

**POLITÉCNICA**

# **CALIDAD**

**CAPÍTULO 1**

**ESTUDIO Y NORMALIZACIÓN DE LA CALIDAD**

**CAPÍTULO 2**

**MÉTODOS DE CONTROL DE PROCESOS**

**CAPÍTULO 3**

**CONTROL DE ACEPTACIÓN**

Emilio Gómez

Departamento de Mecánica Industrial - EUITI



## CAPÍTULO 1

# ESTUDIO Y NORMALIZACIÓN DE LA CALIDAD

### Concepto de calidad

El Diccionario de la Lengua Española, en su vigésima segunda edición, define el vocablo calidad como: **“propiedad o conjunto de propiedades inherentes a algo, que permiten juzgar su valor”** Ésta es la primera acepción de calidad que, sin duda, resulta correcta pero demasiado amplia y subjetiva, ya que, en principio, no establece un método de cuantificación.

Por ejemplo, para un determinado crítico literario, incluso un lector, la novela X resulta extraordinaria, de *“gran calidad”* literaria. Por el contrario, para otro crítico o lector resulta deplorable, y por tanto de *“muy mala calidad”* literaria. ¿Quién está en posesión de la verdad? La calidad se basa aquí en criterios subjetivos, en gustos personales, y no puede ser objeto de medida.

Supongamos ahora que se dispone de un producto alimenticio envasado, cuya etiqueta debe indicar por imperativo legal, por ejemplo, su peso escurrido; indicando que éste debe ser de  $250 \pm 10$  g. Comprobado el mismo, se obtiene que su valor real es de  $225 \pm 5$  g. Podría afirmarse que este producto es defectuoso, es de *“mala calidad”*, ya que no cumple una de las exigencias establecidas.

Estos ejemplos, entendemos, resultan clarificadores; sin embargo, es preciso distinguir entre **calidad** de un producto y **grado de calidad**. Para ello, hemos de adelantar una definición de calidad más acorde con el ámbito industrial-tecnológico en el que nos desenvolvemos, pudiendo considerarse como *“el grado de satisfacción que el producto produce en el cliente”*. Tomemos como ejemplo un automóvil: podría ser de siete plazas, de dos plazas, de cinco puertas, de dos puertas, con motor de 250 kW, con motor de 75 kW, de ciclo diesel, de ciclo otto, etc. La combinación de algunas de estas y otras características produciría un vehículo capaz de satisfacer plenamente a un determinado grupo de personas, un segmento de mercado que demanda un determinado *grado de calidad*. El número

de puertas, las plazas o la potencia de un automóvil no determinan la calidad del mismo, sí lo determinan: la velocidad, el consumo de combustible o los gastos de mantenimiento, que deben alcanzar los valores preestablecidos.

Por tanto, cuando se afirma que mayor calidad significa precios más altos, se está confundiendo *calidad* con *grado de calidad* o segmento de mercado.

Vemos, por tanto, que la satisfacción viene dada, de una parte, por las características de moda o preferencias del cliente que se sitúa en un determinado segmento de mercado, y de otra parte por la **funcionalidad del producto**, siendo a esto último lo que **se denomina** propiamente **calidad**. El conocimiento de las preferencias del cliente corresponde al departamento de estudio de mercado, la obtención de las exigencias de calidad corresponde en primera instancia a los departamentos de ingeniería de producto, proceso, producción...

## Definiciones de Calidad

La abundante bibliografía existente ofrece múltiples definiciones del concepto calidad. A continuación se reproducen las más significativas y comúnmente aceptadas:

***"Grado en el que un conjunto de características inherentes cumple con los requisitos."*** (UNE-EN-ISO 9000).

Para situaciones contractuales o en el marco del ámbito reglamentario, los requisitos están especificados. En otros ámbitos deben especificarse.

***"Calidad es idoneidad o aptitud para el uso"*** (J.M. Juran).

Se determina a través de aquellas características del producto o servicio que el usuario puede reconocer y evaluar; por ejemplo: el volumen de una botella de agua mineral, la nítida recepción de una emisora de radio o el horario exacto del servicio de autobús.

**"Calidad es la totalidad de las características y aspectos de un producto o servicio en las que se basan su aptitud para satisfacer una necesidad dada"** (European Organization for Quality Control EOQC).

**"Calidad es conformidad"** (P.Crosby).

- Conformidad del diseño con los requisitos del cliente.
- Conformidad del producto fabricado y entregado con los diseños y especificaciones.
- Conformidad del servicio con las prestaciones acordadas con el cliente, etc.

**"Calidad es satisfacción del cliente al mínimo coste"** (P. Drucker).

Según este autor, como ya se ha adelantado, un buen producto no es únicamente el que cumple una determinada especificación, sino el que además es bien recibido por el cliente.

**"Calidad es la pérdida económica que un producto impone a la sociedad desde el momento de su expedición"** (E. Taguchi).

Esta definición se aparta aparentemente de las enunciadas hasta ahora. Mediante un ejemplo dado por el propio autor resulta sencillo comprender su significado: consideremos la fabricación de láminas de plástico para invernaderos. El coste del producto, dependiendo del espesor, seguirá una curva como la C (fig. 1). Pero el cliente, además, se encontrará con otros costes. Si el espesor es pequeño, la lámina se dañará más fácilmente y se verá obligado a repararla, renovarla e incluso llegará a perder la cosecha si se producen condiciones adversas. Todos estos costes, puestos en función del espesor, se podrán representar por una curva como la Q. En definitiva, todos estos costes, los de adquisición más los de utilización, darán lugar a la curva L(e), denominada **función de pérdida de Taguchi**. Obviamente, esta curva presenta un mínimo para un espesor m. Apartándose de él en cualquier sentido, el usuario experimenta una pérdida creciente, luego **el punto m representa la máxima calidad de ese producto, ya que infiere la mínima pérdida**. El espesor m debe ser el nominal de

producción. Cualquier desviación produce una menor calidad. Si el fabricante produjera con un espesor  $p$  para ahorrar, le estaría produciendo una pérdida mucho mayor al cliente. Taguchi comenta que "el fabricante sería peor que un ladrón", ya que el ladrón únicamente produciría una pérdida igual a su ganancia

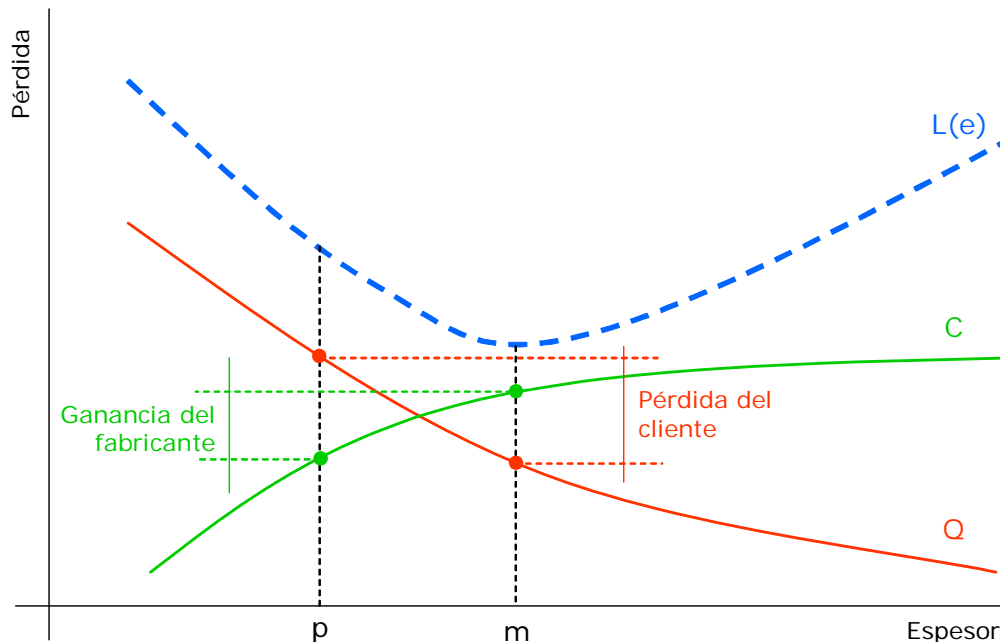


Fig. 1: Función de pérdida de Taguchi

Las definiciones anteriores incorporan ciertas palabras clave que resulta imprescindible definir a su vez. Las normas ISO de la serie 9000 definen los términos básicos relativos a los conceptos de calidad, tal como se aplican a los productos y a los servicios. A continuación se comentan algunos de éstos términos.

**Producto:** es la salida de cualquier proceso. Según Juran, bienes, *software* o servicios.

**Característica:** propiedad poseída por un producto que pretende satisfacer ciertas necesidades de los clientes. Las características del producto pueden ser de naturaleza tecnológica, pero también pueden adoptar otras formas, como la rapidez de entrega, la facilidad de mantenimiento o la cortesía en el trato.

**Cliente:** cualquier persona que recibe el producto o proceso o es afectado por él. Los clientes pueden ser externos o internos. Los clientes externos son afectados por el producto pero no son miembros de la empresa que lo produce; en

este grupo se incluye no sólo a los que compran dicho producto sino, también, a los organismos reguladores gubernamentales y a la sociedad en general que puede verse afectada por su utilización. Los clientes internos son afectados por el producto y también son miembros de la empresa que lo produce, aunque no son compradores ni usuarios finales.

**Deficiencias:** fallo del producto que tiene como consecuencia la insatisfacción. Las deficiencias del producto pueden adoptar múltiples formas: cortes de corriente, retraso en la entrega, no conformidad con las especificaciones, etc.

Una vez definida la calidad y algunos términos asociados, estamos en condiciones de introducir el concepto **función calidad**, que se define como **el conjunto completo de actividades a través de las cuales es posible alcanzar la aptitud para el uso de un determinado producto, independientemente del momento y lugar en que se realicen**. Muchas de estas actividades se realizan en la propia empresa, otras, sin embargo, tienen lugar en las empresas de proveedores, compañías comerciales, etc. En general, la función calidad es la resultante de las siguientes:

- \* Calidad de diseño.
- \* Calidad de concordancia o de fabricación.
- \* Calidad en el tiempo.
- \* Calidad del servicio post-venta.

J.M. Juran, en su obra *Manual de Control de Calidad* expone la idea de la espiral de progreso en la calidad como una sucesiva realimentación entre cada una de las actividades, para la mejora de los niveles sucesivos de calidad.

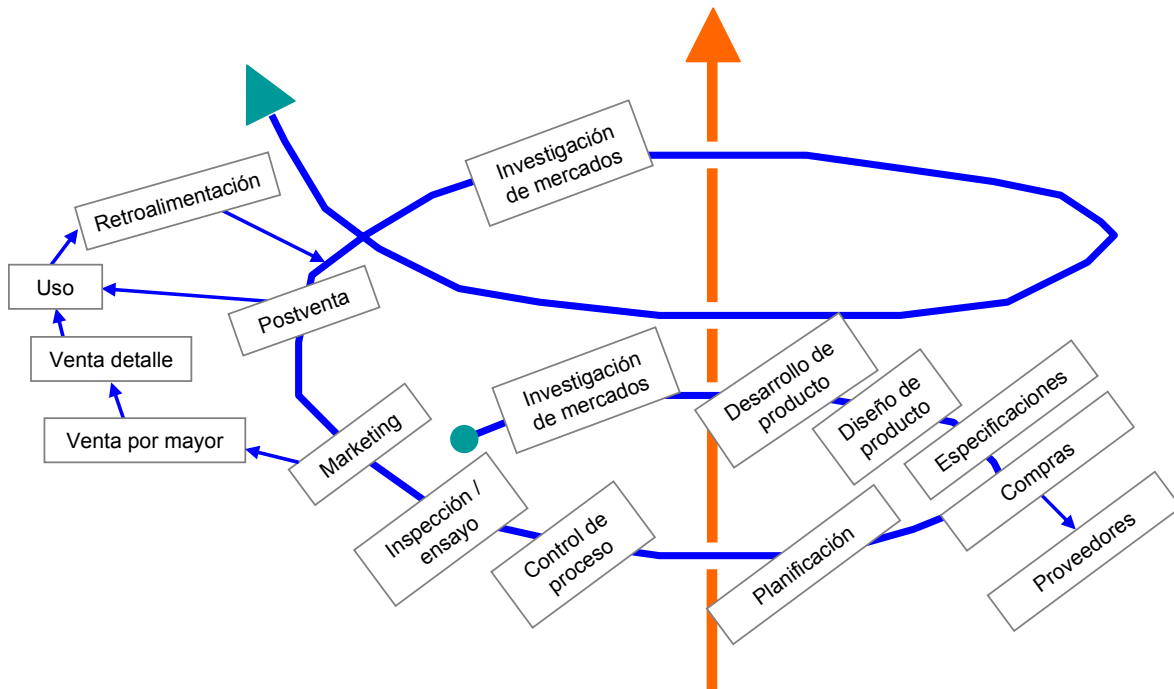


Fig. 2: Espiral de la calidad de Juran

Una expresión más conocida para la función calidad es **gestión para la calidad**, que puede ser entendida como el *aspecto de la función general de la gestión que determina y aplica la política de la calidad*. Juran, siguiendo un símil financiero, propugna el uso de tres procesos de gestión: planificación, control y mejora, que en buena lógica se denominan:

- \* Planificación de la calidad.
- \* Control de la calidad.
- \* Mejora de la calidad.

Estos tres procesos se denominan **Trilogía de Juran**. Los pasos a seguir para su consecución se indican a continuación:

**Planificación de la calidad:** es la actividad mediante la cual se desarrollan los productos y procesos requeridos para satisfacer las necesidades de los clientes. Obsérvese que esta definición hace referencia a múltiples productos —no sólo los bienes y servicios que se venden, sino también muchos productos internos como los pedidos de compras—; también afecta a numerosos procesos, muchos de los cuales son procesos empresariales internos —por ejemplo, elaboración de facturas—. La planificación de la calidad implica una serie de pasos universales:

- 1.- Determinar quiénes son los clientes.
- 2.- Determinar las necesidades de los clientes.
- 3.- Desarrollar las características del producto que responden a las necesidades de los clientes.
- 4.- Desarrollar los procesos que sean capaces de producir aquellas características del producto.
- 5.- Transferir los planes resultantes a las “*fuerzas operativas*”.

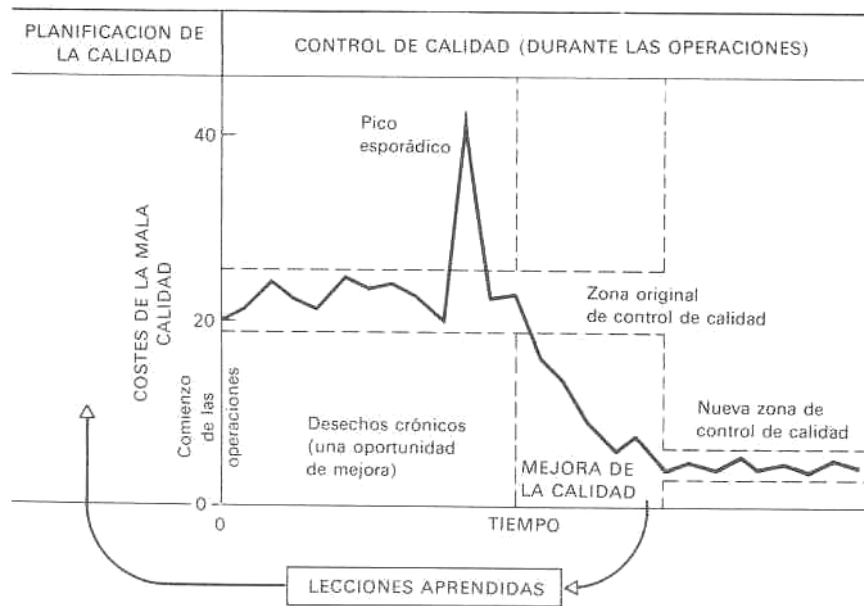
**Control de la calidad:** conjunto de actividades cuyo objetivo es mantener un proceso dentro de los límites predeterminados, de forma que siga cumpliendo los objetivos operativos. Como es sabido, diferentes acontecimientos pueden intervenir y dañar la capacidad del proceso. El fin principal del control es minimizar este daño, bien por medio de la acción rápida para restablecer el *status quo* o, mejor aún, evitando que tenga lugar el daño. Obsérvese que, según esto, no debe confundirse el control de calidad con la simple inspección del producto. El control de calidad consta de los siguientes pasos:

- 1.- Evaluar el comportamiento real de la calidad.
- 2.- Comparar el comportamiento real con los objetivos de calidad.
- 3.- Actuar sobre las diferencias.

**Mejora de la calidad:** creación organizada de un cambio ventajoso, conjunto de métodos a utilizar para elevar la calidad a niveles sin precedentes. Consta de los siguientes pasos universales:

- 1.- Establecer la infraestructura necesaria para conseguir una mejora de la calidad continua.
- 2.- Identificar las necesidades concretas para mejorar.
- 3.- Establecer un equipo de personas encargadas de cada proyecto, con responsabilidades definidas.
- 4.- Proporcionar los recursos, la motivación y la formación necesaria para que los equipos diagnostiquen las causas, fomenten el establecimiento de un remedio y establezcan los controles para mantener los beneficios.





**Fig. 3:** Diagrama de la trilogía de Juran

La fig. 3 muestra los tres procesos de la Trilogía de Juran y su interrelación. Este diagrama representa el tiempo en abscisas y el coste de la mala calidad (deficiencias) en ordenadas. La actividad inicial es la planificación de la calidad: necesidades de los clientes y diseño de productos y procesos. A continuación, el departamento de producción (lo que Juran genéricamente denomina *fuerzas operativas*) lleva a cabo los procesos y obtiene los productos, determinándose las deficiencias de calidad. En este punto se rediseñan productos y/o procesos, obteniendo una nueva zona en la que se sitúan las deficiencias del producto, generando así una mejora continua que debe tender a la obtención de cero defectos.

Otro concepto que se precisa incluir es el de **sistema de calidad**, entendido como el *conjunto de la estructura de organización, de responsabilidades, de procedimientos, de procesos y de recursos que se establecen para llevar a cabo la gestión de la calidad*.

Por último se definirá como **plan de calidad** al *documento que recoge las formas de operar, los recursos y la secuencia de actividades ligadas a la calidad que se refieren a un determinado producto*.

## Evolución histórica de la calidad

A pesar de que en la literatura histórico-técnica no aparece el término calidad en el sentido que hemos definido, no cabe duda que siempre ha existido una preocupación de artesanos, maestros, ingenieros y técnicos en general en obtener y fabricar elementos aptos para su uso, con las mejores prestaciones y mayor fiabilidad.

Evidentemente, la gestión de la calidad es una disciplina relativamente reciente, ya que sus orígenes datan de principios del siglo XX. En este período de tiempo el concepto calidad, o mejor, su enfoque, implantación y aplicación industrial ha sufrido una notable evolución. Desde la primitiva idea de calidad como una comprobación última de los productos obtenidos (inspección de producto) se ha evolucionado hacia una filosofía integradora de los diferentes recursos productivos de la empresa. SEBASTIÁN, BARGEÑO & NOVO, en su obra *Gestión y Control de la Calidad* establecen tres etapas:

<b>1.- ÉPOCA ARTESANAL</b>	siglos X - XVIII
<b>2.- ÉPOCA INDUSTRIAL</b>	
2.1.- CALIDAD DEL PRODUCTO	1775
2.2.- CALIDAD DEL PROCESO	1924
2.3.- CALIDAD EN DISEÑO	1945
<b>3.- SEGUNDA MITAD DEL SIGLO XX – ACTUALIDAD</b>	
3.1.- CALIDAD TOTAL	1956
3.2.- CÍRCULOS DE CALIDAD	1960
3.3.- CERO DEFECTOS	1961

### La Calidad en la época artesanal

Sin duda, la calidad existe desde que la humanidad elaboró sus primeros útiles con objeto de satisfacer sus necesidades más básicas. Sin embargo, cuando

no se produce una relación de intercambio, el concepto calidad tiene unas connotaciones diferentes a cuando una persona elabora algo para satisfacer las necesidades de otra. RODRÍGUEZ SANZ en su obra *Control Estadístico de Calidad*, afirma:

*"Aún cuando Adán no se paró a pensarlo mucho al aceptar la manzana que le ofrecía Eva, lo que probablemente sí hizo fue comprobar, antes de comérsela, que no estaba podrida. En este sentido controló la calidad de la manzana".*

En términos menos anecdóticos, si se ha de buscar un principio, éste se puede localizar en la época en que aparecen los primeros gremios de artesanos de la Edad Media, que constituyen el embrión de la actual industria. Éstos mantienen un contacto directo con el cliente, conocen sus requerimientos y necesidades y elaboran el producto "a medida", no existe cadena de montaje. El artesano conoce, en el momento que entrega el producto, el grado de satisfacción que éste produce en el cliente, es decir, su calidad.

