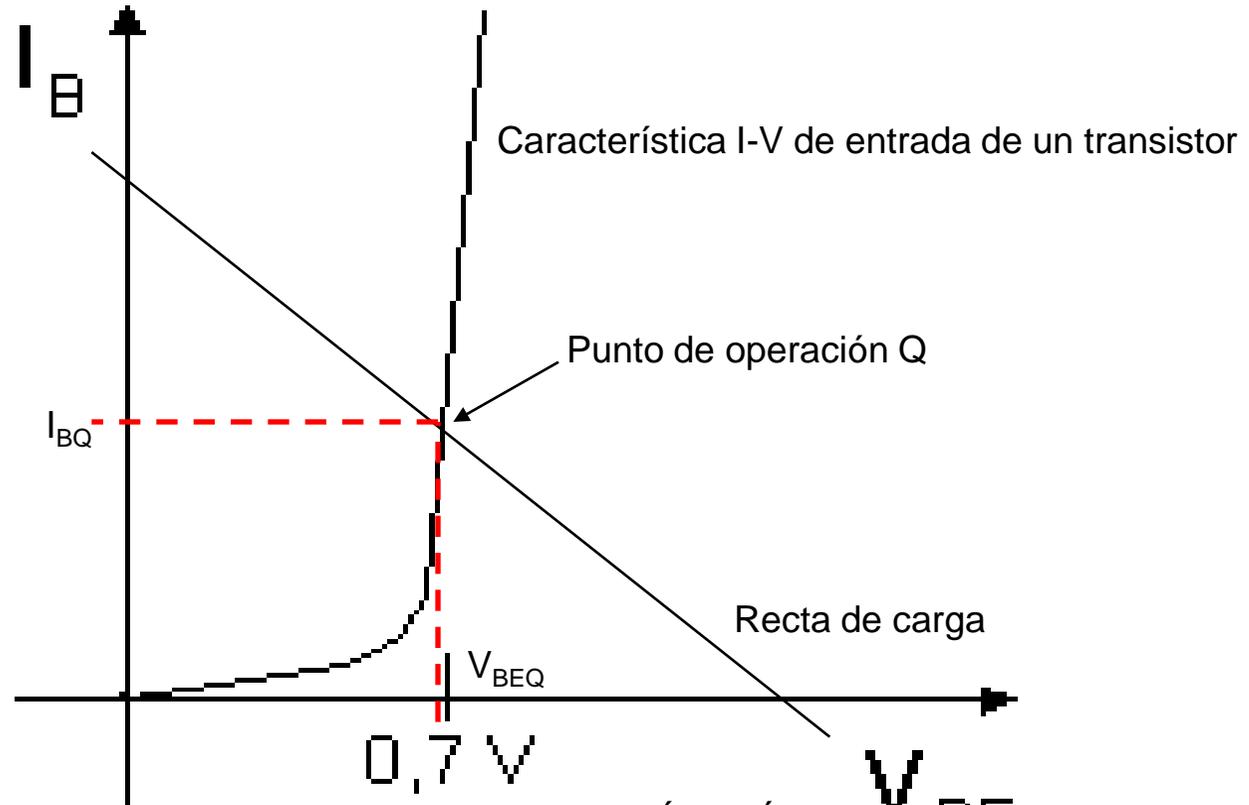
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Característica I-V. Recta de carga

Ejemplos:

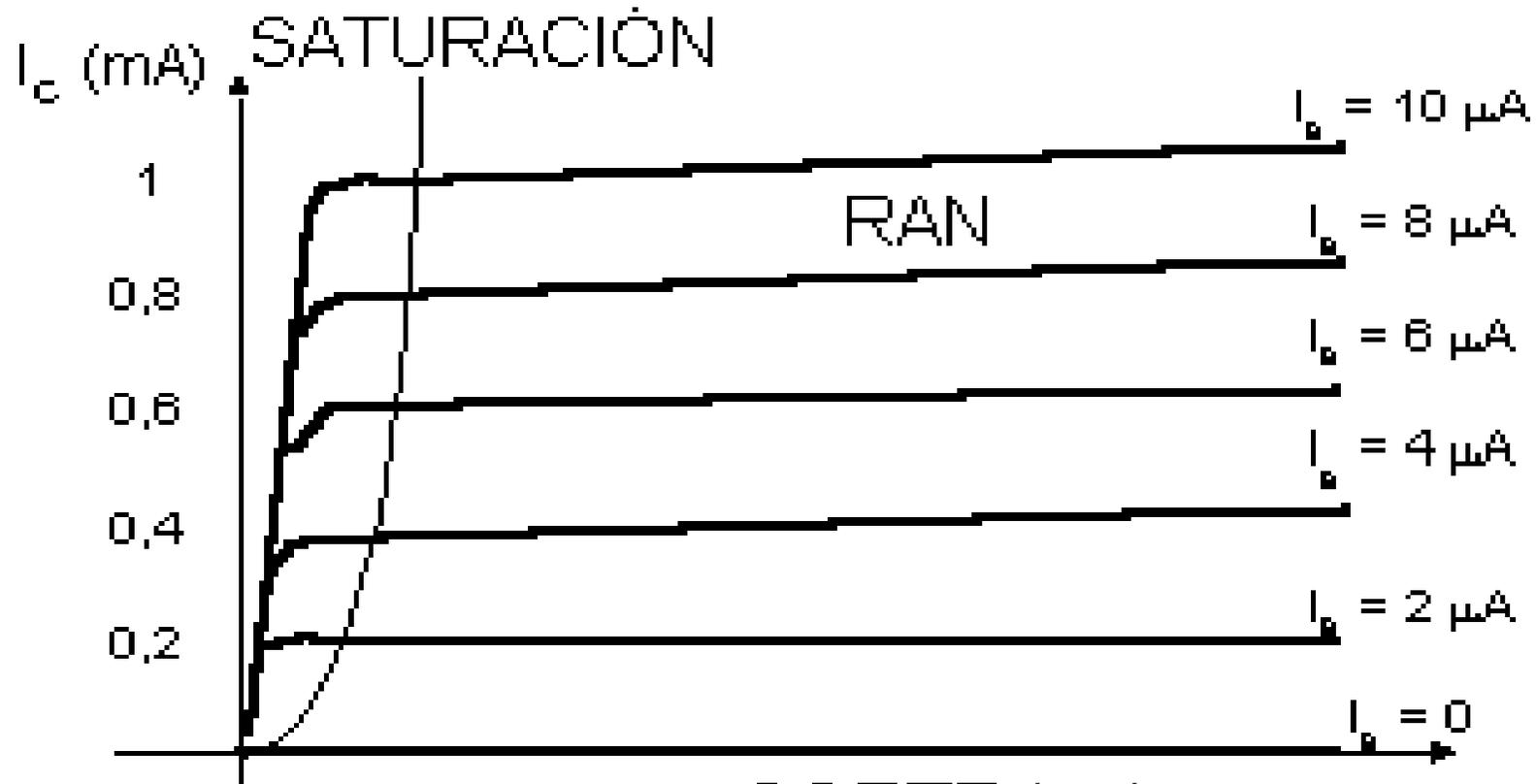


Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Ejemplos:



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Leyes fundamentales: Leyes de Kirchoff

Ley de conservación de la carga y la energía para describir relación voltaje-corriente en cualquier red, lineal o no:

1ª.- La suma de caídas de voltaje alrededor de cualquier lazo cerrado es cero.

2ª.- La suma de todas las corrientes que entren en cualquier nodo de un circuito es igual a cero.

Nodo: Punto donde se conectan tres o más conductores.

Rama: Elemento o grupo de elementos con 2 terminales. Tramo entre dos nudos

Malla/lazo: cualquier camino cerrado que pueda ser definido en el circuito.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Principio de superposición

ELEMENTO LINEAL: aquel cuya característica v-i es de la forma:

$$v = a \cdot i_1 + b \cdot i_2 \quad \text{ó} \quad i = c \cdot v_1 + d \cdot v_2$$

con a, b, c, d constantes.

En general a, b, c, d pueden ser operadores lineales (derivada o integral) \Rightarrow la característica v-i es de la forma:

$$v = a \frac{di_1}{dt} + b \int i_2 dt$$

PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN: en todo sistema lineal, la respuesta del circuito debida a una suma de entradas, será igual a la suma de las respuestas de cada una de las entradas aplicadas individualmente.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Teoremas de reducción de circuitos

Equivalente de Thévenin:

Cualquier circuito resistivo (contiene únicamente resistencias y fuentes) puede ser representado por un circuito más sencillo, formado sólo por una sola fuente de voltaje y una resistencia en serie. Este circuito se denomina “Equivalente de Thévenin” del circuito original.

V_{th} representa todas las fuentes.

R_{th} representa todas las resistencias.

Equivalente de Norton:

Aquí la fuente independiente es una fuente de corriente, I_{th} , y la resistencia equivalente está conectada en paralelo.



Cartagena99

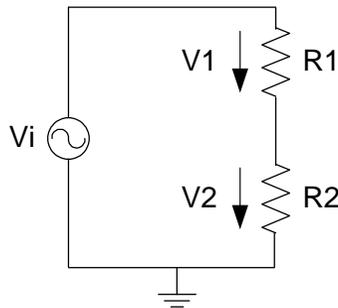
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Divisores de tensión y corriente

Divisor de tensión:

Las impedancias son atravesadas por la misma corriente

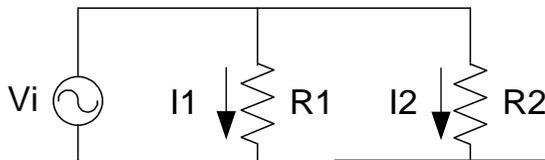


$$I_1 = I_2 = \frac{V_i}{R_1 + R_2} \quad V_1 = I_1 \cdot R_1; V_2 = I_2 \cdot R_2$$

$$V_1 = \frac{R_1 \cdot V_i}{R_1 + R_2}; \quad V_2 = \frac{R_2 \cdot V_i}{R_1 + R_2}$$

Divisor de corriente:

Las impedancias están sometidas a la misma tensión



$$I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2; I_i = I_1 + I_2$$

$$I_1 = I_i - I_2 = I_i - I_1 \frac{R_1}{R_2}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

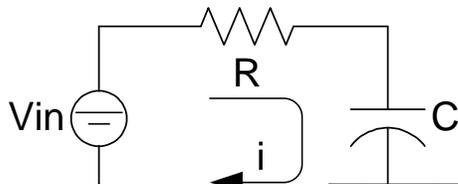
Circuitos RC: Circuitos de 1^{er} orden

Circuitos de primer orden: Son circuitos caracterizados por una ecuación diferencial de primer orden. Cualquier circuito formado por un conjunto cualquiera de resistencias y fuentes independientes y un solo elemento almacenador de energía (L ó C) es de 1^{er} orden.

Régimen transitorio: Solución a la **ec.dif. homogénea**, que es la respuesta natural del sistema.

Régimen permanente: Solución a la **ec.dif. completa**, que es la respuesta del sistema forzada por una excitación exterior.

Ejemplo 1: Circuito RC



Homogénea:

$$R \cdot i(t) + u_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = 0$$

Completa:

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Circuitos RC: Circuitos de 1^{er} orden

Ejemplo 1: Circuito RC (C inicialmente cargado)

Solución homogénea: $R \cdot i(t) + u_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = 0;$

Condiciones iniciales: $u_C(0) = V_0; v_{in}(t) = 0 \quad i(0) = -\frac{V_0}{R}$ } $\Rightarrow i(t) = -\frac{V_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

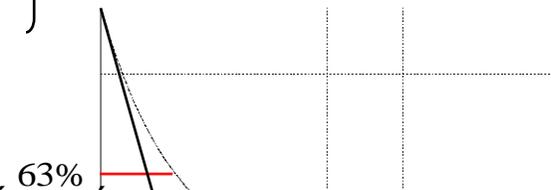
Solución tipo: $i(t) = K \cdot e^{\lambda t}$

Tensión en el condensador:

$u_C(t) = u_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$
 $u_C(t) = V_0 + V_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} - V_0$ } $\Rightarrow u_C(t) = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

Constante de tiempo:

$$\tau = RC; \omega = \frac{1}{\tau} = 2\pi \cdot f$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Circuitos RC: Circuitos de 1^{er} orden

Ejemplo 1: Circuito RC (C inicialmente cargado)

Solución completa. Excitación escalón (habitual en electrónica):

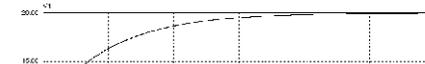
$$v_{in}(t) = R \cdot i(t) + u_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$

Condiciones iniciales: $u_C(0) = V_0$; $v_{in}(t) = V_{in}$; $i(0) = \frac{V_{in} - V_0}{R}$ } $\Rightarrow i(t) = \frac{V_{in} - V_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

Solución tipo: $i(t) = K \cdot e^{\lambda t}$

Tensión en el condensador:

$$u_C(t) = u_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt \quad u_C(t) = (V_0 - V_{in}) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + u_C(0) \quad \Rightarrow \quad u_C(t) = (V_0 - V_{in}) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + V_{in}$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Circuitos RC: Circuitos de 1^{er} orden

Ejemplo 1: Circuito RC

Solución completa. Excitación senoidal. Características de las funciones senoidales:

- 1.- La respuesta en régimen permanente de un circuito lineal con excitación senoidal es una función senoidal de igual frecuencia. La amplitud y la fase puede variar.
- 2.- La suma de funciones senoidales de igual frecuencia es una función senoidal de igual frecuencia. La amplitud y la fase puede variar.
- 3.- La derivada de una senoide es de forma senoidal, y su integral.
- 4.- Mediante la descomposición en serie de Fourier cualquier función periódica puede representarse como una combinación lineal de un número finito de funciones senoidales.
- 5.- Los alternadores generan tensión con forma senoidales. Es una forma de onda fácil de obtener.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Circuitos RC: Circuitos de 1^{er} orden

Ejemplo 1: Circuito RC (C inicialmente cargado)

Solución analítica a la completa. Excitación senoidal:

$$v_{in}(t) = R \cdot i(t) + u_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt \quad \text{siendo } v_{in}(t) = V_{in} \cdot \cos(\omega t + \varphi_v)$$