### La Calidad en la época industrial

Con la Revolución Industrial desaparecen los pequeños talleres artesanales dando lugar a centros de producción en cadena con gran número de operarios y con un planteamiento productivo radicalmente diferente (Taylor). Se distribuye el trabajo, se asignan responsabilidades, se elaboran protocolos y procedimientos... Con esta distribución de tareas aparece la figura del operario encargado de inspeccionar los productos y su adecuación a las especificaciones. Este operario es el **inspector de control de calidad**, y con él aparece la tarea de **controlar la calidad**. En este proceso evolutivo destacan tres períodos:

Calidad del producto (1775): la producción en serie, con la participación de gran número de personas en las distintas fases: diseño, fabricación, montaje,... permite alcanzar un alto índice de productividad pero produce elementos no válidos para el consumo. Es necesario identificar estos productos defectuosos y separarlos de los que superan los exámenes e inspecciones establecidos. El inspector de control de calidad únicamente realiza comprobaciones sobre el producto elaborado.

Calidad del proceso (1924): el 16 de mayo de 1924 Walter A. Shewhart, de los laboratorios Bell Telephone, aplicó por vez primera un gráfico estadístico de control de calidad a un producto manufacturado. Posteriormente, Shewhart escribió un libro titulado *Economic Control of Quality of Manufactured Product*, publicado en 1931, que pone de manifiesto su objetivo fundamental: el económico. Para ello es preciso conocer el proceso productivo a través de los propios productos, lo cual conduce al desarrollo de las técnicas de inspección por muestreo. Como consecuencia de todo ello, en 1946, se crea formalmente la American Society for Quality Control (ASQC), sociedad que tiene como objetivo, entre otros, profundizar científicamente en los conceptos relativos al control de calidad.

Calidad en diseño (1945): No basta con controlar el producto final, no basta con programar eficientes y eficaces sistemas productivos; se hace imprescindible que el diseño del producto y del proceso, cuando salen de la oficina técnica, sean "de calidad". La información necesaria para este planteamiento desborda los límites físicos de la empresa. El departamento de estudios de mercado ha de determinar las necesidades del usuario y transmitir las correctamente al departamento de diseño. Por otra parte, el departamento de posventa no sólo repara, ahora debe informar a los departamentos de diseño y producción de los fallos detectados en los equipos en servicio. Los diferentes departamentos de la empresa dejan de trabajar de forma aislada y deben realizar su aportación a los objetivos comunes de calidad. Aparece lo que actualmente se denomina **aseguramiento de la calidad**.

### La Calidad en la segunda mitad del siglo XX – actualidad

En las décadas de los años 1950-60 se producen tres hechos que marcan de algún modo la evolución de la calidad hasta nuestros días. En el año 1956 Armand V. Feigenbaum marca las pautas a seguir en lo que se conoce como "**calidad total**". En el año 1960 se implantan los primeros "**círculos de calidad**" por influencia de la revista *Gemba-To-QC*. En el año 1961, Philip B. Crosby, responsable de calidad de la compañía fabricante de los misiles *Pershing*, pone en marcha el primer proyecto "**cero defectos**".

Calidad total: A pesar de que fue Feigenbaum, responsable de calidad de General Electric, quien propone por vez primera esta filosofía, son las compañías japonesas Hitachi y Toshiba quienes lo desarrollan hasta sus últimas consecuencias en sus procesos productivos. La implantación de este sistema se logra con la participación de todos los miembros de la compañía e incluye todas las funciones: estudio de mercado, I+D, compras, fabricación, embalaje, transporte, venta, posventa, etc. y, además, involucra a todas las organizaciones relacionadas con la empresa, muy especialmente a sus proveedores.

Círculos de calidad: tienen su origen en la lectura en grupo de la revista *Gemba-To-QC*, patrocinada por JUSE (Unión Japonesa de Científicos e Ingenieros). Esta publicación, cuya traducción aproximada al castellano es *Control de Calidad para Supervisores*, se extendió rápidamente a todos los estratos de la estructura productiva de las fábricas japonesas, sin embargo, su interpretación resultaba a veces difícil, por lo que se decidió su lectura en grupo. En estas reuniones (círculos) se estudiaba la forma de aplicar en el propio proceso los métodos propuestos en la revista, además de analizar los problemas de trabajo y sugerir soluciones. Después de los japoneses, se crean círculos de calidad en empresas de Corea y Taiwan (1961), USA (1965) y Europa (1966).

Cero defectos: planteamiento que tiene su origen en la motivación y estímulo de los trabajadores, junto con la implementación de sistemas "a prueba de fallos" (*poka-yoke*). El primer dato conocido de un proyecto con planteamiento "cero defectos" es el ya referido, realizado bajo la dirección de Crosby. SHIGEO SHINGO, en su obra *"Tecnologías para el cero defectos: Inspecciones en la fuente y el sistema poka-yoke"*, refiere la producción, en 1977, de 30.000 lavadoras en un mes, por la fábrica Shizuoca Matsushita Electric, con resultado de cero defectos.

## Aspectos económicos de la calidad

En una primera aproximación es posible, y probablemente conveniente, relacionar exclusivamente los **costes de la calidad** y los **costes de fabricación**. Expresiones como: "fabricar con calidad cuesta dinero, pero más dinero cuesta hacerlo sin calidad" ponen de manifiesto cómo se le atribuye toda la responsabilidad en los costes de la calidad a la fase de fabricación, obviando otras como estudio de mercado o posventa, por ejemplo. Es más, conceptualmente, una empresa de servicios no fabrica nada y, obviamente, tiene unos costes de calidad. El hecho cierto es que los costes de la calidad en fabricación son más tangibles y relativamente sencillos de calcular; en este ámbito es comúnmente aceptado que el coste de la calidad se determine como la suma de tres factores:

**COSTE DE LA CALIDAD = COSTE DE PREVENCIÓN + COSTE DE DETECCIÓN + COSTE DE FALLOS**

Siendo:

Coste de **prevención** el atribuible a:

- \* Pruebas de calificación de suministradores.
- \* Control de diseño de productos.
- \* Control de diseño de equipos de prueba.
- \* Calificación de productos antes de su entrega.
- \* Formación de personal.
- \* Desarrollo de procedimientos y especificaciones, etc.

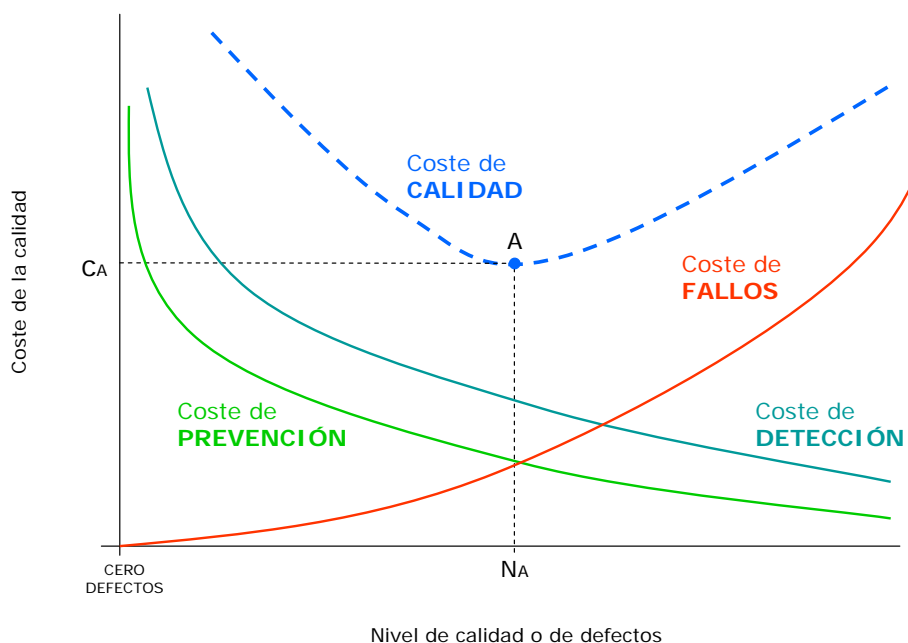
Coste de **detección** el atribuible a:

- \* Inspecciones de recepción de materiales.
- \* Inspecciones de fabricación de unidades.
- \* Inspección de ensamblaje de subconjuntos.
- \* Inspecciones finales.
- \* Inspecciones de máquinas.
- \* Calibración de equipos de medida, etc.

Coste de **fallos** el atribuible a:

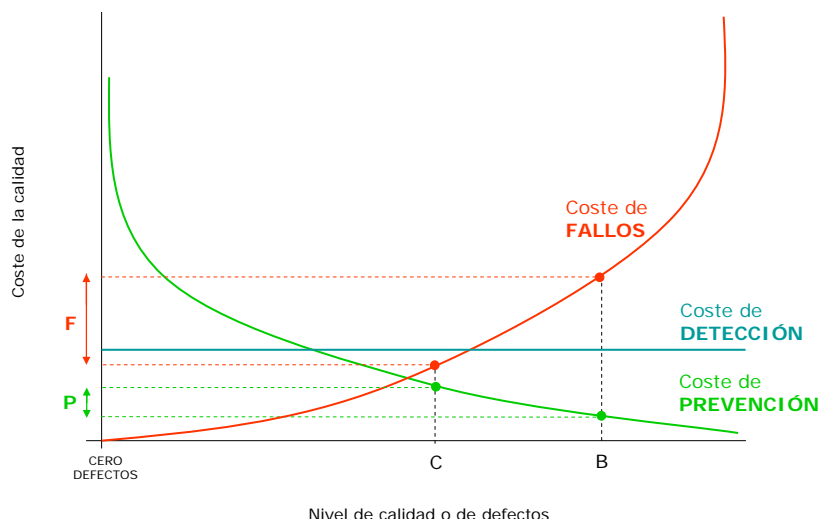
- \* Desperdicios
- \* Garantías.
- \* Devoluciones de clientes.
- \* Reprocesos, etc.

De forma orientativa, para un centro de producción convencional, los costes de prevención, detección y fallos, tienen una distribución como la indicada en la figura 4. En el origen de los ejes de coordenadas se sitúa el punto ideal "cero defectos"; sin embargo a éste corresponden unos costes de prevención y detección que tienden a infinito. A medida que nos alejamos del origen por el eje de las abscisas, la calidad de fabricación disminuye y lógicamente el coste atribuible a fallos aumenta; por el contrario, los costes de prevención y detección se reducen. Se observa un mínimo para la función coste de la calidad, identificado por el punto A, al cual corresponde un coste  $C_A$  y un nivel de calidad  $N_A$ . Como dato orientativo, los costes de la calidad para una empresa industrial se estiman entre un 2,5 % y un 10 % de sus ventas.



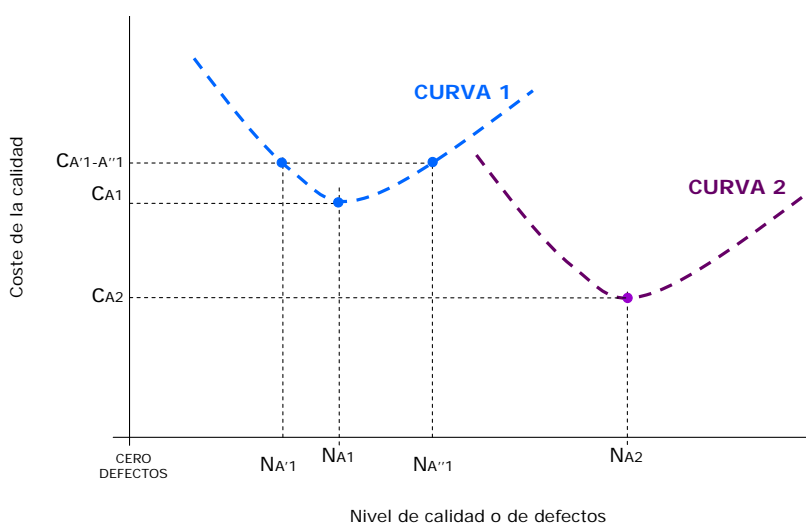
**Fig. 4:** Costes de la calidad (1)

La figura 5 pone de manifiesto, gráficamente, la extraordinaria influencia del coste de prevención sobre el coste de fallos: considerando constantes los costes de detección, se observa cómo cuando los costes de prevención son cero, los debidos a fallos tienden a infinito y, también, cómo invirtiendo una pequeña cantidad ( $P$ ) en prevención se consigue un ahorro muy superior ( $F$ ) en fallos. Es decir, el paso de B a C significa una reducción en los costes de valor  $F - P$ .



**Fig. 5:** Costes de la calidad (2)

Como es sencillo de intuir, el nivel óptimo de calidad para una determinada entidad (producto final, subsistema, servicio...) es variable en función de múltiples aspectos: avances tecnológicos, nivel de competencia, etc.



**Fig. 6:** Costes de la calidad (3)

La figura 6 muestra dos curvas del coste de la calidad para una misma empresa: la CURVA 1, para una situación de mayor exigencia, la CURVA 2 para una situación más permisiva. En la primera, además del punto óptimo A1, se representan otros dos (A'1 y A''1), situados a ambos lados del primero, para los cuales los costes de la calidad son iguales y obviamente mayores que  $C_{A1}$ . Con ello se pretende poner de manifiesto gráficamente las situaciones que se producen



cuando los costes de inspección y detección no compensan la mejora final alcanzada (punto  $N_{A'1}$ ), y cuando la inversión en inspección y detección es insuficiente (punto  $N_{A''1}$ ). Lógicamente, para un mismo coste (punto  $C_{A'1} - A''1$ ) la mejor situación es la que produce un menor número de defectos:  $N_{A'1}$ .

Resulta conveniente aclarar que un análisis a primera vista de las curvas de costes totales de la calidad —representadas en las figuras anteriores—, en las que se observa un mínimo y a partir de éste un crecimiento asintótico con el eje de costes en ambos sentidos, parecen indicar que la calidad en un grado elevado resulta inviable bajo consideraciones económicas. Sin embargo, esta interpretación **no es correcta: las curvas hacen referencia, fundamentalmente, a la calidad de concordancia**. Para otro diseño del mismo producto, otro proceso con distintos medios, otro personal con diferente formación... se obtendrían nuevas curvas. FERNÁNDEZ FREIRE en su artículo "*Influencia de la Calidad en la Productividad*" ilustra esta idea con un ejemplo:

*“los primeros motores Diesel empleaban el sistema cilindro-émbolo para realizar la compresión del combustible hasta la presión requerida para alcanzar una eficaz combustión. Estos motores presentaban un problema: el necesario ajuste entre cilindro y émbolo, para conseguir las presiones requeridas, provocaba un rápido desgaste que exigía un frecuente cambio de los mismos. Si este problema se tratara de resolver por calidad de fabricación, se buscarían materiales de gran resistencia al desgaste, se comprarían máquinas de alta precisión de mecanizado, etc. A pesar ello, sólo se conseguiría disminuir la frecuencia de cambio de dichas piezas. Así se entraría en un bucle más duración → mayor coste, de tal forma que para conseguir la duración normal del sistema Bosch el coste se dispararía asintóticamente según indican las curvas. La idea de Bosch permitió lograr la eficacia deseada ya que se centró en modificar el diseño, sin preocuparse de las fugas”.*

En este caso, los costes de la calidad tienen que ver, fundamentalmente, con las inversiones en formación e I + D.

## Normativa de la calidad

La implantación de las técnicas y procedimientos de calidad resulta tan generalizada que se ha hecho imprescindible su regulación. En este sentido, diferentes organismos nacionales e internacionales de normalización han elaborado normas y guías con el propósito de unificar criterios en todo lo relativo a la organización y gestión de la calidad. A nivel internacional, el organismo que asume la coordinación y unificación de las normas industriales es la ISO (Organización Internacional de Normalización).

Las conocidas normas de la serie ISO 9000 (cuya versión más actual es del año 2008) contemplan los requisitos y directrices para su implantación y mantenimiento:

<b><u>Normas básicas de la familia ISO 9000</u></b>	<b>Propósito</b>
<b>ISO 9000</b> – <i>Sistemas de gestión de la calidad. Fundamentos y vocabulario</i>	Establece un punto de partida para comprender las normas y define los términos fundamentales utilizados en la familia de normas ISO 9000, que se necesitan para evitar malentendidos en su utilización.
<b>ISO 9001</b> – <i>Sistemas de gestión de la calidad. Requisitos</i>	Esta es la norma de requisitos que se emplea para cumplir eficazmente los requisitos del cliente y los reglamentarios aplicables, para así conseguir la satisfacción del cliente.
<b>ISO 9004</b> – <i>Sistemas de gestión de la calidad. Directrices para la mejora del desempeño</i>	Esta norma proporciona ayuda para la mejora del sistema de gestión de la calidad para beneficiar a todas las partes interesadas a través del mantenimiento de la satisfacción del cliente. La Norma ISO 9004 abarca tanto la eficiencia del sistema de gestión de la calidad como su eficacia.
<b>ISO 19011</b> – <i>Directrices para la auditoría ambiental y de la calidad</i>	Proporciona directrices para verificar la capacidad del sistema para conseguir objetivos de la calidad definidos. Esta norma se puede utilizar internamente o para auditar a los proveedores.

Concretamente la norma ISO 9001 se estructura en 8 secciones. Las tres primeras (1, 2 y 3) no contienen requisitos. Las secciones 4, 5, 6, 7 y 8 contienen los **requisitos** para el desarrollo del sistema de gestión de calidad (QMS). Seguidamente se relacionan:

Sección 1 - Ámbito

Sección 2 - Referencias normativas

Sección 3 - Términos y Definiciones

Sección 4 - Requisitos del Sistema

Sección 5 - Responsabilidades de la Dirección

Sección 6 - Gestión de Recursos

Sección 7 - Realización del Producto

Sección 8 - Medición, Análisis y Mejora

Diferentes secciones hacen referencia a aspectos relacionados con el control de los procesos, medición, calibración y demás acciones de comprobación objetivas. Por ejemplo, la Sección 7: Realización del producto, consta de seis apartados:

7.1 Planificación de la elaboración del producto

7.2 Procesos relacionados con el cliente

7.3 Diseño y desarrollo

7.4 Compras

7.5 Producción y prestación del servicio

7.6 Control dispositivos de seguimiento y de medición

Donde se establecen, entre otras exigencias, que se deben implementar las cautelas y requisitos necesarios para que la organización realice el producto de acuerdo a los niveles de calidad exigidos, y para ello se deberán realizar acciones de verificación, validación, monitorización, inspección... y actividades de prueba específicas del producto, tomando como referencia los criterios de aceptación del cliente. Para lo cual se emplean habitualmente **técnicas estadísticas de control de calidad**.

De manera análoga, la Sección 8: Medida, análisis y mejora, establece diferentes exigencias donde las **técnicas estadísticas de calidad** constituyen una herramienta imprescindible.

## CAPÍTULO 2

# MÉTODOS DE CONTROL DE PROCESOS

### Introducción

La mayor parte de los procesos de fabricación suponen el empleo combinado de mano de obra, máquinas, materiales, medio ambiente y mantenimiento. La función de cada uno de estos grupos en el proceso puede ser simple o extremadamente compleja, influyendo en diferente medida —según el caso— y produciendo productos ligeramente diferentes entre sí. Esto se debe a la existencia de una variabilidad inherente o natural, de tipo aleatorio, atribuible a **causas no asignables**, producida por los grupos citados que intervienen en el proceso. Además, existen otras causas, no aleatorias, denominadas **asignables**, que son susceptibles de evaluar.

Las causas no asignables y las asignables —cuando existen— actúan simultáneamente, siendo *a priori* muy difícil su identificación. La metodología del control de procesos se basa, precisamente, en la identificación y separación de ambos tipos de causas. Con la aplicación de los métodos estadísticos al control de procesos es posible identificar las causas asignables, procediendo a su corrección mediante la aplicación de las medidas oportunas. Cuando se han eliminado las causas asignables en un proceso y sólo actúan las aleatorias, se dice que está **"bajo control"**.