Solución tipo:

$$i(t) = I_{in} \cdot \cos(\omega t + \varphi_i) \quad \downarrow I_{in}, \varphi_i$$
$$R \cdot I_{in} \cos(\omega t + \varphi_i) + u_C(0) + \frac{1}{\omega C} I_{in} \sin(\omega t + \varphi_i) = V_{in} \cdot \cos(\omega t + \varphi_v)$$

Particularizando para: $\omega t = 0; \omega t = \frac{\pi}{2}$ 

$$\left. \begin{aligned} R \cdot I_{in} \cos(\varphi_i) + u_C(0) + \frac{1}{\omega C} I_{in} \sin(\varphi_i) &= V_{in} \cdot \cos(\varphi_v) \\ R \cdot I_{in} \sin(\varphi_i) + u_C(0) - \frac{1}{\omega C} I_{in} \cos(\varphi_i) &= V_{in} \cdot \sin(\varphi_v) \end{aligned} \right\} \rightarrow$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Circuitos RC: Circuitos de 1^{er} orden

Ejemplo 1: Circuito RC

Resolución vectorialmente (trigonometría).

Módulo:

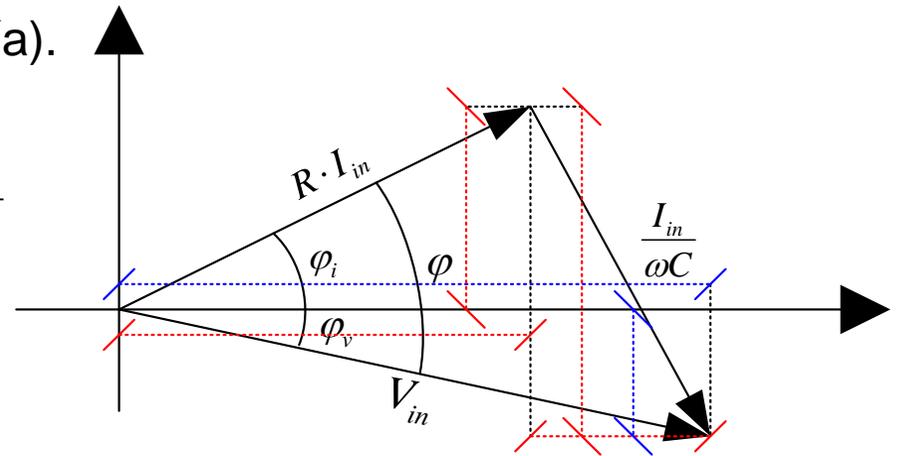
$$V_{in} = \sqrt{R^2 \cdot I_{in}^2 + \frac{I_{in}^2}{(\omega C)^2}} \quad \Rightarrow \quad I_{in} = \frac{V_{in}}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}}$$

Argumento:

$$\varphi_i = \varphi - \varphi_v; \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{1}{\omega RC}$$

Solución:

$$i(t) = \frac{V_{in}}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}} \cdot \cos(\omega t + \varphi - \varphi_v) \quad \Leftrightarrow \quad u_c(t) = \frac{V_{in}}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}} \cdot \frac{1}{\omega C} \cdot \operatorname{sen}(\omega t + \varphi - \varphi_v)$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

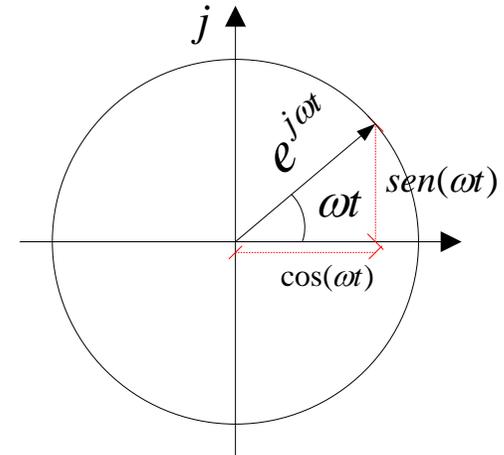
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Circuitos RC: Circuitos de 1^{er} orden

Ejemplo 1: Circuito RC

Resolución mediante complejos

$$\begin{aligned} \text{Euler: } e^{j\omega t} &= \cos(\omega t) + j \operatorname{sen}(\omega t) & \cos(\omega t) &= \operatorname{Re}[e^{j\omega t}] \\ e^{-j\omega t} &= \cos(\omega t) - j \operatorname{sen}(\omega t) & \operatorname{sen}(\omega t) &= \operatorname{Im}[e^{j\omega t}] \end{aligned}$$



Solución tipo:

$$i(t) = I_{in} \cdot \cos(\omega t + \varphi_i) = I_{in} \cdot \operatorname{Re}[e^{j(\omega t + \varphi_i)}] = I_{in} \cdot \operatorname{Re}[e^{j\varphi_i} \cdot e^{j\omega t}]$$