Resumiendo, cuando un proceso está "bajo control", la variabilidad es constante ya que se debe únicamente a causas no asignables, o sea, la proporción de elementos defectuosos es constante. Cuando el proceso está fuera de control, la variabilidad no es constante y puede generarse cualquier tipo no previsible de elementos defectuosos.

Para facilitar la interpretación de la variabilidad de los procesos se han desarrollado diferentes gráficos de control que reflejan las fluctuaciones de la

producción, comparándolas con unos límites previamente establecidos, denominados **límites de control**.

La utilización generalizada de los gráficos estadísticos de control se produce, por vez primera, durante la segunda guerra mundial a instancias del ejército norteamericano; aunque datan de 1924 cuando Walter A. Shewhart propone su empleo para analizar los datos procedentes de la inspección. Ya en la década de los años 40 se publican las primeras tablas de muestreo para inspección y, posteriormente, en el año 1950 W. Edwards Deming traslada estas técnicas a la industria japonesa, donde se desarrollan e implantan de forma generalizada.

Un gráfico de control puede definirse como la comparación gráfica y cronológica de alguna característica de la calidad, de una sola variable, de un producto con unos límites que reflejan la capacidad para fabricar dicho producto, determinados a partir de datos obtenidos en experiencias previas.

En función de las características de la calidad a controlar, existen dos tipos de gráficos de control: por **variables** y por **atributos**.

## Gráficos de control por variables

La utilización de gráficos de control por variables es de aplicación cuando se controla una característica de calidad medible sobre una escala continua (diámetro de una pieza mecanizada, profundidad de un taladro, rugosidad de una superficie, etc.).

Como se ha dicho, todo proceso de fabricación genera productos con características o dimensiones diferentes, aunque a veces sean prácticamente imperceptibles. Se llaman **límites naturales del proceso** a aquellos entre los cuales se mueve el mismo sin que sea posible mejorarlo, esto es, determinan el intervalo natural dentro del cual se encuentra la mayor parte de los datos medidos. En la práctica, se admite que las variables a controlar siguen una distribución Normal, de media  $\mu$  y desviación típica  $\sigma$ , quedando definidos los límites naturales por el intervalo  $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$ , que contiene aproximadamente el 99,73 % de la

producción, cuando el proceso se halla bajo control. Algunos autores establecen unos **límites de atención**, también llamados de aviso o de alarma, que contienen, aproximadamente, el 95 % de los valores medidos. En la práctica, los límites de atención se sitúan a 1/3 de los límites de control, esto es, en el intervalo  $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$ . Finalmente, se denominan **límites de tolerancia**, de especificación o de diseño, al intervalo de oscilación de la característica a controlar para que el producto sea considerado aceptable, desde el punto de vista de la norma establecida. Estos límites vendrán fijados por una norma legal, por el cliente, por exigencias técnicas, etc.

Los límites de tolerancia pueden ser dobles —y generalmente simétricos—, en cuyo caso se dice que existe una especificación bilateral; también pueden ser únicos, existiendo entonces especificaciones unilaterales superiores o inferiores. La figura 7 muestra una posible representación de los límites naturales, de atención y de tolerancia. La situación de éstos últimos respecto de los anteriores determina, como veremos más adelante, la idoneidad del proceso.

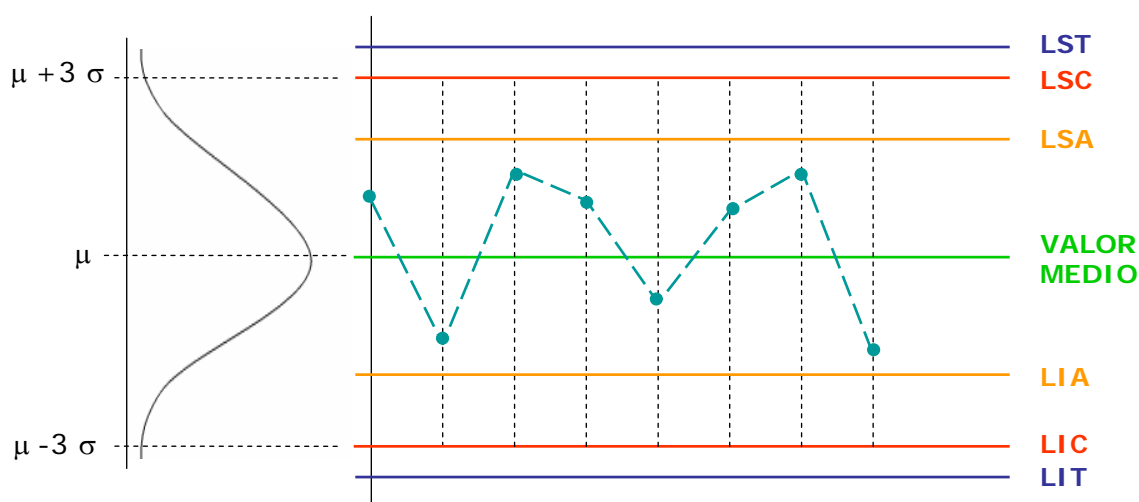
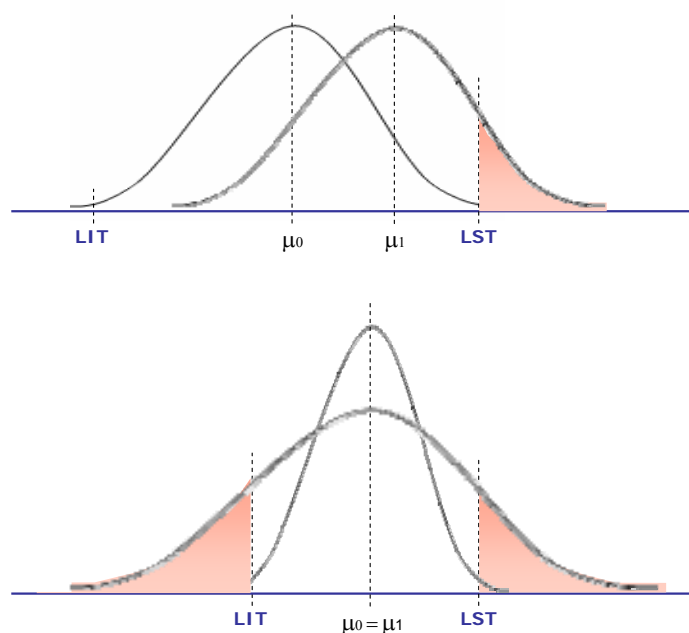


Fig. 7: Límites del proceso

Existen diferentes tipos de gráficos de control por variables: gráficos de medias y recorridos ( $\bar{X}, R$ ), gráficos de medias y desviaciones típicas ( $\bar{X}, S$ ), gráficos de medianas y recorridos (MD, R), gráficos de valores individuales, etc., sin embargo, todos ellos pretenden controlar dos características: el **promedio** y la **dispersión**, ya que cualquiera de las dos pueden poner de manifiesto la producción de piezas fuera de tolerancias (fig. 8).

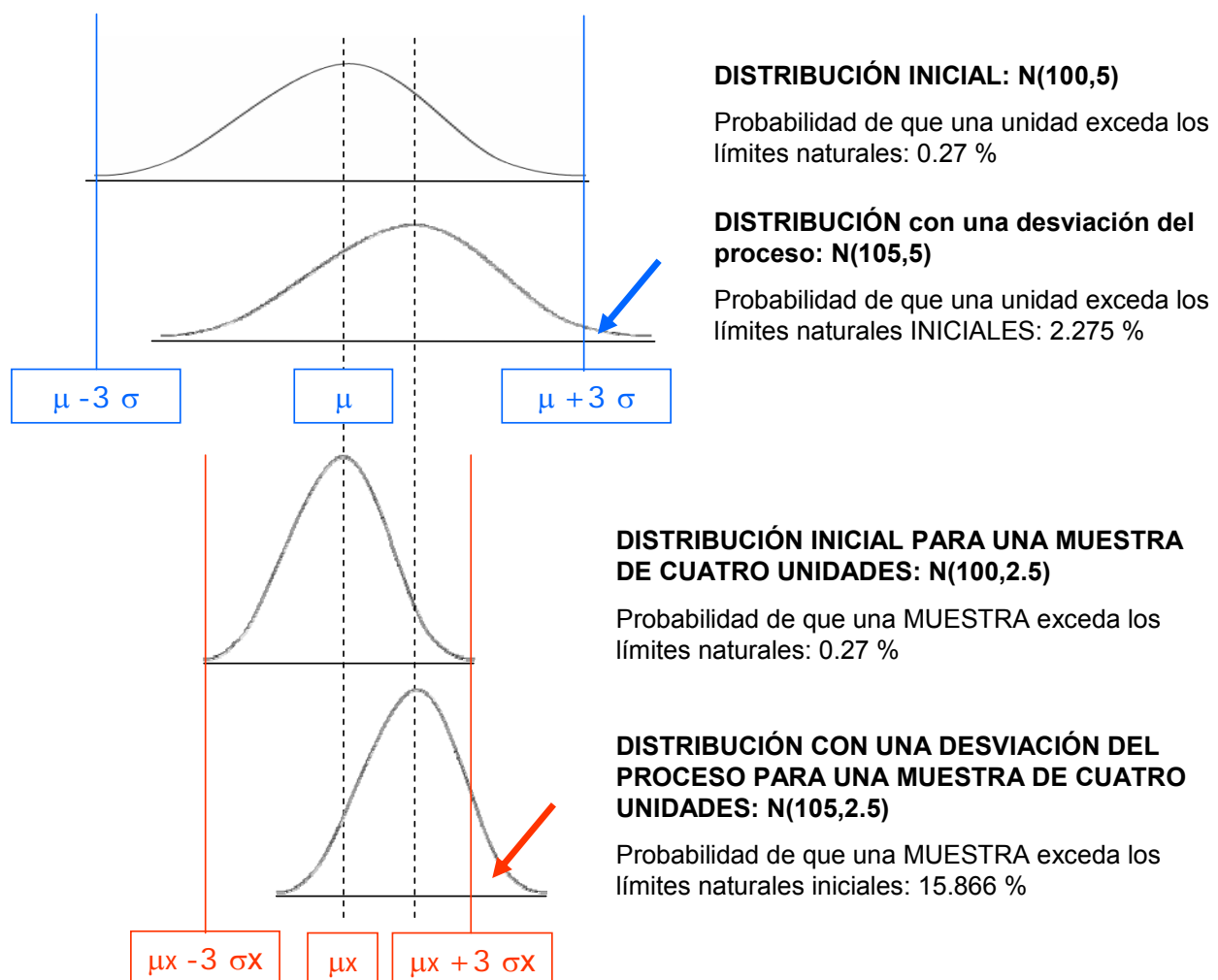


**Fig. 8:** Variación de la media y la dispersión

Supongamos que un torno automático está fabricando ejes cuyo diámetro es una **variable aleatoria** que sigue, aproximadamente, una distribución Normal, de media  $\mu = 22.45$  mm y desviación típica  $\sigma = 0.05$  mm. Según esto, los límites naturales del proceso serán:  $\mu \pm 3\sigma = 22.45 \pm 0.15$ . Es decir, aproximadamente el 99.73 % de los ejes fabricados tendrán un diámetro comprendido entre 22.30 mm y 22.60 mm. Si extraemos una muestra de tamaño  $n = 5$ , por aplicación del Teorema Central de Límite, la media muestral seguirá una distribución, también Normal, cuyo valor será:  $\mu_x = \mu = 22.45$  mm y la desviación típica:  $\sigma_x = \sigma/\sqrt{n} = 0.05/5^{1/2} = 0.022$  mm. Por tanto, el 99.73 % de medias muestrales se encontrarán dentro del intervalo  $\mu \pm 3\sigma$ , es decir  $22.45 \pm 0.066$  mm y el 0.27 % estarán fuera de dicho intervalo. Esto puede expresarse igualmente diciendo que cualquier media muestral se encontrará dentro del intervalo  $[22.384, 22.516]$  con una probabilidad del 99.73 % y fuera de dicho intervalo con una probabilidad del 0.27 %. Como la probabilidad de que aparezca una media muestral fuera del intervalo es tan remota, en el caso de que ocurriera, es lógico pensar que dicha muestra se ha sacado de una distribución que tiene una media:  $\mu'$  distinta a la inicial:  $\mu$ . Es decir, el proceso se ha desajustado, está fuera de control.

Utilizando un lenguaje estadístico, siguiendo con el ejemplo, si la media muestral obtenida fuese:  $\bar{X} = 22.58$  mm, se realizaría un contraste de hipótesis considerando que dicha muestra pertenece a la población de media  $\mu = 22.45$  mm y desviación típica  $\sigma = 0.05$  mm. Contrastada la hipótesis, se rechazaría con un nivel de significación de:  $\alpha = 0.27$  %.

En los gráficos de control por variables, tal como fueron concebidos por Shewhart, y en la mayor parte de las aplicaciones prácticas, se emplean **valores medios** de las muestras extraídas y **no valores individuales**. Y esto es así por dos razones fundamentales: los valores medios muestrales siguen una distribución Normal, aunque la población de la cual se han extraído las muestras no lo sea, y los valores medios muestrales son mucho más sensibles a las variaciones de la media del proceso (fig. 9).



**Fig. 9:** Sensibilidad de los gráficos



## Creación de un gráfico de control

En general, el control de un proceso por medio de gráficos incluye dos fases: un período base, necesario para determinar los estimadores estadísticos —durante el cual se requiere la utilización de un determinado número de muestras ( $n_1$ ), normalmente  $n_1 \geq 25$ — y un período de vigilancia, en el que se produce el control. A veces, sucede que la distribución del proceso es conocida y los valores de la media:  $\mu_0$  y desviación típica:  $\sigma_0$  son datos.

Como ya se ha comentado, los gráficos de control determinan el **promedio** y la **dispersión** de los resultados, por esta razón se suelen utilizar de manera simultánea. A continuación se expondrá el método para la obtención de los límites de control suponiendo conocida/desconocida la distribución del proceso. Finalmente, se desarrollarán dos ejemplos.

### Cálculo de los límites de control para el promedio cuando la distribución del proceso es conocida

Es sabido que si una variable aleatoria  $X$  tiene una distribución de media  $\mu_0$  y desviación típica  $\sigma_0$ , la media muestral:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

tiene una distribución Normal de media:  $\mu = \mu_0$  y desviación típica:  $\sigma = \sigma_0/\sqrt{n}$ . Por tanto, un intervalo de confianza del 99.73 %, aproximadamente, para la media muestral será:

$$\mu_0 \pm 3\sigma_{\bar{X}} = \mu_0 \pm \frac{3\sigma_0}{\sqrt{n}}$$

Llamando  $A$  al cociente  $3/\sqrt{n}$  (que se encuentra tabulado para diferentes tamaños de muestra, junto con otros coeficientes de uso generalizado en gráficos de control —TABLA I), se obtiene:

$$LSC = \mu_0 + A \sigma_0 \quad LIC = \mu_0 - A \sigma_0$$

TABLA I: Coeficientes para límites de control

n	A	A1	A2	B1	B2	B3	B4	D1	D2	D3	D4	C2
2	2.121	3.759	1.880	0	1.843	0	3.267	0	3.686	0	3.267	0.5642
3	1.732	2.396	1.023	0	1.858	0	2.586	0	4.358	0	2.575	0.7236
4	1.500	1.880	0.729	0	1.808	0	2.266	0	4.698	0	2.282	0.7979
5	1.342	1.596	0.577	0	1.756	0	2.089	0	4.918	0	2.115	0.8407
6	1.225	1.410	0.483	0.026	1.711	0.030	1.970	0	5.078	0	2.004	0.8686
7	1.134	1.277	0.419	0.105	1.672	0.118	1.882	0.205	5.203	0.076	1.924	0.8882
8	1.061	1.175	0.373	0.167	1.638	0.185	1.815	0.387	5.307	0.136	1.864	0.9027
9	1.000	1.094	0.337	0.219	1.609	0.239	1.761	0.546	5.394	0.184	1.816	0.9139
10	0.949	1.028	0.308	0.262	1.584	0.284	1.716	0.687	5.469	0.223	1.777	0.9227

### Cálculo de los límites de control para el promedio cuando la distribución del proceso es desconocida

Si  $\mu_0$  y  $\sigma_0$  son desconocidos, será necesario proceder a su estimación para calcular los límites de control. Para ello se establece el ya citado período base de observación, durante el cual se toman 25 muestras (como valor orientativo).

El promedio  $\mu_0$  se estima mediante la media de las medias muestrales. Es decir, si se toman  $k$  muestras de tamaño  $n$ ,  $\mu_0$  se estima mediante:

$$\mu_0 = \bar{\bar{x}} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \bar{x}_j, \text{ siendo } \bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij}$$

La desviación típica  $\sigma_0$  se puede estimar por dos procedimientos: mediante la **desviación típica muestral**, frecuentemente a partir de las **desviaciones típicas de las medias muestrales**:

$$\sigma_0 = \frac{\bar{S}}{C_2}, \text{ siendo } \bar{S} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k S_j$$

Según esto, los límites de control serán:

$$\bar{x} \pm \frac{3\bar{S}}{C_2\sqrt{n}}$$

Considerando que el cociente  $3 / C_2 \sqrt{n}$  se encuentra tabulado y se denomina  $A_1$ , los límites de control quedan:

$$LSC = \bar{x} + A_1\bar{S} \quad LIC = \bar{x} - A_1\bar{S}$$

El segundo método empleado para la determinación de la desviación típica muestral es a través del recorrido:

$$\sigma_0 = \frac{\bar{R}}{d_2}, \text{ siendo } \bar{R} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k R_j$$

Con lo que los límites de control quedan:

$$\bar{x} \pm \frac{3\bar{R}}{d_2\sqrt{n}}$$

Análogamente al caso anterior, el cociente  $3 / d_2 \sqrt{n}$  se encuentra tabulado y se denomina  $A_2$ . Por tanto, los límites de control quedarán:

$$LSC = \bar{x} + A_2\bar{R} \quad LIC = \bar{x} - A_2\bar{R}$$

Independientemente del método empleado para estimar  $\mu_0$  y  $\sigma_0$  no deben actuar causas asignables de variación mientras se realiza el estudio. Si al realizarlo y establecer los límites de control se observa que alguno de los puntos cae fuera de dichos límites, deberán investigarse las causas. Si resultasen asignables y corregibles, el punto en cuestión se eliminará del conjunto de datos, procediendo a realizar un nuevo cálculo para la determinación de los nuevos límites de control, utilizando los datos restantes.

### **Cálculo de los límites de control para la dispersión, mediante desviación típica muestral, cuando la distribución del proceso es conocida**

Cuando  $\sigma_0$  es conocida puede calcularse la distribución de S teniendo en cuenta que el estadístico  $n s^2 / \sigma_0^2$  tiene una distribución  $X^2$  con  $n-1$  grados de libertad cuando la muestra procede de una distribución normal, teniendo aquella una media dada por:

$$\mu_S = C_2 \sigma_0$$

donde  $C_2$  se encuentra tabulado en función del tamaño de la muestra (TABLA I).

La desviación típica podrá determinarse como:

$$\sigma_S = \sigma_0 \sqrt{1 - C_2^2 - \frac{1}{n}}$$

Considerando que la distribución de S puede aproximarse a la Normal, es posible establecer un intervalo de confianza del tipo  $\mu_s \pm 3 \sigma_s$ , que daría los límites de control siguientes:

$$LSC_S = \left[ C_2 + 3 \sqrt{1 - C_2^2 - \frac{1}{n}} \right] \sigma_0 = B_2 \sigma_0$$

$$LIC_S = \left[ C_2 - 3 \sqrt{1 - C_2^2 - \frac{1}{n}} \right] \sigma_0 = B_1 \sigma_0$$

Los factores  $B_1$  y  $B_2$  se encuentran tabulados para distintos valores de n.

### **Cálculo de los límites de control para la dispersión, mediante desviación típica muestral, cuando la distribución del proceso es desconocida**

Cuando  $\sigma$  es desconocida, puede estimarse como  $\sigma = \bar{S} / C_2$ , donde  $\bar{S}$  es la desviación típica media de 20 ó 25 muestras y  $C_2$  el factor tabulado. Bajo estos supuestos, la línea central será:

$$\mu_s = C_2 \frac{\bar{S}}{C_2} = \bar{S}$$

Y los límites de control,  $\mu_s \pm 3 \sigma_s$ :

$$LSC_S = \left[ 1 + \frac{3}{C_2} \sqrt{1 - C_2^2 - \frac{1}{n}} \right] \bar{S} = B_4 \bar{S}$$

$$LIC_S = \left[ 1 - \frac{3}{C_2} \sqrt{1 - C_2^2 - \frac{1}{n}} \right] \bar{S} = B_3 \bar{S}$$

Al igual que en los anteriores casos, los factores  $B_3$  y  $B_4$  se encuentran tabulados para diferentes tamaños muestrales.

### Cálculo de los límites de control para la dispersión, mediante el recorrido muestral, cuando la distribución del proceso es conocida

Como se ha visto, para pequeñas muestras, la variable aleatoria  $\bar{R}/\sigma$  se distribuye con media  $d_2 = \bar{R}/\sigma$ . Por tanto, si  $\sigma = \sigma_0$  es conocida, la línea central del gráfico para  $\bar{R}$  será:

$$\mu_R = d_2 \sigma_0$$

La desviación típica de la distribución de  $\bar{R}$ , suponiéndola aproximadamente Normal, empleando la nomenclatura de factores tabulados, es:

$$\sigma_R = d_3 \sigma_0$$

Los límites de control para  $\bar{R}$ , correspondientes al intervalo  $\mu_R \pm 3 \sigma_R$  serán, pues:

$$d_2 \sigma_0 \pm 3 d_3 \sigma_0 = (d_2 \pm 3 d_3) \sigma_0 \quad , \quad \text{es decir:}$$

$$LSC_R = [d_2 + 3 d_3] \sigma_0 = D_2 \sigma_0$$

$$LIC_R = [d_2 - 3 d_3] \sigma_0 = D_1 \sigma_0$$

### Cálculo de los límites de control para la dispersión, mediante el recorrido muestral, cuando la distribución del proceso es desconocida

Si  $\sigma$  es desconocida, habrá de ser estimada mediante el estadístico  $\sigma = \bar{R}/d_2$ , determinándose  $\bar{R}$  a partir de 20 ó 25 muestras iniciales. La línea central del gráfico será entonces:  $\mu_R = \bar{R}$ , y el intervalo de amplitud  $6\sigma_R$  será:

$$\mu_R \pm 3 \sigma_R = \bar{R} \pm 3 d_3 \frac{\bar{R}}{d_2} = \left(1 \pm 3 \frac{d_3}{d_2}\right) \bar{R}$$

con lo que los límites de control quedan:

$$LSC_R = \left[1 + 3 \frac{d_3}{d_2}\right] \bar{R} = D_4 \bar{R}$$

$$LIC_R = \left[1 - 3 \frac{d_3}{d_2}\right] \bar{R} = D_3 \bar{R}$$

### **Ejemplo 1: Construcción de gráficos de control: promedio y dispersión —a través de S—,**

Se toma en este ejemplo un tamaño muestral de cinco unidades, para la variable diámetro interior de los cojinetes mecanizados por una máquina-herramienta, cuya distribución es conocida:  $\mu_0 = 30 \text{ mm}$ ,  $\sigma_0 = 20 \text{ }\mu\text{m}$ .

**a) Determinación de la línea central y límites de control para el gráfico del promedio:**

- Línea central:  $LC = \mu_0 = 30 \text{ mm}$

- Límites de control:

$$LSC = \mu_0 + \frac{3\sigma_0}{\sqrt{n}} = 30 + 3 \frac{0.02}{\sqrt{5}} = 30.027 \text{ mm}$$

$$LIC = \mu_0 - \frac{3\sigma_0}{\sqrt{n}} = 30 - 3 \frac{0.02}{\sqrt{5}} = 29.973 \text{ mm}$$

**b) Determinación de la línea central y límites de control para el gráfico de dispersión:**

- Línea central:  $LC_S = C_2 \sigma_0 = 0,8407 \cdot 0,02 = 0,017$

- Límites de control:  $LSC_S = B_2 \sigma_0 = 1,756 \cdot 0,02 = 0,035$

$$LIC_S = B_1 \sigma_0 = 0 \cdot 0,02 = 0$$

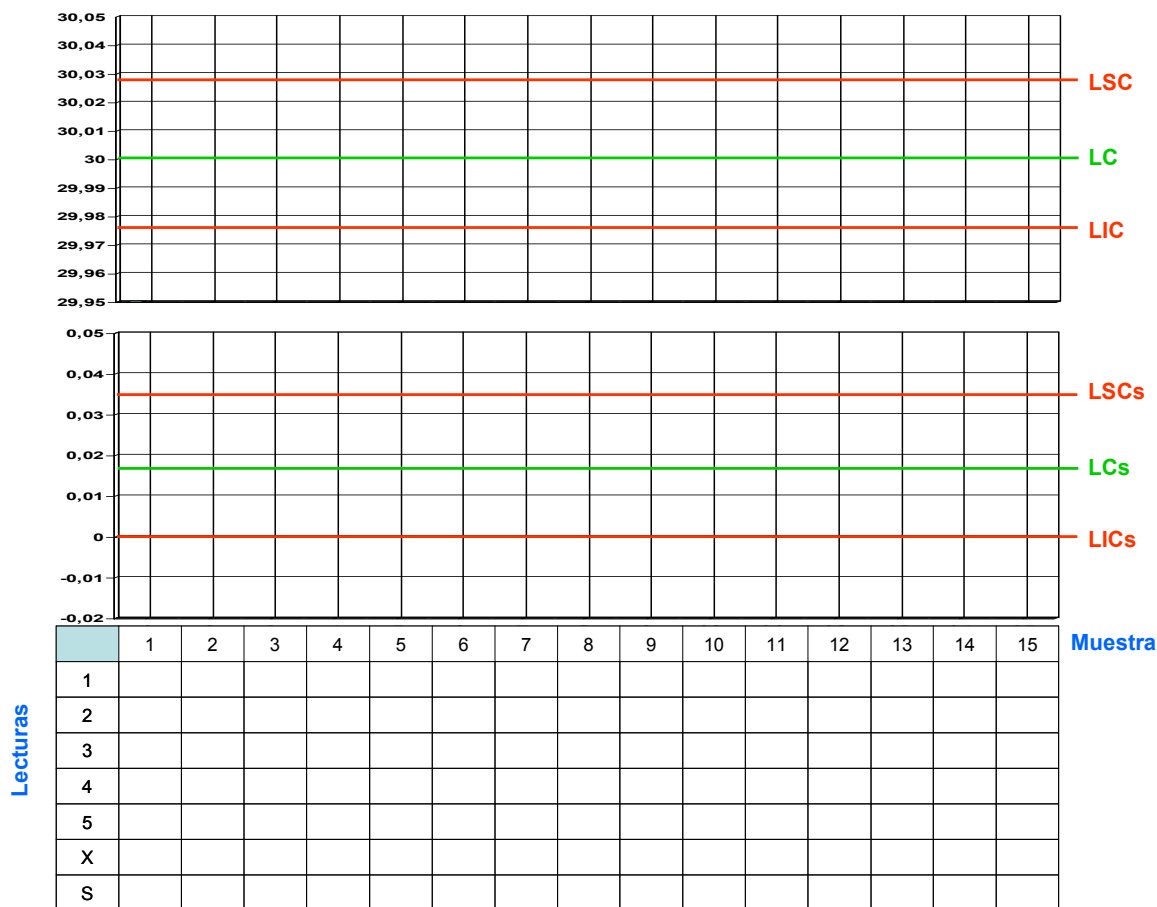


Fig. 10: Gráfico de control. Ejemplo 1

**Ejemplo 2.- Implantar un control por variables para el volumen de llenado de envases de aceite lubricante.**

Según especificaciones este volumen debe ser  $1000 \pm 20 \text{ cm}^3$ , es decir: LST =  $1.020 \text{ cm}^3$ , LIT =  $980 \text{ cm}^3$ . Al carecer de datos procedentes de experiencias anteriores, se procede a tomar 20 muestras horarias de 5 unidades, obteniéndose los valores que se indican en la tabla siguiente:

Valores obtenidos en el período base																				
N°	MUESTRAS HORARIAS																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	993	996	998	997	998	988	995	1009	998	1004	996	988	994	998	988	1004	991	992	993	995
2	997	994	999	1002	985	995	1006	993	1009	991	994	1000	997	1004	998	997	998	996	992	997
3	996	998	998	998	986	999	998	990	996	996	990	996	998	1012	985	1001	1003	993	993	999
4	1005	991	1001	996	991	989	1002	996	1003	993	993	995	999	1008	997	999	992	990	991	995
5	990	995	1000	1001	999	987	990	996	1009	992	997	997	998	1006	1003	988	1006	991	994	996

A partir de estos datos se calculan los siguientes estimadores estadísticos:

	MUESTRAS HORARIAS																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\bar{X}$	996,2	994,8	999,2	998,8	991,8	991,6	998,2	996,8	1003,0	995,2	994,0	995,2	997,2	1005,6	994,2	996,8	998,0	992,4	992,6	996,4
$X_{\max}$	1005	998	1001	1002	999	999	1006	1009	1009	1004	997	1000	999	1012	1003	1004	1006	996	994	999
$X_{\min}$	990	991	998	996	985	988	990	990	996	991	990	988	994	998	985	983	991	990	991	995
<b>R</b>	15	7	3	6	14	11	16	19	13	13	7	12	5	14	18	21	15	6	3	4

Obteniéndose los siguientes estimadores:  $\bar{\bar{X}} = 996.4 \text{ cm}^3$ ,  $\bar{\bar{R}} = 11.1 \text{ cm}^3$

- a) Determinación de la línea central y límites de control para el gráfico del promedio:

$$- LC = \bar{\bar{X}} = 996.4$$

$$- LSC = \bar{\bar{X}} + A2 \bar{\bar{R}} = 996.4 + 0.577 \cdot 11.1 = 1002.8$$

$$- LIC = \bar{\bar{X}} - A2 \bar{\bar{R}} = 996.4 - 0.577 \cdot 11.1 = 990.0$$

- b) Determinación de la línea central y límites de control para el gráfico de dispersión (gráfico de  $\bar{R}$ , por ejemplo):

$$- LC_R = \bar{\bar{R}} = 11.1$$

$$- LSC_R = D4 \bar{\bar{R}} = 2.115 \cdot 11.1 = 23.5$$

$$- LIC_R = D3 \bar{\bar{R}} = 0 \cdot 11.1 = 0$$

- c) Gráfico de control para  $\bar{X}$  :

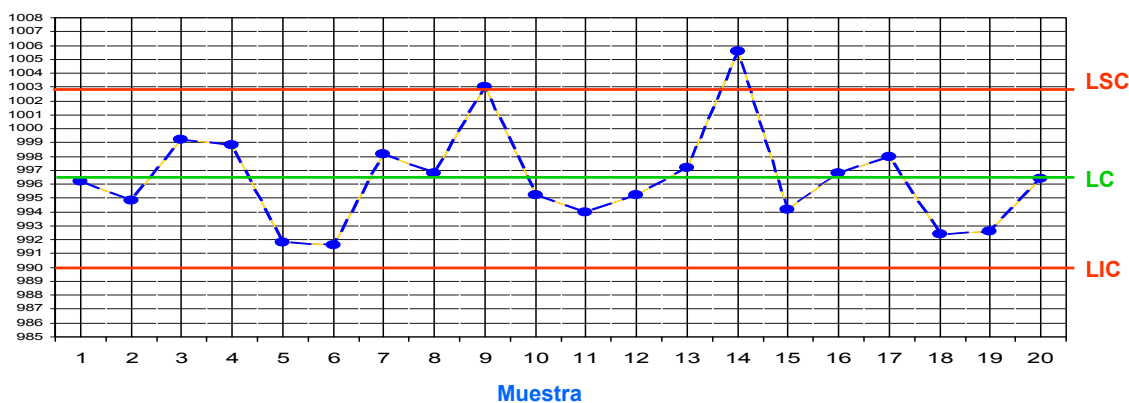


Fig. 11: Gráfico de control para valores medios. Ejemplo 2



d) Gráfico de control para  $\bar{R}$ :



Fig. 12: Gráfico de control para dispersión. Ejemplo 2

Se observa que las muestras n° 9 y n° 14 dan puntos fuera de los límites de control, lo cual significa que el promedio del proceso se ha desviado dos veces durante el período de observación o período base, y por tanto los resultados obtenidos pueden ser incorrectos. Supongamos que se investigan las causas que han provocado estas desviaciones y se llega a la conclusión de que fueron razones asignables para la muestra 14 y no asignables para la n° 9 (se considerará, por tanto, que es uno de los resultados debidos a causas aleatorias cuya probabilidad de aparición es 0.0027).

De acuerdo con lo expuesto anteriormente, la muestra 14 debe ser eliminada y los límites de control calculados nuevamente. Los valores obtenidos para las 19 muestras restantes son:

$$\bar{\bar{X}} = 995.9$$

$$\bar{\bar{R}} = 10.9$$

$$LC = \bar{\bar{X}} = 995.9$$

$$LSC = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{\bar{R}} = 995.9 + 0.577 \cdot 10.9 = 1002,2$$

$$LIC = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{\bar{R}} = 995.9 - 0.577 \cdot 10.9 = 989.6$$

$$LC_R = \bar{\bar{R}} = 10.9$$

$$LSC_R = D_4 \bar{\bar{R}} = 2,115 \cdot 10,9 = 23,1$$

$$LIC_R = D_3 \bar{\bar{R}} = 0 \cdot 10,9 = 0$$

## Gráficos de control modificados

En el ejemplo anterior, se observa cómo el intervalo  $[-3\sigma, 3\sigma]$  es notablemente inferior a la tolerancia exigida ( $40 \text{ cm}^3$ ):

$$6\sigma = 6 \frac{\bar{R}}{d_2} = 6 \frac{10.9}{2.326} = 28.1$$

Considerando que este intervalo se encuentra centrado respecto a la media del proceso, parece lógico suponer que se está siendo excesivamente exigente sin necesidad, es decir, aparecerán puntos fuera de los límites sin que ello signifique llenado de envases con más de  $1020 \text{ cm}^3$  o menos de  $980 \text{ cm}^3$ . Un modo de proceder común, es permitir que el proceso se mueva libremente mientras no produzca más de un 0.27 % de unidades defectuosas. Es decir, permitir que los límites de variación del proceso se igualen a los límites de tolerancia. En este caso, los límites de control se determinan como sigue:

$$6\sigma = LST - LIT = 6 \frac{\bar{R}}{d_2}, \quad \text{y por ello: } \bar{R} = \frac{d_2}{6} (LST - LIT)$$

A partir de esta estimación de  $\bar{R}$ , que llamaremos  $\bar{R}_{\max}$ , se calculan los límites de control del gráfico modificado para  $\bar{X}$ , determinándose el promedio del proceso como:  $\mu = (LST - LIT) / 2$ , y obteniéndose:

$$LSC_{\text{MOD}} = \mu + A_2 \bar{R}_{\max}$$

$$LIC_{\text{MOD}} = \mu - A_2 \bar{R}_{\max}$$

Para el **ejemplo 2**, se tendría:

$$\mu = 1000$$

$$\bar{R}_{\max} = 2,326 / 6 ((1020 - 980)) = 15,5$$

$$LSC_{\text{MOD}} = 1000 + 0,577 15,5 = 1008,9$$

$$LIC_{\text{MOD}} = 1000 - 0,577 15,5 = 991,1$$

## Interpretación de los gráficos de control por variables y criterios de actuación

Una vez construido el gráfico de control, o sea, calculados la línea central y los límites de control, y por tanto estimada la media y la desviación típica del proceso, comienza la extracción de muestras a intervalos regulares (período de vigilancia). A partir de éstas se determinan los valores medios muestrales:  $\bar{X}$  y su dispersión (R o S). A partir de este momento, es preciso **interpretar** los resultados para determinar lo antes posible la aparición de causas asignables al proceso. A continuación se exponen diversas situaciones:

- 1.- **Un valor aislado fuera de tolerancias.** Como se ha dicho, generalmente, no se emplean valores individuales en los gráficos de control. Obviamente ésta es la peor situación que se puede dar. Un valor individual fuera de tolerancias obligaría a: rechazar la pieza, averiguar la causa (parando el proceso si es preciso), inspeccionar al 100 % la producción desde la toma de muestra anterior, y establecer medidas preventivas para evitar que se repita, dejando constancia escrita de las mismas. Al detectar un valor individual fuera de tolerancias resulta ocioso determinar estimador estadístico alguno, habrá que actuar con celeridad para evitar que se sigan produciendo piezas defectuosas.
- 2.- **Un valor de la media muestral fuera de los límites de control.** Dado que la probabilidad de que aparezca un valor de  $\bar{X}$  fuera de los límites de control es 0.0027 para  $\pm 3\sigma$ , si éste apareciera, significaría que la media del proceso ha variado. Antes de tomar una decisión resulta imprescindible observar la evolución del gráfico de dispersión. Se pueden dar, entre otras, dos situaciones: (a) dispersión aproximadamente constante, lo que indica que únicamente se ha producido cambio en la media, aunque éste puede ser formando parte de una tendencia o bruscamente. La segunda situación: (b) con un aumento de la dispersión asociado, significaría menor precisión y probablemente valores fuera de tolerancias. En este caso se deberá proceder según lo explicado en la situación 1.

- 3.- **Un valor de R o S por encima del LSC.** La desviación típica del proceso habrá aumentado, muy probablemente debido a causas asignables. La forma de actuar es similar a lo descrito en 1.
- 4.- **Varios valores consecutivos de la media muestral entre la línea central y el límite superior de control.** La probabilidad de obtener un valor de  $\bar{X}$  entre la línea central y el límite superior de control es:  $0.5 - 0.00135 = 0.49865$ . Si consideramos, por ejemplo, que se han obtenido ocho valores consecutivos en este intervalo, se ha de sospechar que la media del proceso ha cambiado, ya que la probabilidad de que esto ocurra es únicamente 0.0038. El proceso habrá cambiado debido a causas asignables que será preciso identificar.
- 5.- **Sugerencias en cuanto al modo de proceder.** (a) Siempre que aparezca alguna anomalía, cerciorarse de que la causa asignable no procede de la propia medición. (b) Dejar constancia escrita de todas las actuaciones efectuadas a partir de la primera observación de anomalía, así como de las incidencias del proceso que pudieran afectar a su media y/o variabilidad.

### Gráficos de control por atributos.

Cuando se desea investigar la calidad de elementos complejos, en los que el número de características a controlar es elevado, o cuando se deben comprobar características no susceptibles de medida, resulta apropiado realizar el control del proceso por atributos. Por regla general, un gráfico por atributos se aplica a un puesto de inspección en el que se verifican muchas **características de calidad diferentes**. La pauta o gama de inspección es un documento en el que se incluyen los atributos y dimensiones que deben comprobarse en una determinada pieza, así como la forma en que han de llevarse a cabo. En una pauta de inspección pueden coexistir características medibles y atributos, parte de los cuales requerirán una simple inspección visual, en tanto que otros se determinarán mediante métodos de comprobación que se podrían englobar dentro de la clásica denominación "pasa-no pasa".

## Gráficos de control de procesos por atributos basados en la distribución Binomial

Este tipo de gráficos se utiliza cuando cada una de las unidades producidas es susceptible de ser clasificada como **correcta** o **defectuosa**. Por ejemplo, al comprobar el funcionamiento de una lámpara incandescente se obtendrán dos únicas alternativas: "ilumina" o "no ilumina", clasificándola, respectivamente, como correcta o defectuosa. También pueden admitir un tratamiento de este tipo, como se ha dicho, ciertas características que en principio son variables: por ejemplo, si el diámetro exterior de un eje debe ser  $50 \pm 0,05$  mm, puede considerarse que todo eje cuyo diámetro cumpla estas tolerancias es correcto y defectuoso en caso contrario. Sea cual sea el criterio, el resultado final es que la producción del proceso considerado presenta una distribución Binomial, con una proporción  $p$  de elementos defectuosos y una proporción  $q = 1 - p$  de elementos correctos.