Solución para régimen senoidal permanente

$$R \cdot I_{in} e^{j\varphi_i} e^{j\omega t} + \frac{1}{C} \frac{1}{j\omega} I_{in} e^{j\varphi_i} e^{j\omega t} = V_{in} \cdot e^{j\varphi_v} e^{j\omega t}$$

$$I_{in} e^{j\varphi_i} = \frac{V_{in}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot e^{j\varphi_v} = I_{in} e^{j\varphi_i} = \frac{V_{in}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot e^{j\varphi_v} = \frac{V_{in}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot e^{j(\varphi_v + \frac{\pi}{2} - \varphi)}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Circuitos RC: Circuitos de 1^{er} orden

Respuesta de los elementos pasivos básicos al régimen senoidal permanente:

$$u(t) = V_{in} \cdot e^{j\varphi_V} e^{j\omega t}; \quad i(t) = I_{in} \cdot e^{j\varphi_i} e^{j\omega t}$$

Resistencia

$$u(t) = R \cdot i(t)$$

$$V_{in} \cdot e^{j\varphi_V} e^{j\omega t} = R \cdot I_{in} \cdot e^{j\varphi_i} e^{j\omega t}$$



$$R = \frac{V_{in}}{I_{in}}$$

Bobina

$$u(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$V_{in} \cdot e^{j\varphi_V} e^{j\omega t} = j\omega L \cdot I_{in} \cdot e^{j\varphi_i} e^{j\omega t}$$

$$V_{in} \cdot e^{j\varphi_V} = \omega L \cdot I_{in} \cdot e^{j\varphi_i + \pi/2}$$



$$V_{in} = \omega L \cdot I_{in}$$

$$Z_L = j\omega L$$

$$\varphi = \varphi_i + \pi/2$$

Condensador

$$i(t) = C \cdot \frac{du}{dt}$$

$$I_{in} \cdot e^{j\varphi_i} e^{j\omega t} = j\omega C \cdot V_{in} \cdot e^{j\varphi_V} e^{j\omega t}$$

$$I_{in} \cdot e^{j\varphi_i} = \omega C \cdot V_{in} \cdot e^{j\varphi_V + \pi/2}$$



$$I_{in} = \omega C \cdot V_{in}$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

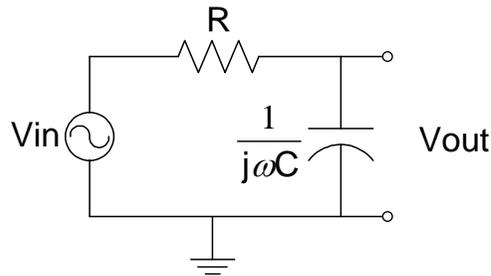
Cartagena99

Circuitos RC: Circuitos de 1^{er} orden

Ejemplo 1: Circuito RC. Función de transferencia.

Resolución directa al régimen senoidal permanente mediante complejos.

Función de transferencia.



Módulo

$$|H(j\omega)| = \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

$$V_{out} = \frac{\frac{1}{j\omega C} \cdot V_{in}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{V_{in}}{1 + j\omega RC} \Rightarrow H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Fase o argumento

$$\angle H(j\omega) = \angle \frac{V_{out}}{V_{in}} = \varphi = \arctg(0) - \arctg(\omega RC)$$

Siendo $v_{\dots}(t) = V_{\dots} \cdot \cos(\omega t) = V_{\dots} \cdot \text{Re}[e^{j\omega t}]$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

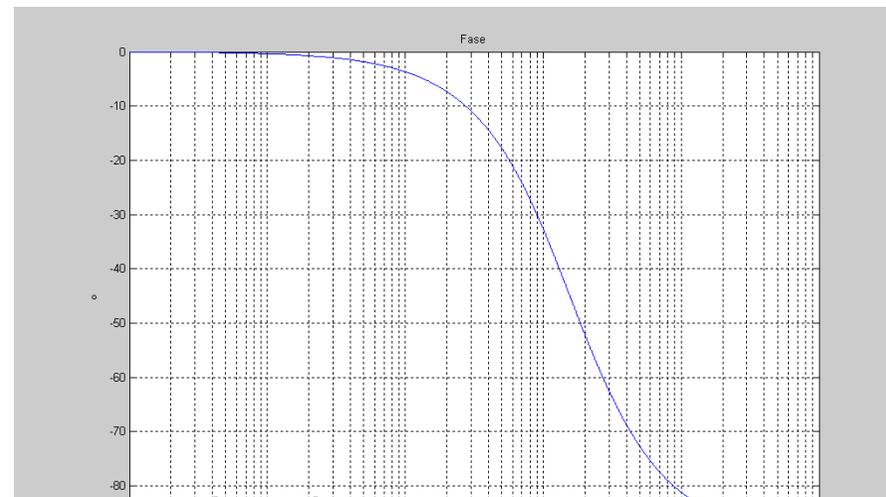
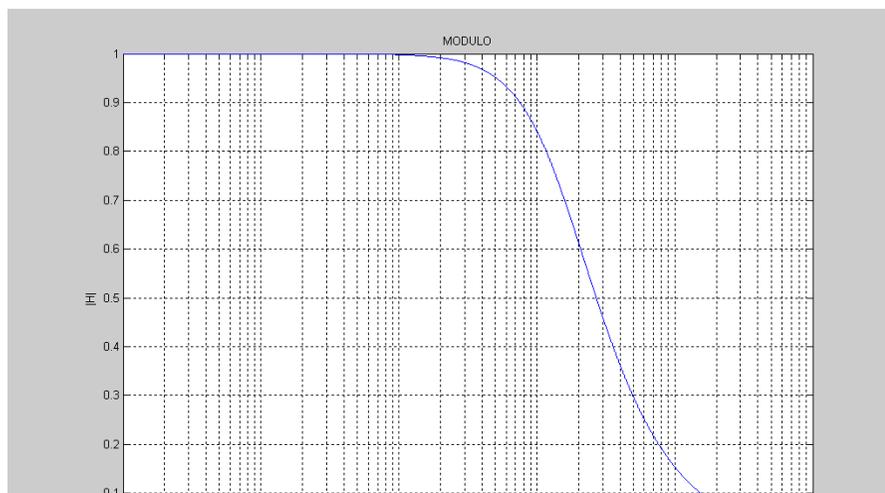
Circuitos RC: Circuitos de 1^{er} orden