El control de un proceso de este tipo se basa en la determinación de un intervalo de confianza, contrastando periódicamente la hipótesis nula de que la proporción de unidades defectuosas producidas es  $p_0$ ,  $H_0: p = p_0$ , frente a la alternativa de que es diferente a  $p_0$ ,  $H_0: p \neq p_0$ . Para realizar el contraste pueden usarse tres estadísticos que dan lugar a tres tipos de gráficos de control: número de unidades defectuosas por muestra (**np**), proporción de unidades defectuosas en la muestra (**p**) y porcentaje de unidades defectuosas en la muestra (**100p**).

### Gráfico del número de unidades defectuosas por muestra (np)

Como es sabido, si de una población en la que existe una proporción de elementos defectuosos  $p$  se extrae una muestra simple de tamaño  $n$ , la variable aleatoria  $x$  que representa el número de unidades defectuosas que aparecen en la muestra sigue una distribución Binomial cuya media y desviación típica son:

$$\mu_x = n p , \sigma_x = \sqrt{n p q}$$

siendo:  $q = 1 - p$

Aceptando un intervalo de confianza del tipo  $\mu_x \pm 3\sigma_x$  y considerando conocida la proporción de elementos defectuosos:  $p_0$ , el intervalo de confianza para el número de unidades defectuosas en la muestra será, en consecuencia:

$$n p_0 \pm_x 3 \sqrt{n p_0 q_0}$$

Por tanto, la línea central y los límites de control son:

$$LC = n p_0$$

$$LSC = n p_0 + 3\sqrt{n p_0 q_0}$$

$$LIC = n p_0 - 3\sqrt{n p_0 q_0}$$

Si se admite que la distribución Binomial puede aproximarse satisfactoriamente por la Normal, el nivel de confianza será de 0,9973. Las condiciones para admitir esta aproximación Normal de la distribución Binomial son que  $n$  sea "grande" y  $p_0$  "no muy cercano a cero" (generalmente deberá cumplirse:  $n > 50$  y  $n p_0 \geq 15$ ). Si se considera que la distribución Normal no es correcta porque se trabaja con tamaños muestrales reducidos, pueden utilizarse tablas acumulativas de distribución Binomial o de Poisson para determinar el nivel de significación exacto.

Como se ha visto, para determinar los límites de control es necesario determinar el valor  $p_0$ . Éste puede ser conocido a través de experiencias previas, obteniéndose LC, LSC y LIC como se ha indicado. Si por el contrario  $p_0$  es desconocido, resulta necesario estimarlo mediante el estudio del período base. Para ello se toman  $k$  muestras iniciales de tamaño  $n$ , mediante las cuales se calcula el número medio de defectos por muestra:

$$\bar{x} = n p_e = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i$$

siendo:  $p_e$  = estimación de  $p_0$

$x_i$  = número de unidades defectuosas de la muestra  $i$

despejando  $p_e$ :

$$p_e = \frac{1}{n k} \sum_{i=1}^k x_i = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k p_i = \bar{p}$$

siendo:  $p_i = x_i / n$

Según lo anterior, la línea central y los límites de control quedarán:

$$LC = n \bar{p}$$

$$LSC = n \bar{p} + 3 \sqrt{n \bar{p} (1 - \bar{p})}$$

$$LSC = n \bar{p} - 3 \sqrt{n \bar{p} (1 - \bar{p})}$$

**Ejemplo 3.- Establecer un control por atributos**, mediante un gráfico de unidades defectuosas ( $np$ ), sobre un proceso de fabricación de tornillos que únicamente son calificados como correctos o defectuosos. Se establece un período base durante el cual se observan 25 muestras de 100 unidades, con el resultado que figura en la siguiente tabla.

MUESTRA (i)	TAMAÑO MUESTRAL (ni)	NÚMERO DE EFECTOS (xi)
1	100	2
2	100	6
3	100	3
4	100	1
5	100	2
6	100	1
7	100	0
8	100	0
9	100	3
10	100	5
11	100	8
12	100	7
13	100	11
14	100	0
15	100	2
16	100	1
17	100	3
18	100	6
19	100	5
20	100	15
21	100	1
22	100	0
23	100	0
24	100	3
25	100	6

a) Determinación del número medio de unidades defectuosas:

$$\bar{x} = n p_e = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i = \frac{91}{100 \cdot 25} = 0.0364$$

b) Límites de control:

$$LC = n \bar{p} = 100 \cdot 0.0364 = 3.64$$

$$LSC = n \bar{p} + 3 \sqrt{n \bar{p} (1 - \bar{p})} = 3.64 + 3 \sqrt{100 \cdot 0.0364 (1 - 0.0364)} = 9.26$$

$$LIC = n \bar{p} - 3 \sqrt{n \bar{p} (1 - \bar{p})} = 3.64 - 3 \sqrt{100 \cdot 0.0364 (1 - 0.0364)} = -1.98$$

c) Gráfico de control:

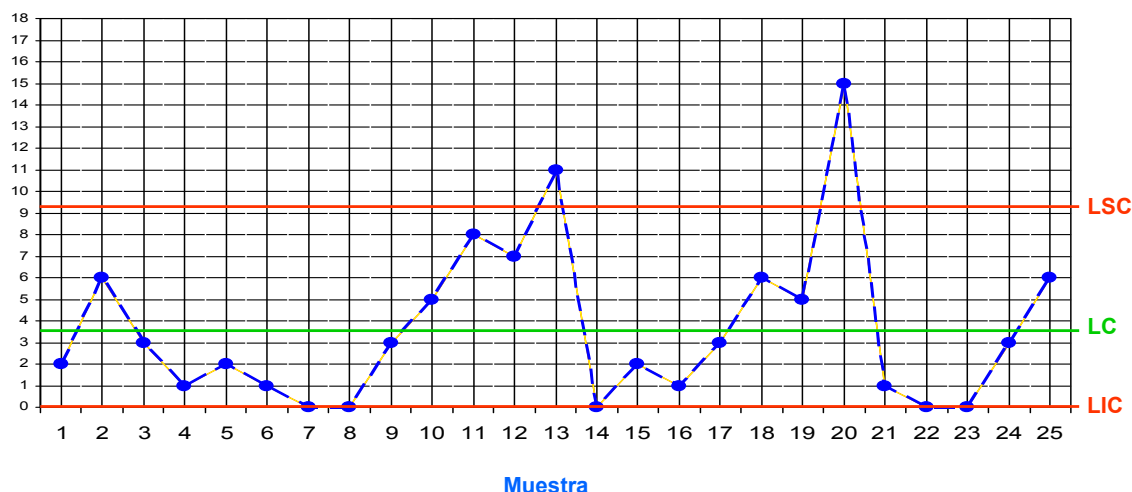


Fig. 13: Gráfico de control. Ejemplo 3

Se observa que el proceso ha estado **fuera de control** durante la toma de muestras números 13 y 20. Si una vez analizadas las causas se concluye, por ejemplo, que fueron no asignables las que provocaron la desviación de la muestra 13 y asignables las de la muestra 20, se realizarán nuevamente los cálculos eliminando los datos de ésta última.

### Gráfico de control para la fracción defectuosa (p)

Se entiende por fracción defectuosa el tanto por uno de unidades defectuosas. Llamando  $x$  a la variable aleatoria que representa el número de unidades defectuosas en una muestra de tamaño  $n$ , la fracción defectuosa,



evidentemente, resulta:  $p = x/n$ . Considerando una distribución Binomial, su media y desviación típica resultan:

$$\mu_p = p, \sigma_p = \sqrt{\frac{p q}{n}}$$

Si el promedio de fracción defectuosa  $p_0$  es conocido, la línea central y límites de control se determinan directamente:

$$\begin{aligned} LC &= p_0 \\ LSC &= p_0 + 3 \sqrt{\frac{p_0 (1 - p_0)}{n}} \\ LIC &= p_0 - 3 \sqrt{\frac{p_0 (1 - p_0)}{n}} \end{aligned}$$

Si  $p_0$  es desconocido, habrá de estimarse ( $p_e$ ) a través del estudio del período base ( $k$  muestras de tamaño  $n$ ):

$$p_e = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k p_i = \bar{p}$$

siendo:  $p_i$  = fracción defectuosa de la muestra  $i$ -ésima

$\bar{p}$  = fracción defectuosa media de todas las muestras

La línea central y los límites de control se obtendrán, simplemente, sustituyendo  $p_0$  por  $\bar{p}$  en las anteriores expresiones:

$$\begin{aligned} LC &= \bar{p} \\ LSC &= \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p} (1 - \bar{p})}{n}} \\ LIC &= \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p} (1 - \bar{p})}{n}} \end{aligned}$$

Para el ejemplo 3 anterior, la fracción defectuosa se obtendrá simplemente como el cociente  $x_i / 100$ . La línea central y los límites de control se verán reducidos en la misma proporción y el gráfico tendrá idéntico aspecto.

### Gráfico de control para el porcentaje defectuoso (100p)

Siguiendo un razonamiento idéntico al caso anterior, si la fracción defectuosa es  $p$ , el porcentaje defectuoso  $100p$  tendrá una distribución Binomial de media y desviación típica:

$$\mu_{100p} = 100p, \quad \sigma_{100p} = \sqrt{\frac{100p \cdot 100(1-p)}{n}}$$

Si el porcentaje defectuoso medio del proceso  $p_0$  es conocido, los elementos del gráfico son:

$$\begin{aligned} LC &= 100p_0 \\ LSC &= 100p_0 + 3\sqrt{\frac{100p_0(100-p_0)}{n}} \\ LIC &= 100p_0 - 3\sqrt{\frac{100p_0(100-p_0)}{n}} \end{aligned}$$

En caso contrario, habrá de estimarse a través de  $k$  muestras iniciales, sustituyendo en las anteriores expresiones  $p_0$  por  $\bar{p}$ .

### Gráficos de control de procesos por atributos basados en la distribución de Poisson.

El empleo de este tipo de gráficos resulta de interés cuando las unidades analizadas no pueden ser clasificadas simplemente como aceptables o rechazables. Existen numerosos productos, de cierta complejidad, que presentando más de un defecto pueden considerarse aceptables. En este tipo de gráficos, la unidad de inspección utilizada puede ser: una unidad, una muestra de  $n$  unidades del producto, o 100 unidades; pero la cantidad de elementos de cada unidad de la muestra ha de permanecer constante: por ejemplo, 100 m de tela, cajas de 1000 tornillos, 50 m de cable eléctrico, etc. (En los gráficos basados en la distribución

Binomial no es imprescindible que las muestras permanezcan constantes, aunque por comodidad suelen serlo).

De esta forma, los gráficos por atributos basados en la distribución de Poisson, pueden serlo para el número de defectos por unidad de control (**c**), para el número de defectos por unidad (**u**) y para el número de defectos por cien unidades (**100u**).

### Gráficos de control para número de defectos por unidad de control (c)

Si se llama  $c$  la variable aleatoria que representa el número de defectos por unidad de control inspeccionada, su función de probabilidad viene dada por la siguiente expresión:

$$P(c = x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$$

donde:  $\lambda$  = número medio de defectos por muestra

siendo su media y distribución típica:

$$\mu_c = \lambda \quad ; \quad \sigma_c = \sqrt{\lambda}$$

Considerando un intervalo de confianza del tipo  $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$ , si el promedio del proceso es conocido:  $\lambda = \lambda_0$ , la línea central y los límites de control serán:

$$\begin{aligned} LC &= \lambda_0 \\ LSC &= \lambda_0 + 3\sqrt{\lambda_0} \\ LIC &= \lambda_0 - 3\sqrt{\lambda_0} \end{aligned}$$

Si el promedio es desconocido, habrá de ser estimado a partir de  $k$  muestras iniciales como:

$$\lambda_c = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k c_i = \bar{c}$$

donde:  $c_i$  = número de defectos observados en la unidad de control  $i$ -ésima.

Según esto, los límites de control y la línea central quedarán como sigue:

$$LC = \bar{c}$$

$$LSC = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$$

$$LIC = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$$

**Ejemplo 4.-** Con el objeto de controlar la fabricación de pernos de titanio, se examinan 25 muestras de 100 unidades, obteniendo los defectos que se indican en la tabla siguiente. Determinar los límites de control empleando un gráfico c.

DEFECTOS	NÚMERO DE MUESTRA																								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
VÁSTAGO	-	1	-	2	1	1	-	1	-	1	2	-	1	-	-	-	2	1	-	2	1	1	-	-	1
ROSCA	3	-	-	-	1	-	-	1	-	2	-	2	-	-	-	-	2	1	2	-	-	-	2	-	1
EXCENRICIDAD	2	-	-	2	1	-	-	2	1	-	-	3	-	-	-	1	-	1	1	-	-	-	2	-	-
REBABAS	-	1	2	1	-	-	2	1	-	-	-	-	1	-	3	-	-	-	-	-	1	-	1	-	-
MARCADO	1	-	1	-	-	-	2	1	-	-	-	-	-	1	1	-	3	1	1	-	-	-	1	2	3
TOTAL DEFECTOS	6	2	3	5	3	1	4	6	1	3	2	5	2	1	4	1	7	4	4	2	2	1	6	2	5

a) Se estima  $\bar{c}$  :

$$\bar{c} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k c_i = \frac{82}{25} = 3.28$$

b) Cálculo de los límites de control:

$$LC = 3.28$$

$$LSC = 3.28 + 3\sqrt{3.28} = 8.71$$

$$LIC = 3.28 - 3\sqrt{3.28} = -1.53 \text{ (se toma 0)}$$

c) Gráfico de control:

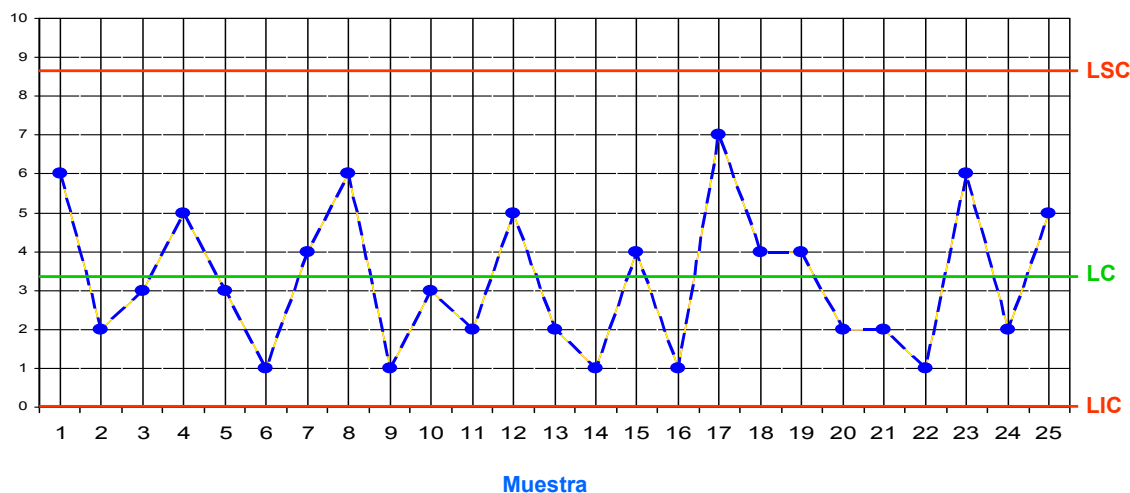


Fig. 14: Gráfico de control. Ejemplo 4

### Gráficos de control para número de defectos por unidad de producto (u)

Si se denomina  $u = c / n$  a la variable aleatoria que representa el número de defectos por unidad de producto, la línea central y límites de control para este tipo de gráficos cuando la media es conocida, será:

$$LC = u_0$$

$$LSC = u_0 + 3\sqrt{\frac{u_0}{n}}$$

$$LIC = u_0 - 3\sqrt{\frac{u_0}{n}}$$

Si la media del proceso es desconocida, se estimarán la media y desviación típica como sigue:

$$\mu_0 = \bar{u} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k u_i = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \frac{c_i}{n} = \bar{c} ; \sigma_u = \sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

Por tanto, los elementos del gráfico de control serán:

$$LC = \bar{u}$$

$$LSC = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

$$LIC = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

### Gráficos de control para número de defectos por cien unidades de producto (100u).

Para este tipo de gráficos la línea central y los límites de control lógicamente son:

$$LC = 100\bar{u}$$

$$LSC = 100\bar{u} + 300\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

$$LIC = 100\bar{u} - 300\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

## Interpretación de los gráficos de control por atributos

- 1.- **Puntos situados fuera de los límites de control.** Si es por encima, el proceso ha empeorado, es decir, produce más elementos defectuosos; es preciso analizar y corregir. Si se trata de puntos situados por debajo del límite inferior de control, el proceso ha mejorado; se recomienda investigar las causas que han provocado esta mejoría y hacer que permanezca en el tiempo.
- 2.- **Serie de puntos que marcan tendencias.** (a) Por encima de la media, el proceso empeora. (b) Por debajo de la media, el proceso mejora.
- 3.- **Distribución dentro de los límites.** Proceso estable y bajo control.

### Otros gráficos de control

Además de los tipos citados, existen otros gráficos de control que, en esencia, son modificaciones de la propuesta inicial de Shewhart (1931). Algunos de éstos son: gráfico de mediana muestral, gráfico de sumas móviles, gráfico de sumas acumuladas, gráfico de valores individuales y recorridos móviles, gráficos *Lot-Plot*, etc. Todos ellos suficientemente tratados en la bibliografía.

## Determinación de la capacidad del proceso. Control continuo

En la práctica, uno de los problemas fundamentales a resolver en fabricación es determinar si el conjunto de factores: máquinas, mano de obra, mantenimiento, etc. que intervienen, son capaces de producir elementos que cumplan unas determinadas tolerancias. Al grado de aptitud que tienen los procesos en su conjunto se denomina "**capacidad de proceso**" (también se puede determinar la capacidad de una sola máquina) y se calcula comparando el intervalo de tolerancia con el intervalo dado por los límites naturales del proceso.

Conviene tener muy clara la diferencia entre capacidad de un proceso y que éste esté o no bajo control. En el primer caso, se realiza un análisis de lo que el proceso podría llegar a realizar, mientras que en el segundo caso únicamente se conoce su comportamiento en un determinado momento. Un proceso puede estar

bajo control, es decir, presentar unas condiciones de estabilidad avaladas por estimadores estadísticos, pero puede no ser capaz de cumplir unas determinadas tolerancias. Hay que distinguir, por tanto, entre control del proceso y capacidad del proceso. Suponiendo, como hemos hecho hasta ahora, una distribución aproximadamente Normal, de la que se conoce o es posible estimar sus límites naturales:  $\pm 3\sigma$ , y dados unos límites de tolerancia, se define el índice de capacidad del proceso como:

$$C_p = \frac{LST - LIT}{6\sigma}$$

Es decir, se compara la amplitud del intervalo marcado por las especificaciones con la amplitud del intervalo natural de variación.

La Figura 15 muestra diferentes distribuciones de la producción en relación con unos límites de tolerancia (LIT, LST). En el **caso (1)**:  $6\sigma > LST - LIT$ , luego  $C_p < 1$ , y el proceso fabricará más de un 0,27 % de piezas defectuosas, de tal forma que la proporción de elementos no aceptables es tanto mayor cuanto más se aproxime  $C_p$  a cero. Evidentemente, esta situación no es deseable.

El **caso (2)** muestra un proceso "muy capaz" pero descentrado. El **caso (3)** representa un proceso "capaz" ligeramente descentrado. Para procesos descentrados el  $C_p$  anteriormente definido presenta problemas, debido a que compara la diferencia de tolerancias con  $6\sigma$ , sin evaluar si el proceso está centrado en su valor nominal o no. Por ejemplo, para el citado **caso (3)**:  $C_p > 1$ , sin embargo producirá un porcentaje de elementos defectuosos mayor de 0,27%, precisamente por estar descentrado. En estas situaciones se utiliza un índice de capacidad que contempla esta particularidad, denominado **Cpk**. Se obtiene como sigue: se calculan las diferencias  $Z_S = LST - \bar{X}$  y  $Z_I = \bar{X} - LIT$ , se selecciona la menor de ellas y se determina el cociente:  $Cpk = Z_{MIN} / 3\sigma$ .

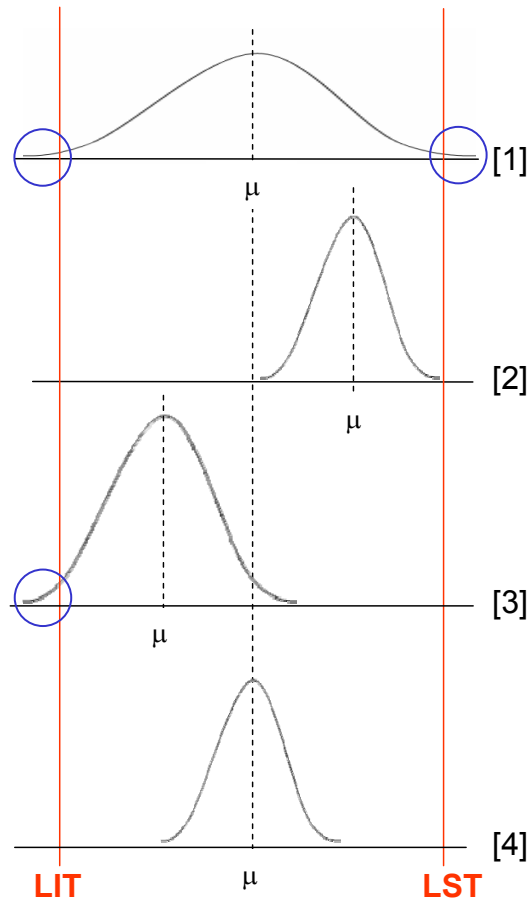


Fig. 15: Distribución de producción VS límites de tolerancia

Obviamente, un proceso descentrado será "capaz" cuando su  $C_{pk} \geq 1$ . Existe, sin embargo, un procedimiento más conservador que permite calcular en un solo valor ( $C_{pm}$ ) la capacidad propia del proceso y su tendencia al descentrado:

$$C_{pm} = \frac{C_p}{\sqrt{1 + \frac{(\bar{X} - Q)^2}{\sigma^2}}}$$

siendo:  $C_p$  = capacidad del proceso calculada  
 $\bar{X}$  = media estimada de la población  
 $Q$  = valor nominal  
 $\sigma$  = desviación típica de la población (generalmente estimada como  $S$ )

La figura 16 muestra de forma gráfica y numérica el efecto del descentrado en los



valores de  $C_p$ ,  $C_{pk}$  y  $C_{pm}$ , para un determinado ejemplo. Supongamos que en todos los casos la desviación típica del proceso permanece constante e igual a  $(LST - LIT) / 12$ , variando únicamente la media como se indica en la tabla.

Son datos:  $LST = 18$      $Q = 14$   
 $LIT = 10$      $\sigma = 0.666$

$\mu$	$C_p$	$C_{pk}$	$C_{pm}$
13	2,0	1,5	1,1
14	2,0	2,0	2,0
15	2,0	1,5	1,1
16	2,0	1,0	0,6
17	2,0	0,5	0,4

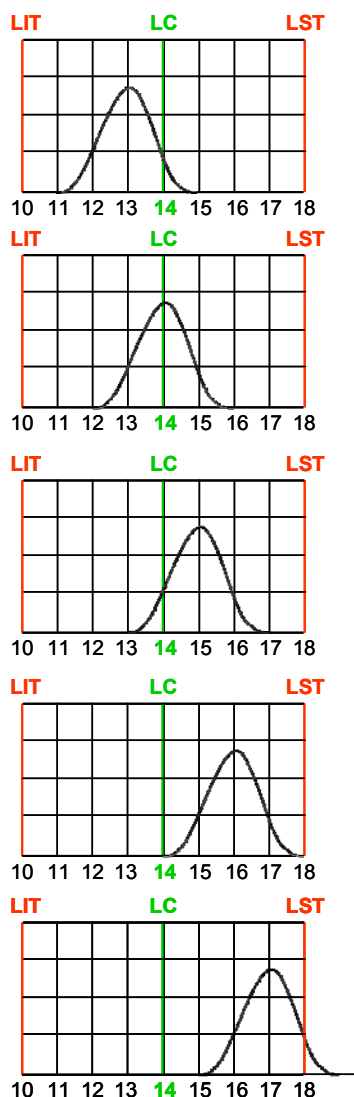
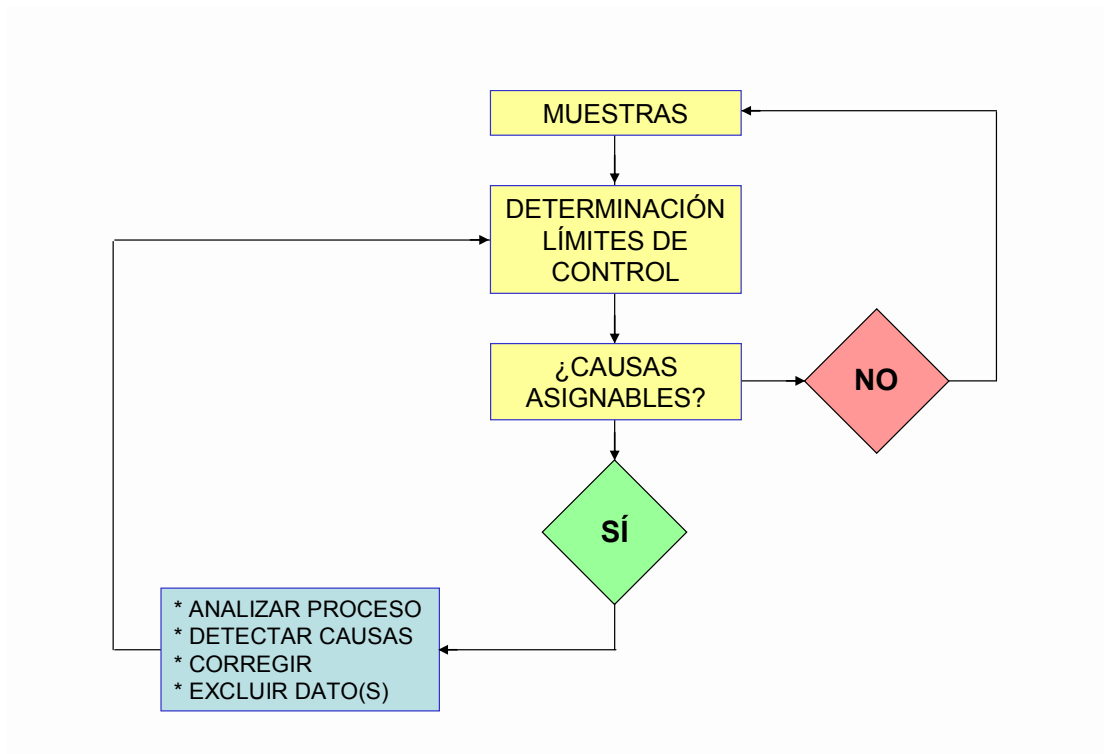


Fig. 16: Descentrado En los valores de  $C_p$ ,  $C_{pk}$ ,  $C_{pm}$

Finalmente, el **caso (4)** de la figura 15 muestra un proceso "muy capaz" y perfectamente centrado; en este caso  $6\sigma < (LST - LIT)$  y, por tanto,  $C_p > 1$ . Esta es una situación deseable, ya que el objetivo último es hacer que la variabilidad del proceso sea mínima.

Como reflexión final, hemos de decir que el índice de capacidad de un proceso, puede considerarse como un **estimador de la calidad del producto fabricado**, ya que ésta se suele evaluar como concordancia con las especificaciones. Ha de procurarse, por tanto, alcanzar el mayor índice de capacidad posible; lo que se consigue, de una parte, tomando especificaciones

realistas y, de otra, manteniendo un control continuo del proceso según el diagrama básico que se muestra a continuación (figura 17).



**Fig. 17:** Control continuo de proceso. Diagrama básico

## CAPÍTULO 3

# CONTROL DE ACEPTACIÓN

### Introducción

Los objetivos generales del control estadístico de la calidad son dos: control de los procesos de fabricación y control de los productos elaborados. En el primer caso, con el propósito de evitar la aparición de unidades defectuosas; en el segundo, para garantizar que los niveles de calidad se mantienen dentro de valores aceptables. En el capítulo anterior se han comentado los métodos de control de procesos y en éste nos ocuparemos de **control de aceptación**.

Supongamos que un fabricante de piezas mecanizadas desarrolla su actividad siguiendo un proceso "bajo control", de forma que produce, por término medio, un 1 % de unidades defectuosas. Supongamos, igualmente, que un cliente está interesado en la adquisición de lotes de 50.000 unidades; pero sabiendo que un determinado lote, por causas aleatorias, puede contener un porcentaje de piezas defectuosas superior al máximo aceptable, requiere el empleo de un método para comprobar los niveles de calidad reales. Podría, por ejemplo, elegir una muestra de 500 unidades, examinar esta muestra y aceptar el lote completo si aparecen diez piezas defectuosas, como máximo. Al proceder de esta forma, se ha establecido un plan de aceptación por muestreo, cuyo objetivo es garantizar que la calidad de un conjunto de unidades de un producto cualquiera no es inferior a ciertos niveles previamente especificados.

Evidentemente, se podrían tomar muestras de más o menos de 500 unidades, se podrían aceptar lotes con más de diez piezas defectuosas, etc. De la forma de establecer el plan de muestreo y de sus efectos sobre la calidad del producto, trata el conjunto de técnicas de control de aceptación. La existencia de características de calidad del tipo "atributos" y "variables" da lugar a planes de **aceptación** por **atributos** y por **variables**. Como muestra, en estos apuntes, nos limitaremos al estudio del control de aceptación por atributos.

## Establecimiento de un plan de control de aceptación por atributos

Un plan de aceptación por atributos se basa en la obtención de dos números:  $n$  y  $c$ , denominados tamaño muestral y número de aceptación, que representan:  $n$  = número de unidades a evaluar,  $c$  = máximo número de unidades defectuosas permitidas en la muestra examinada. El problema se centra, pues, en la determinación de  $n$  y  $c$ . Veamos un ejemplo.

Supongamos que un fabricante de arandelas sabe que su proceso de fabricación produce una cantidad de unidades defectuosas cuya proporción es:  $p_1 = 0,83 \%$ . Vende sus arandelas en lotes de 5.000 unidades, que serán sometidas a un plan de control de aceptación. El fabricante desea que el plan sea tal que si los lotes contienen, efectivamente, un porcentaje de unidades defectuosas igual o inferior al  $0,83 \%$ , la probabilidad de que el lote en su conjunto sea aceptado alcance, por ejemplo, un valor  $P_1 = 95 \%$ .

Por su parte, el cliente acepta ese porcentaje de unidades defectuosas; sin embargo, desea protegerse contra cualquier posible imprevisto y para ello impone la siguiente condición: si un lote contiene un porcentaje de defectos mayor de  $p_2 = 2,94 \%$ , la probabilidad de aceptarlo debe ser únicamente:  $P_2 = 10 \%$ .

Si llamamos  $x$  la variable aleatoria que representa el número de tornillos defectuosos que aparecen en una muestra de tamaño  $n$ , admitiendo una distribución de Poisson, la probabilidad de que un lote que contiene una proporción  $p$  de unidades defectuosas sea aceptado es:

$$P(x \leq c) = \sum_{x=0}^{x=c} e^{-np} \frac{(np)^x}{x!}$$

Para satisfacer las condiciones del fabricante, habrá de cumplirse:

$$P_1 \leq \sum_{x=0}^{x=c} e^{-np_1} \frac{(np_1)^x}{x!}$$

Para satisfacer las condiciones del cliente, habrá de cumplirse:

$$P_2 \geq \sum_{x=0}^{x=c} e^{-np_2} \frac{(n p_2)^x}{x!}$$

Sustituyendo valores:

$$0.95 \leq \sum_{x=0}^{x=c} e^{-0.0083 n} \frac{(0.0083 n)^x}{x!}$$

$$0.10 \geq \sum_{x=0}^{x=c} e^{-0.0294 n} \frac{(0.0294 n)^x}{x!}$$

Con lo que se obtiene un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:  $n =$  tamaño de la muestra y  $c =$  número máximo de unidades defectuosas aceptables (que corresponde con el límite superior del sumatorio). Este sistema puede resolverse por tanteo, dando valores a  $c$  y calculando  $n$  mediante el uso de una tabla de distribución acumulativa de Poisson (TABLA 2).

**TABLA 2:** Valores medios para obtener las probabilidades acumulativas de Poisson

c	Probabilidades acumulativas					
	0,99	0,95	0,90	0,50	0,10	0,05
0	0,010	0,051	0,105	0,693	2,303	2,996
1	0,149	0,355	0,532	1,678	3,890	4,744
2	0,436	<b>0,818</b>	1,102	2,674	<b>5,322</b>	6,296
3	0,823	1,366	1,745	3,672	6,681	7,754
4	1,279	1,970	2,433	4,671	7,994	9,154
5	1,785	<b>2,613</b>	3,152	5,670	<b>9,275</b>	10,513
6	2,330	3,286	3,895	6,670	10,532	11,842

Tanto el fabricante como el cliente, al establecer unos valores para  $P_1$  y  $P_2$ , están asumiendo un riesgo de rechazar una muestra con menos de  $c$  elementos defectuosos o aceptar una muestra con más de  $c$  elementos defectuosos, respectivamente. Estos riesgos, expresados en tanto por uno, se denominan:  $\alpha = 1 - P_1 / 100$  (riesgo del fabricante) y  $\beta = P_2 / 100$  (riesgo del cliente). Por tanto, para nuestro ejemplo, se tendrá:

$$p_1 = 0.83 \% ; P_1 = 95 \% ; \alpha = 0.05$$

$$p_2 = 2.94 \% ; P_2 = 10 \% ; \beta = 0.10$$

La cantidad esperada de elementos defectuosos en la muestra, para el fabricante, será:  $n p_1$ , mientras que para el comprador será:  $n p_2$ . El cociente entre ambos:

$$R = \frac{p_2}{p_1} = \frac{0.0294}{0.0083} = 3.542$$

Tomando valores de la tabla de distribuciones acumulativas de Poisson, se obtienen los valores  $np$  necesarios para alcanzar la deseada probabilidad de aceptación, para distintos valores de  $c$ . Por ejemplo, para  $c = 2$ , una probabilidad de aceptación de 0,95, implica que el valor  $np$  debe ser 0,818. Para el mismo valor de  $c$  y una probabilidad de aceptación de 0,1, corresponde un valor  $np$  de 5,322. Según esto, para  $c = 2$ ,  $R = 5,322 / 0,818 = 6,5$ . Resulta evidente que  $c = 2$  no daría un plan de muestreo satisfactorio. Probando con otros valores de  $c$ , vemos que para  $c = 5$  se obtiene:  $R = 9,275 / 2,613 = 3,550$ , valor muy próximo al buscado.

Utilizando  $c = 5$ , el tamaño de la muestra en el punto de riesgo del fabricante será:

$$n = \frac{n p \text{ (para probab. de aceptación 0.95)}}{p_1} = \frac{2.613}{0.0083} \approx 315$$

Para este mismo valor de  $c$ , el tamaño de la muestra en el punto de riesgo del cliente será:

$$n = \frac{n p \text{ (para probab. de aceptación 0.10)}}{p_2} = \frac{9.275}{0.0294} \approx 315$$

Por tanto, el plan de muestreo tomará los siguientes valores:  $n = 315$ ,  $c = 5$ .

Como se puede deducir de los resultados, para este ejemplo se han tomado valores que hacen coincidir los cálculos de  $n$  en ambos casos. Un ejemplo más realista, sería aquel en el que se obtuviesen dos valores diferentes del tamaño de la muestra ( $n$ ), eligiendo como resultado final la media de ambos (siempre número entero).

Siguiendo con el ejemplo, supongamos ahora que el cliente modifica sus condiciones, reduciendo su riesgo del 10 % al 5 %. El sistema de ecuaciones sería ahora:

$$0.95 \leq \sum_{x=0}^{x=c} e^{-0.0083 n} \frac{(0.0083 n)^x}{x!}$$

$$0.05 \geq \sum_{x=0}^{x=c} e^{-0.0294 n} \frac{(0.0294 n)^x}{x!}$$

Operando de forma análoga se obtiene:

- \* Para las condiciones de fabricante y cliente:  $R = p_2 / p_1 = 0,0294 / 0,0083 = 3,542$
- \* Para  $c = 6$ :  $R = 11,842 / 3,286 = 3,6$
- \* Tamaño de la muestra según fabricante:  $n = 3,286 / 0,0083 \approx 396$
- \* Tamaño de la muestra según cliente:  $n = 11,842 / 0,0294 \approx 403$
- \* Tamaño de la muestra (media):  $n = 400$

Si en vez de tomar el valor más desfavorable —el correspondiente a las exigencias del cliente— se decidiera tomar como tamaño de la muestra la media, las probabilidades de aceptación para fabricante y cliente variarían ligeramente:

Para el fabricante:

$$P(x = 0) = 0,03615$$

$$P(x = 1) = 0,12002$$

$$P(x = 2) = 0,19923$$

$$P(x = 3) = 0,22048$$

$$P(x = 4) = 0,18300$$

$$P(x = 5) = 0,12512$$

$$P(x = 6) = 0,06724$$

$$\underline{P(x \leq 6) = 0,95124 \rightarrow \alpha = 0,04876}$$

Para el cliente:

$$P(x = 0) = 0,00000781$$

$$P(x = 1) = 0,00009185$$

$$P(x = 2) = 0,00054011$$

$$P(x = 3) = 0,00211723$$

$$P(x = 4) = 0,00622465$$

$$P(x = 5) = 0,01464000$$

$$P(x = 6) = 0,02869500$$

$$\underline{P(x \leq 6) = 0,05231665 \rightarrow \beta = 0,05232}$$

## Curva de eficacia de un plan de muestreo

Una vez determinados los valores  $n$  y  $c$  es posible calcular la probabilidad de aceptación de cualquier lote sometido a inspección en función del número de unidades defectuosas que originalmente posea. Por ejemplo, para un lote de 5000 arandelas, con  $n = 315$  y  $c = 5$ , la probabilidad de que sea aceptado si contiene un 1,59 % de unidades defectuosas se podrá determinar como seguidamente se muestra:  $np = 315 \cdot 0,0159 \approx 5$ , por tanto las probabilidades podrán tomarse directamente de una tabla de distribución de Poisson:

$$P(x = 0) = 0,0067$$

$$P(x = 1) = 0,0337$$

$$P(x = 2) = 0,0842$$

$$P(x = 3) = 0,1404$$

$$P(x = 4) = 0,1755$$

$$P(x = 5) = 0,1755$$

$$\underline{P(x \leq 5) = 0,6160}$$

Es decir, se aceptarán el 61,6 % de los lotes que lleven un porcentaje menor o igual al 1,59 % de arandelas defectuosas. Siguiendo este procedimiento, es posible construir una tabla en la que figuren distintas calidades de los lotes y sus probabilidades de aceptación correspondiente. Para el ejemplo citado, dando valores a  $p$  (calidades entrantes) se obtienen diferentes resultados de  $P_a$  (probabilidades de aceptación). TABLA 3.

TABLA 3

n	p	np	$P_a$
315	0,0057	1,80	0,990
315	0,0082	2,60	0,951
315	0,0098	3,10	0,906
315	0,0133	4,20	0,753
315	0,0178	5,60	0,512
315	0,0235	7,40	0,253
315	0,0292	9,20	0,104
315	0,0330	10,40	0,053
315	0,0413	13,00	0,011

Representando los valores obtenidos en un diagrama cartesiano, se obtiene la curva característica o de eficacia del plan de muestreo (Figura 18). Evidentemente, la curva debe pasar por los puntos (0,100) y (100,0), así como por los puntos impuestos por el fabricante y cliente:  $(p_1, P_1)$  y  $(p_2, P_2)$ .