Ejemplo 1: Circuito RC.

Resolución directa al régimen senoidal permanente mediante complejos.
Función de transferencia. Representación gráfica.

Módulo

Fase o argumento



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Circuitos RC: Circuitos de 1^{er} orden

Ejemplo 1: Circuito RC.

Resolución a la completa.

La particular es el régimen permanente, resuelta mediante complejos.

La homogénea es la respuesta transitoria:

Solución tipo $u_C(t) = K \cdot e^{\lambda t}$ $\Rightarrow u_C(t) = K \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

La solución completa resulta $\Rightarrow u_C(t) = \frac{V_{in}}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} \cdot \cos(\omega t + \varphi) + K \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

Con la condición inicial $u_C(0) = V_0$ $\Rightarrow K = V_0 - \frac{V_{in}}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} \cdot \cos(\varphi)$

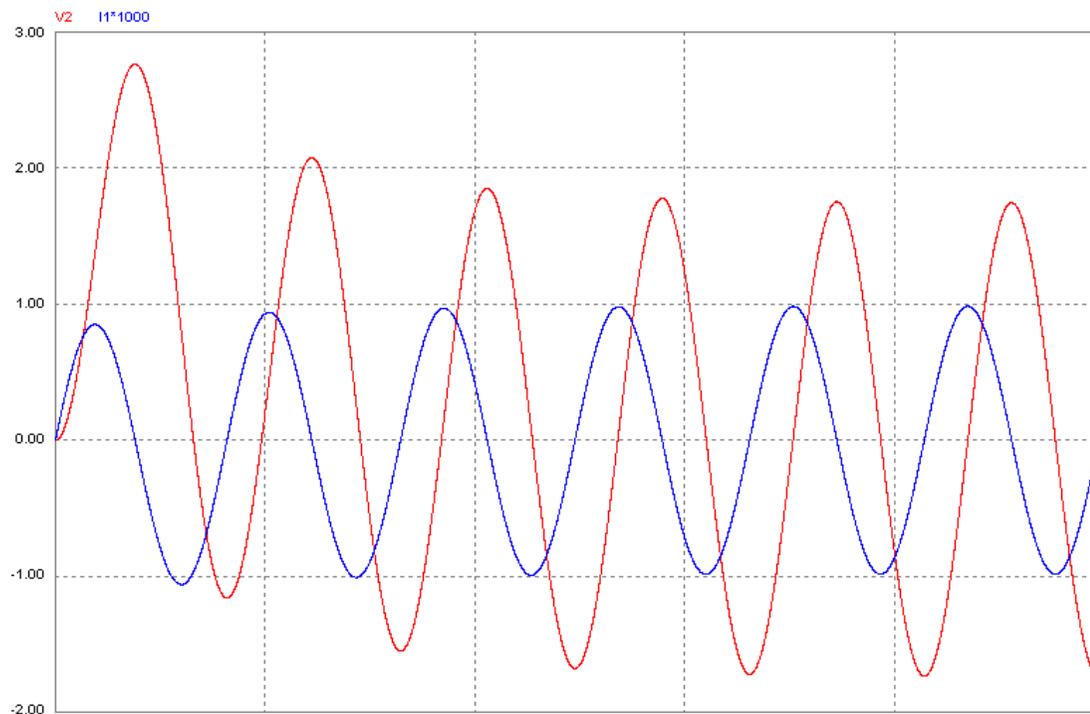
 V.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Circuitos RC: Circuitos de 1^{er} orden