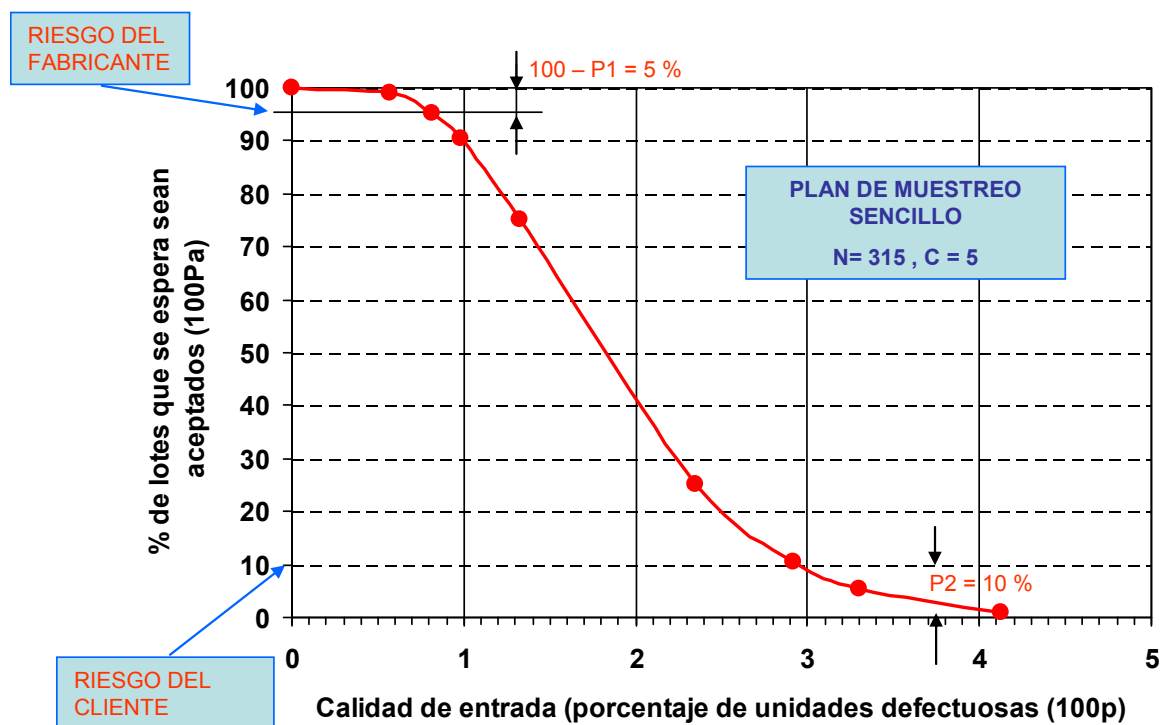


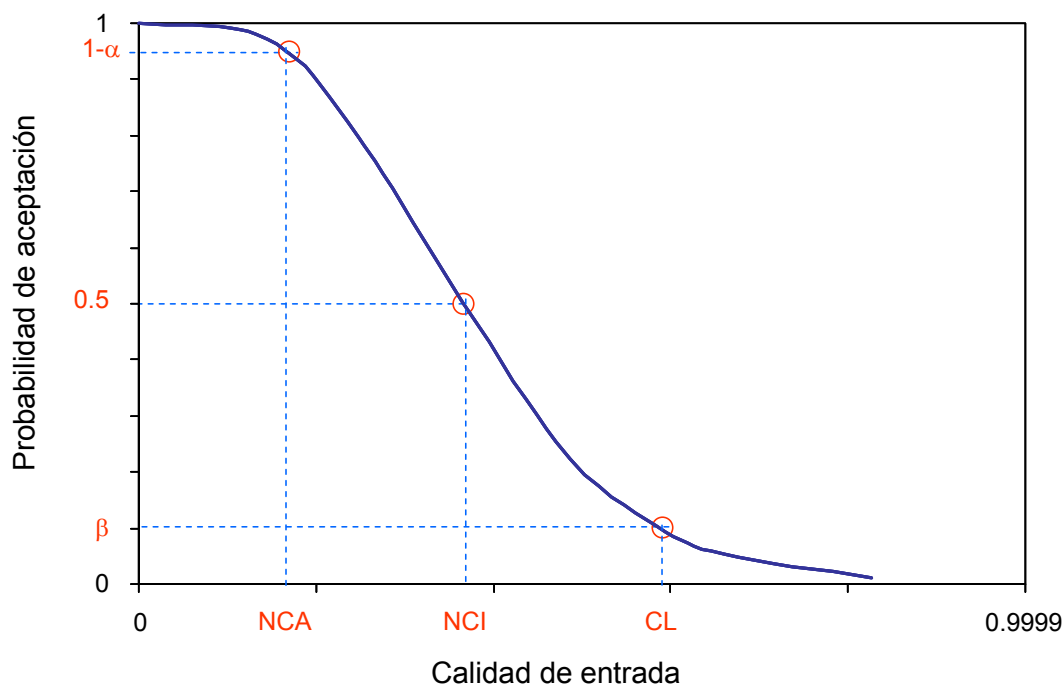
Fig. 18: Curva característica

Hemos de resaltar que, hasta ahora, en los cálculos realizados no se ha tenido en cuenta el tamaño del lote. Ello es debido a que se supone que el porcentaje defectuoso real en el lote es el mismo que el de la población de la cual se ha obtenido la muestra.

Una vez construida la curva característica se pueden conocer los riesgos de aceptación y rechazo inherentes a un determinado plan. En la práctica, no es necesario acudir a procedimientos tan engorrosos para determinar  $n$  y  $c$ , pues las soluciones posibles para distintos valores  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $\alpha$  y  $\beta$  se encuentran tabuladas. Una opción es, por ejemplo, fijar los valores de  $p_1$  y  $\alpha$  y tabular todos los posibles resultados que se obtengan para  $p_2$  y  $\beta$ .

### Puntos representativos de una curva característica

La fijación de un plan de muestro y la obtención de una curva característica es simplemente un primer paso, puesto que, además, cliente y fabricante deberán establecer ciertas condiciones de inspección. Y ello basándose en algún punto representativo de la curva característica (Figura 19):



**Fig. 19:** Puntos significativos de la curva característica

\* **Nivel de Calidad Aceptable (NCA) o Acceptable Quality Level (AQL).** Probablemente el punto más representativo de un plan de muestreo, que se define como el porcentaje máximo de unidades defectuosas alcanzable para considerar aceptable el lote. Por lo general, este nivel es tal que la probabilidad de aceptación de lotes con valores iguales o inferiores a ese porcentaje de unidades defectuosas es de 0,95. El NCA debe ser fijado de común acuerdo entre cliente y fabricante, siempre que ninguno de los dos pueda imponer su propio criterio.

\* **Calidad Límite (CL) o Limiting Quality Level (LQL),** también llamado **Porcentaje Defectuoso Tolerable en el Lote (PDTL) o Lot Tolerance Percent Defective (LTPD).** Se define como el máximo porcentaje de unidades defectuosas que un cliente está dispuesto a admitir en un lote. Es la misma idea expresada para el NCA, pero en términos de inaceptabilidad de lote. El plan de muestreo ha de ser tal que la probabilidad de aceptar lotes con un nivel igual al CL establecido debe ser de 0,1.

\* **Punto de Riesgo Compartido (PRC) o Nivel de Calidad Indiferente (NCI).** Se define como el porcentaje de unidades defectuosas que se acepta con una probabilidad de 0,5.

## Propiedades de la curva característica

A continuación se analizan algunas de las propiedades de las curvas características, poniendo de manifiesto las variaciones que éstas sufren cuando se modifican los dos parámetros más significativos: tamaño de la muestra ( $n$ ) y número de aceptación ( $c$ ).

Variación del tamaño de la muestra: cuando el tamaño de la muestra se incrementa, tendiendo al tamaño del lote, la curva característica se aproxima a la del plan ideal. La figura 20 muestra gráficamente los resultados obtenidos para tamaños muestrales  $n_1 = 415$  y  $n_2 = 215$ , además de los ya calculados para  $n_0 = 315$ . La TABLA 4 contiene los valores obtenidos para  $c = 5$ .

Tomando como referencia los valores de NCA y CL que se indican en la figura, se observa que el riesgo del cliente, lógicamente, disminuye a medida que aumenta el tamaño de la muestra, es decir:  $\beta_1 < \beta_0 < \beta_3$ . Por el contrario, el riesgo del fabricante se incrementa a medida que aumenta el tamaño de la muestra, es decir:  $\alpha_1 > \alpha_0 > \alpha_2$ ; sin embargo, este riesgo —el del fabricante— se incrementa en menor proporción.

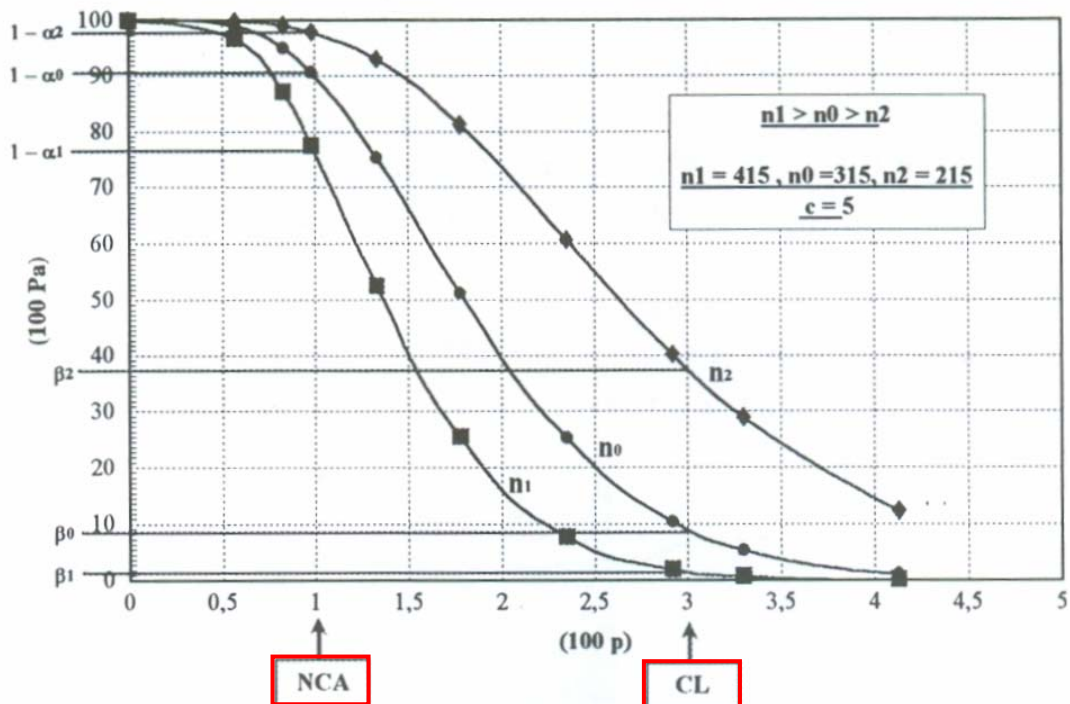


Fig. 20: Curvas características (I)

TABLA 4

$n_1$	$p$	$n_1 \cdot p$	$Pa$	$n_2$	$p$	$n_2 \cdot p$	$Pa$
415	0,0057	2,365	0,966	215	0,0057	1,225	0,998
415	0,0082	3,403	0,870	215	0,0082	1,763	0,991
415	0,0098	4,067	0,775	215	0,0098	2,107	0,979
415	0,0133	5,520	0,525	215	0,0133	2,860	0,930
415	0,0178	7,387	0,254	215	0,0178	3,827	0,812
415	0,0235	9,752	0,077	215	0,0235	5,053	0,607
415	0,0292	12,118	0,019	215	0,0292	6,278	0,402
415	0,0330	13,695	0,007	215	0,0330	7,095	0,289
415	0,0413	17,140	0,001	215	0,0413	8,880	0,123

Variación del número de aceptación: La figura 21 muestra las curvas características correspondientes a tres planes de muestreo, en los que se ha mantenido constante el tamaño de la muestra ( $n = 315$ ) y se ha variado el número de aceptación:  $c_1 = 1$ ,  $c_0 = 5$ ,  $c_2 = 9$ . Tomando como referencia los valores que se indican para NCA y CL, se observa cómo a medida que el número de aceptación crece disminuye el riesgo del fabricante y se incrementa el del cliente. Por el contrario, cuando  $n$  decrece se incrementa muy considerablemente el riesgo del fabricante y disminuye el del cliente. Para los datos del ejemplo (TABLA 5), se obtienen los siguientes valores de  $\alpha$  y  $\beta$  :

$$\alpha_1 \approx 0,82, \alpha_0 \approx 0,10, \alpha_2 \approx 0,00$$

$$\beta_1 \approx 0,00, \beta_0 \approx 0,09, \beta_2 \approx 0,53$$

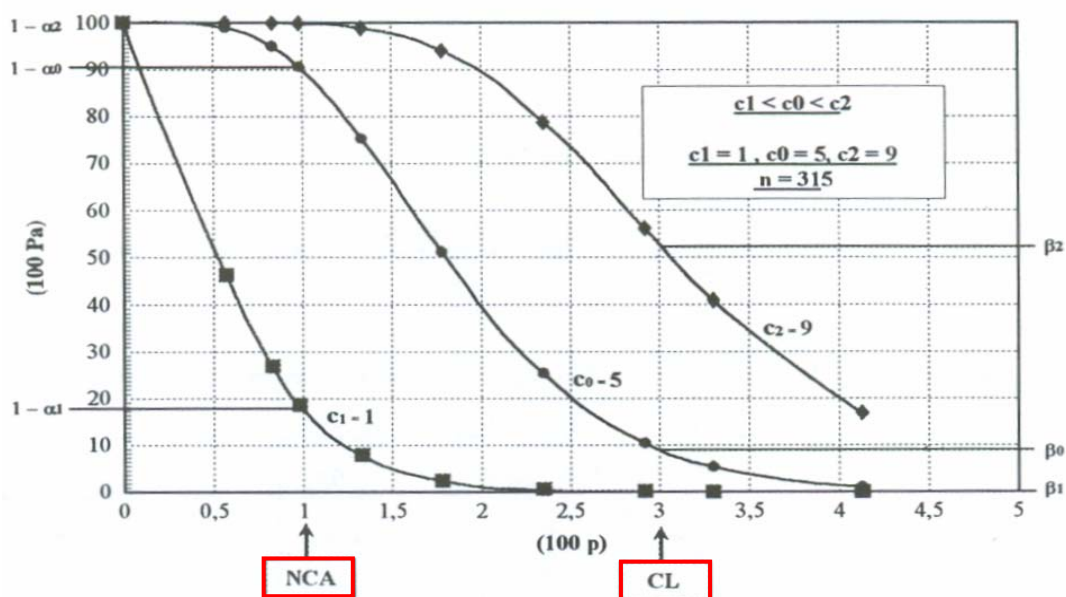


Fig. 21: Curvas características (II)

TABLA 5

n	p	np	Pa		
			para c = 1	para c = 5	para c = 9
315	0,0057	1,80	0,463	0,990	1,000
315	0,0082	2,60	0,267	0,951	1,000
315	0,0098	3,10	0,185	0,906	0,999
315	0,0133	4,20	0,078	0,753	0,989
315	0,0178	5,60	0,024	0,512	0,941
315	0,0235	7,40	0,005	0,253	0,788
315	0,0292	9,20	0,001	0,104	0,561
315	0,0330	10,40	0,000	0,053	0,409
315	0,0413	13,00	0,000	0,011	0,168

### Procedimientos de muestreo.

Como se desprende de lo visto hasta ahora, un plan de muestreo ideal sería aquel que hiciese mínimos los riesgos del cliente y del fabricante, incluso que fuesen nulos. Sin embargo, esta situación no es ni posible ni razonable bajo consideraciones económicas, lo cual obliga a adoptar algún criterio de aceptación, esto es: determinar el **porcentaje de unidades defectuosas que puede tolerarse** en un plan de muestreo. En principio, parecería lógico utilizar exclusivamente el NCA como criterio de selección, sin embargo, pueden existir circunstancias económicas o de otro tipo que aconsejen otros planteamientos.

En todos los casos, los procedimientos de aceptación están basados en los puntos representativos de la curva característica del plan de muestreo, los más utilizados son:

- \* **MIL-STD-105-D**, basado en el NCA.
- \* **DODGE-ROMING**, basado en la CL
- \* **PHILIPS-GLOELAMPERVERKE**, basado en el NCI

Seguidamente se analizará el primero, ya que es el más difundido y aceptado.

## Procedimiento de aceptación por muestreo MIL-STD-105-D

Este procedimiento se ha convertido en el más usado en todos los sectores industriales, probablemente debido a que es el que utiliza el gobierno de los EE.UU. al realizar sus compras, pero también gracias a que los planes de muestreo son fáciles de seleccionar, aplicar e interpretar.

La aceptación basada en muestreos estadísticos figuró por primera vez en el Departamento de Suministros del Ejército de los EE.UU. durante la segunda guerra mundial. Los procedimientos de aceptación fueron diseñados por un conjunto de civiles expertos en estadística y de ingenieros creado al efecto, que procedía en su mayoría de la empresa **Bell Telephone** y de la **Universidad de Columbia**. Inicialmente, ejército y fuerzas navales disponían de procedimientos diferentes. Cuando se integraron en un mismo ministerio (1949), ambos adoptaron como procedimiento de aceptación el que venía utilizando las fuerzas navales, denominado JAN-ATD-105. Un año después se revisa dicho procedimiento, dando lugar al MIL-STD-105-A. Revisiones posteriores han generado los procedimientos denominados MIL-STD-105-B, MIL-STD-105-C y MIL-STD-105-D. Éste último fue adoptado como *standard* por un grupo de trabajo formado por representantes de EE.UU., Gran Bretaña y Canadá, por eso también es conocido como *standard ABC* (América, Gran Bretaña, Canadá) o ABC-STD-105. Las normas ISO españolas están basadas en la MIL-STD-105-D, siendo su equivalente la ISO 2859-1:1999, a su vez equivalente a la española **UNE 66020-1**.

### Estructura del procedimiento de aceptación por muestreo MIL-STD-105-D.

Seguidamente se muestra la estructura de este procedimiento. A continuación se comentan aquellos aspectos más relevantes del mismo. Finalmente, se incluye la resolución de varios ejemplos, para lo cual es necesario utilizar las tablas contenidas en la norma **UNE 66020-1**

- 1.- **CAMPO DE APLICACIÓN**
  - 1.1.- PROPÓSITO
  - 1.2.- APLICACIÓN
  - 1.3.- INSPECCIÓN

- 1.4.- INSPECCIÓN POR ATRIBUTOS
- 1.5.- UNIDAD DE PRODUCTO
- 2.- CLASIFICACIÓN DE DEFECTOS Y DE UNIDADES DEFECTUOSAS**
  - 2.1.- MÉTODO DE CLASIFICAR LOS DEFECTOS
    - 2.1.1.- DEFECTO CRÍTICO
    - 2.1.2.- DEFECTO PRINCIPAL
    - 2.1.3.- DEFECTO SECUNDARIO
  - 2.2.- MÉTODO DE CLASIFICAR LAS UNIDADES DEFECTUOSAS
    - 2.2.1.- UNIDAD DEFECTUOSA CRÍTICA
    - 2.2.2.- UNIDAD DEFECTUOSA PRINCIPAL
    - 2.2.3.- UNIDAD DEFECTUOSA SECUNDARIA
- 3.- PORCENTAJE DE DEFECTOS Y NÚMERO DE DEFECTOS POR CADA CIENTO UNIDADES**
  - 3.1.- EXPRESIÓN DE DISCONFORMIDAD
  - 3.2.- PORCENTAJE DE UNIDADES DEFECTUOSAS
  - 3.3.- DEFECTOS DE CADA CIENTO UNIDADES
- 4.- NIVEL DE CALIDAD ACEPTABLE [(NCA) (AQL)]**
  - 4.1.- EMPLEO
  - 4.2.- DEFINICIÓN
  - 4.3.- ADVERTENCIA SOBRE EL SIGNIFICADO DEL (NCA), (AQL)
  - 4.4.- LIMITACIÓN
  - 4.5.- ESTABLECIMIENTO DE LOS (NCA) (AQL)
  - 4.6.- (NCA's) (AQL's) PREFERENTES
- 5.- PRESENTACIÓN DEL PRODUCTO**
  - 5.1.- LOTE O PARTIDA
  - 5.2.- FORMACIÓN DE LOTES O PARTIDAS
  - 5.3.- MAGNITUD DEL LOTE O PARTIDA
  - 5.4.- PRESENTACIÓN DE LOS LOTES O PARTIDAS
- 6.- ACEPTACIÓN Y RECHAZO**
  - 6.1.- ACEPTABILIDAD DE LOTES O PARTIDAS
  - 6.2.- UNIDADES DEFECTUOSAS
  - 6.3.- EXCEPCIÓN ESPECIAL PARA LOS DEFECTOS CRÍTICOS
  - 6.4.- PRESENTACIÓN REITERADA DE LOTES O PARTIDAS
- 7.- EXTRACTO DE MUESTRAS**
  - 7.1.- MUESTRA
  - 7.2.- MUESTREO REPRESENTATIVO
  - 7.3.- MOMENTO DE EFECTUAR EL MUESTREO
  - 7.4.- MUESTREO DOBLE O MÚLTIPLE
- 8.- INSPECCIÓN NORMAL, RIGUROSA Y REDUCIDA**
  - 8.1.- COMIENZO DE LA INSPECCIÓN
  - 8.2.- CONTINUACIÓN DE LA INSPECCIÓN
  - 8.3.- CRITERIOS PARA CAMBIAR DE INSPECCIÓN
    - 8.3.1.- DE NORMAL A RIGUROSA
    - 8.3.2.- DE RIGUROSA A NORMAL
    - 8.3.3.- DE NORMAL A REDUCIDA
    - 8.3.4.- DE REDUCIDA A NORMAL
  - 8.4.- CESE DE LA INSPECCIÓN

- 9.- **PLANES DE MUESTREO**
  - 9.1.- PLAN DE MUESTREO
  - 9.2.- NIVEL DE INSPECCIÓN
  - 9.3.- LETRAS-CÓDIGO
  - 9.4.- FORMALIZACIÓN DE UN PLAN DE MUESTREO
  - 9.5.- TIPOS DE PLANES DE MUESTREO
- 10.- **DETERMINACIÓN DE LA ACEPTABILIDAD**
  - 10.1.- INSPECCIÓN DEL PORCENTAJE DE ELEMENTOS DEFECTUOSOS
    - 10.1.1.- PLAN DE MUESTREO SIMPLE
    - 10.1.2.- PLAN DE MUESTREO DOBLE
    - 10.1.3.- PLAN DE MUESTREO MÚLTIPLE
    - 10.1.4.- PROCEDIMIENTO ESPECIAL PARA INSPECCIÓN REDUCIDA
  - 10.2.- INSPECCIÓN DE DEFECTOS POR CADA 100 UNIDADES
- 11.- **INFORMACIÓN SUPLEMENTARIA**
  - 11.1.- CURVAS CARACTERÍSTICAS DE OPERACIÓN
  - 11.2.- PROMEDIO DEL PROCESO
  - 11.3.- CALIDAD DE SALIDA MEDIA [(CSM), (AOQ)]
  - 11.4.- LÍMITE DE CALIDAD DE SALIDA MEDIA [(LCSM), (AOQL)]
  - 11.5.- CURVAS DE MAGNITUD MUESTRAL MEDIA
  - 11.6.- PROTECCIÓN DE LA CALIDAD LÍMITE

**Campo de aplicación:** se describen los casos en los que la norma puede ser aplicada: productos terminados, materias primas, operaciones de fabricación, productos almacenados, operaciones de mantenimiento, datos, informes, procedimientos administrativos, etc. La relación no es exhaustiva ni restrictiva, aunque su uso más generalizado es en la aceptación de lotes procedentes de proveedores. Únicamente deberá tenerse en cuenta que es de aplicación sólo a la inspección por atributos y para elementos que puedan ser agrupados por lotes.