Ejemplo 1: Circuito RC. Tensión (rojo) y corriente (azul) en C. $F=60\text{Hz}$; $R=10\text{K}$; $C=1,5\mu\text{F}$



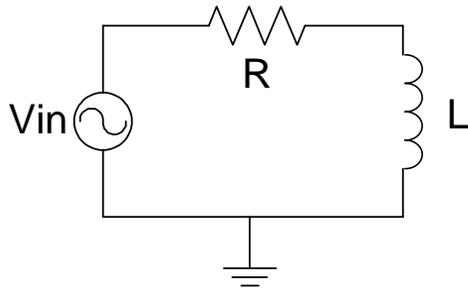
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Circuitos RC: Circuitos de 1^{er} orden

Ejemplo 2: Circuito RL



Homogénea:

$$R \cdot i(t) + L \frac{di}{dt} = 0$$

Completa:

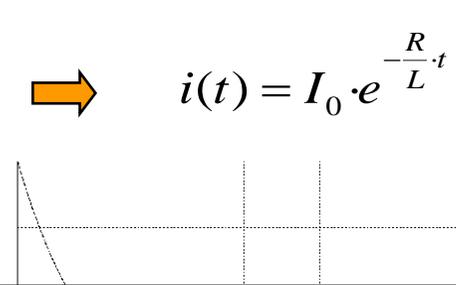
$$v_{in}(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di}{dt}$$

Solución a la homogénea (transitorio):

Condiciones iniciales: $i(0) = -I_0$; $v_{in}(t) = 0$; $u_L(0) = I_0 \cdot R$

Solución tipo: $i(t) = K \cdot e^{\lambda t}$

Tensión en la resistencia: $u_r(t) = L \cdot \frac{di}{dt} = -I_0 R \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Circuitos RC: Circuitos de 1^{er} orden

Ejemplo 2: Circuito RL

Solución completa. Excitación escalón (habitual en electrónica):

$$v_{in}(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di}{dt}$$

Condiciones iniciales y finales: $i(0) = I_0$; $v_{in}(t) = V_{in}$; $i(\infty) = \frac{V_{in}}{R}$

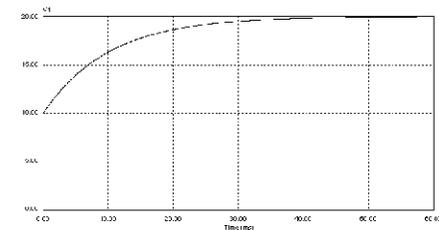
Solución genérica a los sistemas de 1^{er} orden: $f(t) = [f(0) - f_{\infty}(0)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + f_{\infty}(0)$

$$i(t) = \left[I_0 - \frac{V_{in}}{R} \right] \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{V_{in}}{R}$$

Tensión en la bobina:

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt}$$

$$u_L(t) = (V_{in} - R \cdot I_{in}) \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Circuitos RC: Circuitos de 1^{er} orden

Ejemplo 2: Circuito RL

Solución analítica a la completa. Excitación senoidal:

$$v_{in}(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di}{dt} \quad \text{siendo } v_{in}(t) = V_{in} \cdot \cos(\omega t + \varphi_v)$$

Solución tipo: $i(t) = I_{in} \cdot \cos(\omega t + \varphi_i)$ 

$$R \cdot I_{in} \cos(\omega t + \varphi_i) - \omega L \cdot I_{in} \sin(\omega t + \varphi_i) = V_{in} \cdot \cos(\omega t + \varphi_v)$$

Particularizando para: $\omega t = 0; \omega t = \frac{\pi}{2}$ 

$$R \cdot I_{in} \cos(\varphi_i) - \omega L \cdot I_{in} \sin(\varphi_i) = V_{in} \cdot \cos(\varphi_v)$$

 $I_{in} \cdot \varphi_i$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Circuitos RC: Circuitos de 1^{er} orden

Ejemplo 2: Circuito RL

Resolución vectorialmente.

Módulo:

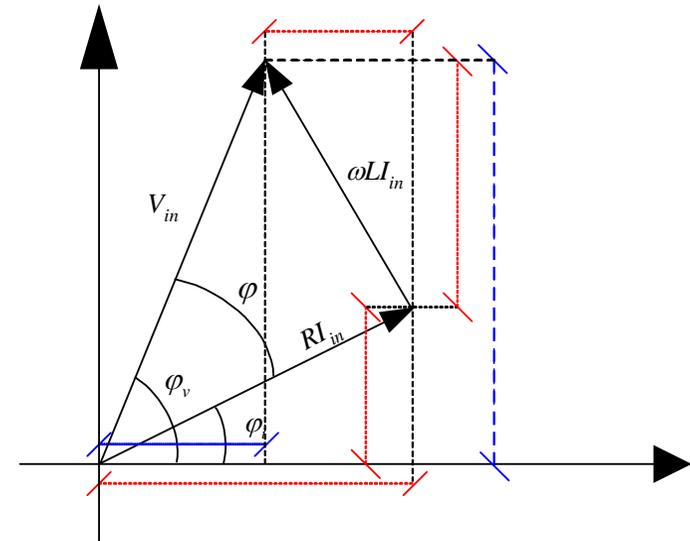
$$V_{in} = \sqrt{R^2 \cdot I_{in}^2 + (\omega L)^2 \cdot I_{in}^2} \quad \Rightarrow \quad I_{in} = \frac{V_{in}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