**Clasificación de defectos y de unidades defectuosas:** la norma define como defecto: *"toda disconformidad de la unidad de producto con respecto a los requisitos o exigencias establecidos"*. Lógicamente, no todos los defectos tienen la misma importancia, por eso la norma establece tres grupos: **Defecto crítico:** *"aquel que según la razón y la experiencia conduce a condiciones arriesgadas o inseguras para aquellos que utilicen, mantengan o dependan del producto considerado"* o también *"aquel que puede llegar a impedir la realización de la función última de un producto final del que forma parte éste"*. **Defecto principal:** *"aquel que sin ser crítico puede ocasionar un fallo o avería o de reducir sustancialmente la idoneidad y utilidad del producto para la finalidad propuesta"*. **Defecto secundario:** *"aquel que no reduce*



*sensiblemente la utilidad del producto para el fin que está propuesto*". Las unidades que contengan uno o más defectos de cualquier tipo serán consideradas unidades defectuosas críticas, principales o secundarias.

Porcentaje de defectos / número de defectos: la disconformidad de un producto se puede expresar en términos de porcentaje de unidades defectuosas o por el número de defectos en cada cien unidades.

Nivel de calidad aceptable: ya ha sido definido a lo largo de este tema: *"porcentaje máximo de unidades defectuosas (o número máximo de defectos en cien unidades) alcanzable por la media del proceso para que sea considerado satisfactorio"*. Las tablas de la norma MIL-STD-105-D contemplan valores comprendidos entre 0,010 y 1000 para el NCA.

Presentación del producto: se define en este punto el concepto de **lote** o **partida**, bajo el punto de vista de la inspección: *"conjunto de unidades del cual se va a extraer la muestra y que va a ser aceptado o rechazado en su totalidad"*.

Aceptación y rechazo: la norma establece el derecho a rechazar cualquier unidad defectuosa observada, forme o no parte de la muestra y con independencia de la aceptación o rechazo del lote. Autoriza al cliente a exigir la inspección del lote completo si aparecieran defectos críticos y obliga a la inspección rectificante.

Extracción de muestras: define muestra como: *"una o más unidades del producto extraídas de un lote o partida al azar, sin atender a su calidad"*. Contempla la posibilidad de extraer las muestras una vez conformado el lote o durante el proceso de formación del mismo.

Tipos de inspección: la norma establece tres tipos de inspección, que llama: **normal, rigurosa y reducida** y cuya diferencia esencial estriba en los riesgos que asumen fabricante y cliente. Sugiere comenzar por la inspección normal (aunque podría comenzarse con otra, siempre que fuese atendiendo a razones objetivas), manteniendo el tipo inicial siempre que no se produzcan ciertos resultados en la inspección que, siguiendo criterios de la norma, obligan a un cambio: de normal a rigurosa, de normal a reducida, etc.

**Niveles de inspección:** el nivel de inspección determina la relación existente entre el tamaño del lote y el de la muestra, es decir, el cociente  $n/N$ . La norma contiene siete niveles, tres para usos generales (I, II y III) y cuatro para usos especiales (S-1, S-2, S-3, y S-4), de utilidad estos últimos cuando sean necesarias magnitudes de muestra relativamente pequeñas y puedan o deban tolerarse grandes riesgos de muestreo. Si para el nivel de inspección general II se verifica:  $x = n/N$ ; para el nivel I:  $x/2 \approx n/N$ , y para el nivel III:  $2x \approx n/N$ . Es decir, el nivel II emplea un tamaño muestral doble que el I, y el nivel III doble que el II.

**Planes de muestreo:** hasta ahora, únicamente se ha hecho referencia a planes de muestreo simples: aquellos donde se toma una muestra de tamaño  $n$  perteneciente a un lote  $N$ , determinándose un número de unidades defectuosas  $d$  y comparando éstas con un número de aceptación  $c$ . Si  $d \leq c$  se acepta el lote; si  $d > c$  se rechaza. Pues bien, la norma, además de éstos, contempla planes de muestreo dobles, triples, etc., en general múltiples. Por ejemplo, en un plan de muestreo doble existen tres opciones de decisión diferentes y dos niveles de toma de muestras (fig. 22). Las opciones son: (a) aceptar el lote, (b) rechazar el lote, (c) pasar a un segundo nivel. En el primer nivel se tomará una muestra de tamaño  $n_1$  del lote  $N$ , se inspeccionará esta muestra y si el número de unidades defectuosas  $d_1$  resulta igual o inferior al número de aceptación  $Ac_1$ , se acepta; si es igual o superior al número de rechazo inicial  $Re_1$ , se rechaza, y si está comprendido entre los dos  $Ac_1 < d_1 < Re_1$ , se toma una segunda muestra  $n_2$ , observando las unidades defectuosas  $d_2$  (nótese que hemos sustituido la letra  $c$ , para designar el número máximo de unidades defectuosas en la muestra, por  $Ac$ , utilizando la misma nomenclatura que emplea la norma MIL-STD-105-D. Por otra parte, hasta ahora habíamos supuesto que el número de rechazo  $Re$  era igual a  $c + 1$ ; sin embargo, para muestreos múltiples  $Re \neq (Ac + 1)$ . Si  $d_1 + d_2$  es menor o igual que  $Ac_2$ , el lote se acepta; si  $d_1 + d_2$  es mayor o igual que  $Re_2$ , el lote se rechaza.

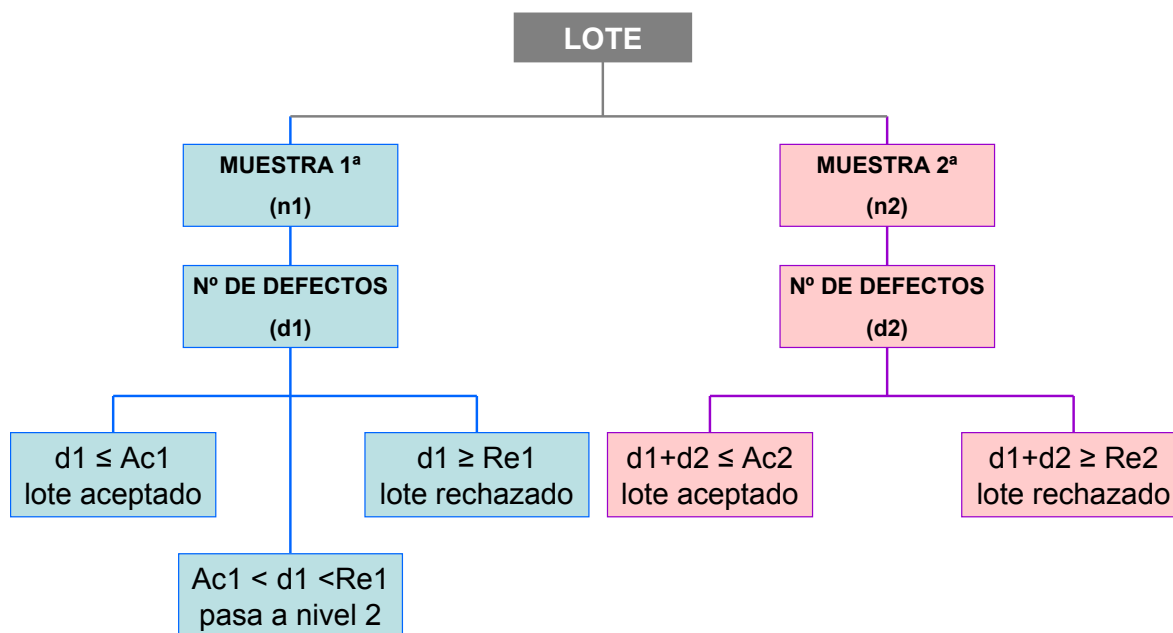


Fig. 22 Plan de muestreo doble

Lógicamente, este procedimiento no tiene por qué limitarse a dos etapas. La norma establece planes simples, dobles y múltiples, en los que puede ser necesario extraer hasta siete muestras. Evidentemente un muestreo múltiple tiene mayor complicación, luego cabe preguntarse cuál es su razón de ser. En primer lugar existe un factor psicológico, ya que parece dar una *segunda oportunidad* al fabricante, aunque únicamente lo parece porque en realidad los riesgos de fabricante y comprador son equiparables sea cual sea el plan. En segundo lugar, para algunos casos, se consigue un ahorro en la inspección; para lotes "muy buenos" o "muy malos" se produce la aceptación o rechazo en el primer nivel de inspección, empleando tamaños de submuestras inferiores a los que corresponderían a planes simples; sin embargo, si la calidad es intermedia, como el tamaño muestral acumulado del muestreo doble o múltiple es mayor que la muestra simple, el coste de la inspección será mayor.

**Ejemplo 1.-** Establecer un plan de muestreo de aceptación por lotes de tornillos, cada uno de los cuales se clasifica como correcto o defectuoso, según cumpla o no las especificaciones técnicas establecidas. Son datos:

- \* Tamaño del lote: **N = 15000**
- \* Nivel de inspección: **general II** (como aconseja la norma)
- \* Tipo de muestreo: **simple**
- \* NCA: **1,0 %**
- \* Tipo de inspección: **normal** (como aconseja la norma)

(a) Elección de la letra-código para la magnitud muestral (TABLA 1 – UNE 66020-1).

*Para  $10.001 \leq N \leq 35.000$  y Nivel de inspección II, corresponde letra-código: M*

(b) Determinación del tamaño muestral (TABLA 2A – UNE 66020-1).

*Para letra-código M, corresponde tamaño muestral  $n = 315$*

(c) Números de aceptación y rechazo (TABLA 2A – UNE 66020-1).

*Para tamaño muestral  $n = 315$  y NCA = 1,0 %, corresponde:  $Ac = 7$ ,  $Re = 8$*

*El plan de control de aceptación será: seleccionar y examinar una muestra aleatoria de 315 tornillos, tomada de un lote de 15.000. Si aparecen 7 o menos de 7 tornillos defectuosos, aceptar el lote. Si aparecen 8 o más de 8 tornillos defectuosos, rechazar el lote.*

**Ejemplo 2.-** Establecer un plan de muestreo de aceptación por lotes con idénticas características al descrito en el ejemplo 1, excepto su NCA, que ahora es de 0,1 %.

(a) Elección de la letra-código para la magnitud muestral (TABLA 1 – UNE 66020-1).

*Igual que en el ejemplo 1: para  $10.001 \leq N \leq 35.000$  y Nivel de inspección II, corresponde letra-código: M*

(b) Determinación del tamaño muestral (TABLA 2A – UNE 66020-1).

*Igual que en el ejemplo 1: para letra-código M, corresponde tamaño muestral  $n = 315$*

(c) Números de aceptación y rechazo (TABLA 2A – UNE 66020-1).

*Para tamaño muestral  $n = 315$  y NCA = 0,1 %, no aparecen dos números como en el caso anterior, sino una flecha apuntando hacia abajo. En este caso, siguiendo las instrucciones que figuran en la propia tabla, deberá elegirse el primer plan de muestreo debajo de la flecha, es decir:  $n = 500$ ,  $Ac = 1$ ,  $Re = 2$ .*

**Ejemplo 3.-** Determinar la probabilidad de aceptación de un lote correspondiente al ejemplo 1, con 222 unidades defectuosas.

(a) Porcentaje de unidades defectuosas en el lote:

$$p = 222 / 15000 = 1,48 \%$$

(b) Probabilidad de aceptación:

*Para letra-código M y NCA = 1,0 %, corresponde n = 315 y AC = 7, luego:*

$$P(x \leq 7) = \sum_{x=0}^{x=7} e^{-315 \cdot 0.0148} \frac{(315 \cdot 0.0148)^x}{x!} = 0.9$$

*Este valor se podría conocer sin cálculos, si previamente se hubiese construido la curva característica del plan. Ahora bien, esta curva y los datos utilizados para su construcción figuran en la TABLA 10-M de la norma UNE 66020-1, donde puede verse que para un NCA = 1,0 % y un porcentaje de defectos del 1,48 % corresponde una Pa = 90 %.*

**Ejemplo 4.-** Establecer un plan de muestreo de aceptación por lotes, con idénticas características al descrito en el ejemplo 1, excepto su nivel de inspección, que ahora es: nivel **general I**. Determinar la probabilidad de aceptación si el lote cumple exactamente el NCA y compararlo con el nivel II.

(a) Elección de la letra-código para la magnitud muestral (TABLA 1 – UNE 66020-1).

*Para  $10.001 \leq N \leq 35.000$  y Nivel de inspección I, corresponde letra-código: K*

(b) Determinación del tamaño muestral (TABLA 2A – UNE 66020-1).

*Para letra-código K, corresponde tamaño muestral n = 125*

(c) Números de aceptación y rechazo (TABLA 2A – UNE 66020-1).

*Para tamaño muestral n = 125 y NCA = 1,0 %, corresponde: Ac = 3, Re = 4*

(d) Probabilidad de aceptación nivel I, plan K:

$$P(x \leq 3) = \sum_{x=0}^{x=3} e^{-125 \cdot 0.01} \frac{(125 \cdot 0.01)^x}{x!} = 0.96$$

(e) Probabilidad de aceptación nivel II, plan M:

$$P(x \leq 7) = \sum_{x=0}^{x=7} e^{-315 \cdot 0.01} \frac{(315 \cdot 0.01)^x}{x!} = 0.98$$

*Por tanto, para lotes que cumplan el NCA, el riesgo de rechazo es ligeramente menor con el plan que exige mayor tamaño muestral. El riesgo del fabricante es menor a medida que aumenta el tamaño muestral.*

**Ejemplo 5.-** Analizar los planes K y M anteriores cuando el lote llega con un 4,0 % de unidades defectuosas.

(a) Probabilidad de aceptación nivel I, plan K,  $p = 0,04$ :

$$P(x \leq 3) = \sum_{x=0}^{x=3} e^{-125 \cdot 0.04} \frac{(125 \cdot 0.04)^x}{x!} = 0.265$$

(e) Probabilidad de aceptación nivel II, plan M,  $p = 0,04$ :

$$P(x \leq 7) = \sum_{x=0}^{x=7} e^{-315 \cdot 0.04} \frac{(315 \cdot 0.04)^x}{x!} = 0.066$$

*Si los lotes son "malos" la probabilidad de aceptación con el plan K es del 26,5 %, mientras que la del plan M es del 6,6 %. Para este ejemplo, la relación entre las probabilidades de aceptación es de 4:1, lo cual significa que el riesgo del cliente se incrementa en la misma proporción. Las TABLAS 10-K y 10-M de la norma UNE 66020-1 contienen los datos necesarios para obtener los valores anteriormente calculados.*

**Ejemplo 6.-** Con los datos del ejemplo 1, establecer un plan de muestreo doble.

(a) Elección de la letra-código para la magnitud muestral (TABLA 1 – UNE 66020-1).

*Igual que en el ejemplo 1: para  $10.001 \leq N \leq 35.000$  y Nivel de inspección II, corresponde letra-código: M*

(b) Determinación del tamaño muestral (TABLA 3A – UNE 66020-1).

*Para letra-código M, corresponden dos tamaños muestrales:  $n_1 = 200$  y  $n_2 = 200$*

(c) Números de aceptación y rechazo (TABLA 3A – UNE 66020-1).

*Para tamaño muestral  $n_1 = 200$  y NCA = 1,0 %, corresponde:  $Ac_1 = 3$ ,  $Re_1 = 6$   
Para tamaño muestral  $n_2 = 200$  y NCA = 1,0 %, corresponde:  $Ac_2 = 9$ ,  $Re_2 = 10$*

*Se observa, como se ha dicho anteriormente, que los lotes "muy buenos" o "muy malos" serán aceptados o rechazados en el primer nivel de inspección, con una submuestra de tamaño 200 —sensiblemente inferior al del muestreo simple que era de 315—. Por el contrario, para lotes de calidad intermedia el tamaño muestral acumulado es de 400.*

**Ejemplo 7.-** Para el citado lote de 15.000 tornillos, al que se exige un NCA = 1,0 %, se tiene establecido un plan simple, inspección normal, nivel II. Se sabe que para este plan corresponde una letra-código M, un tamaño muestral  $n = 315$  y unos números de aceptación y rechazo  $Ac = 7$ ,  $Re = 8$ . Durante la inspección se han rechazado dos lotes consecutivos, lo cual obliga a implantar una inspección rigurosa. Determinar el nuevo plan de muestreo y comentar las diferencias con la inspección normal.

(a) Elección de la letra-código para la magnitud muestral (TABLA 1 – UNE 66020-1).

*La letra-código no ha variado, puesto que el tamaño del lote y el nivel de inspección permanecen constantes: letra-código = M*

(b) Determinación del tamaño muestral (TABLA 2-B – UNE 66020-1).

*Para letra-código M, corresponde un tamaño muestral:  $n = 315$  (el tamaño muestral es igual que para el plan simple)*

(c) Números de aceptación y rechazo (TABLA 2-B – UNE 66020-1).

*Para tamaño muestral  $n = 315$  y NCA = 1,0 %, corresponde  $Ac = 5$ ,  $Re = 6$*

(d) Diferencia entre inspección normal y rigurosa para lote con 1,48 % de unidades defectuosas.

$$P(x \leq 5) = \sum_{x=0}^{x=5} e^{-315 \cdot 0.0148} \frac{(315 \cdot 0.0148)^x}{x!} = 0.67$$

*El paso de inspección normal a rigurosa supone una penalización para el fabricante, ya que la probabilidad de aceptación para inspección normal —con un 1,48 % de unidades defectuosas— era del 90 %.*