Argumento:

$$\varphi_i = \varphi_v - \varphi; \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{\omega L}{R}$$

Solución:

$$i(t) = \frac{V_{in}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \cdot \cos(\omega t + \varphi_v - \varphi) \quad \Leftrightarrow \quad u_L(t) = -\frac{V_{in}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \cdot \omega L \cdot \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_v - \varphi)$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

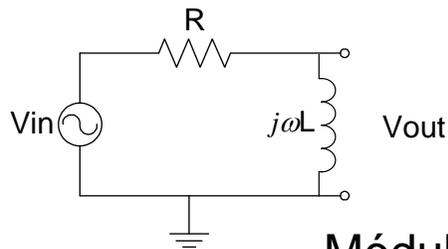
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Circuitos RC: Circuitos de 1^{er} orden

Ejemplo 2: Circuito RL. Función de transferencia.

Resolución directa al régimen senoidal permanente mediante complejos.

Función de transferencia.



$$V_{out} = \frac{j\omega L \cdot V_{in}}{R + j\omega L} \Rightarrow H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L}$$

Módulo

Fase o argumento

$$|H(j\omega)| = \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega L}\right)^2}}$$

$$\angle H(j\omega) = \angle \frac{V_{out}}{V_{in}} = \text{arctg}(\infty) - \text{arctg}\left(\frac{\omega L}{R}\right) = \frac{\pi}{2} - \varphi$$

Siendo $v_{in}(t) = V_{in} \cdot \cos(\omega t) = V_{in} \cdot \text{Re}[e^{j\omega t}]$ y $\varphi = \text{arctg}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$



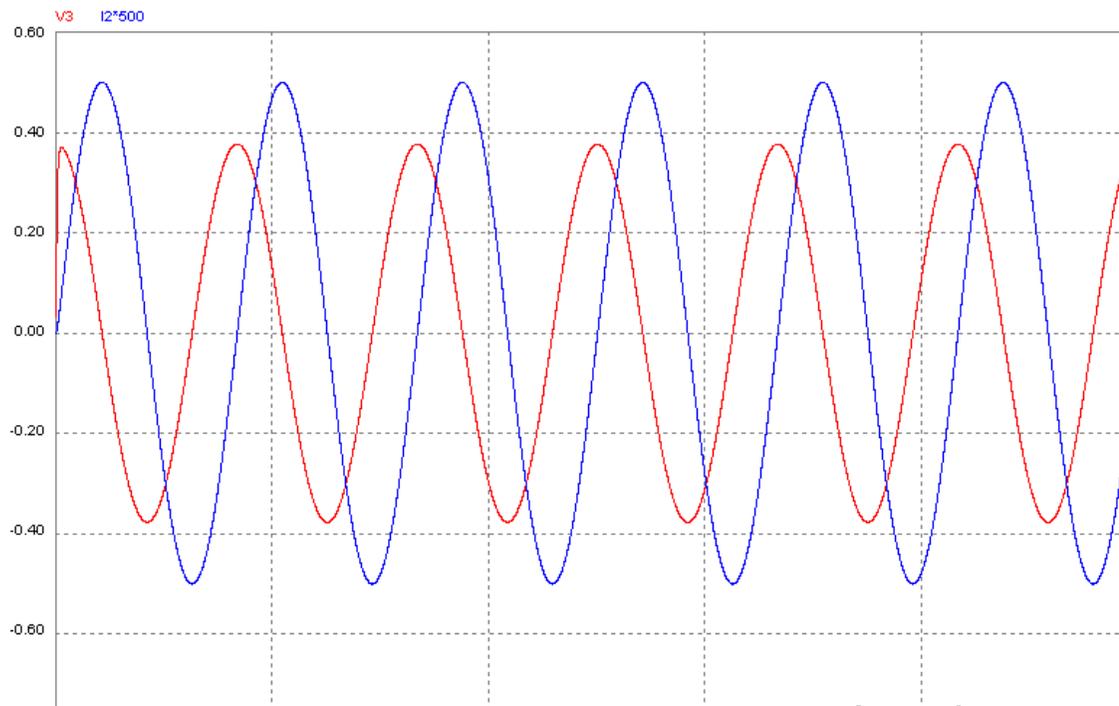
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Circuitos RC: Circuitos de 1^{er} orden

Ejemplo 2: Circuito RL. Tensión (rojo) y corriente (azul) en L. $F = 60 \text{ Hz}$; $R = 10\text{K}$; $L = 1,5\text{mH}$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70