



UNIVERSIDAD
NEBRIJA

IME 108 – CÁLCULO, DISEÑO Y ENSAYO DE MÁQUINAS

1

TEMA 5.

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

TEMA 5.

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

1. INTRODUCCIÓN
2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA
3. SUJETADORES ROSCADOS
4. RIGIDEZ DEL SUJETADOR
5. JUNTAS CON EMPAQUETADURA
6. PRECARGA DE PERNOS. CARGA ESTÁTICA.
7. PRECARGA DE PERNOS. CARGA DINÁMICA.
8. RESISTENCIA DEL PERNO
9. CÓMO EVITAR EL AFLOJAMIENTO
10. DISTRIBUCIÓN DE CARGAS
11. HUSILLOS A BOLAS

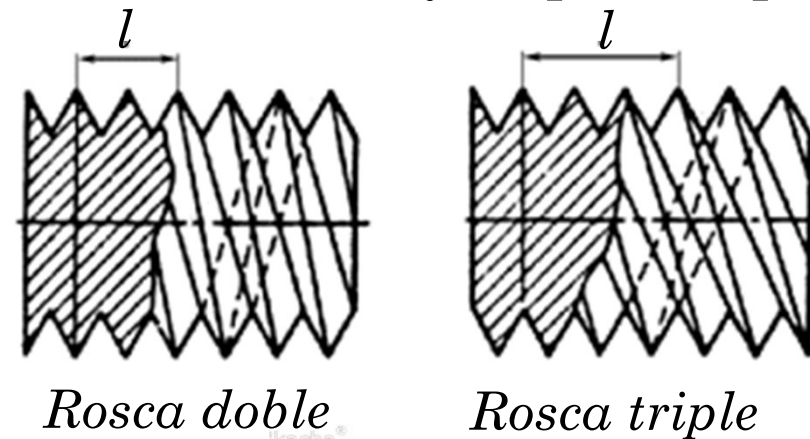
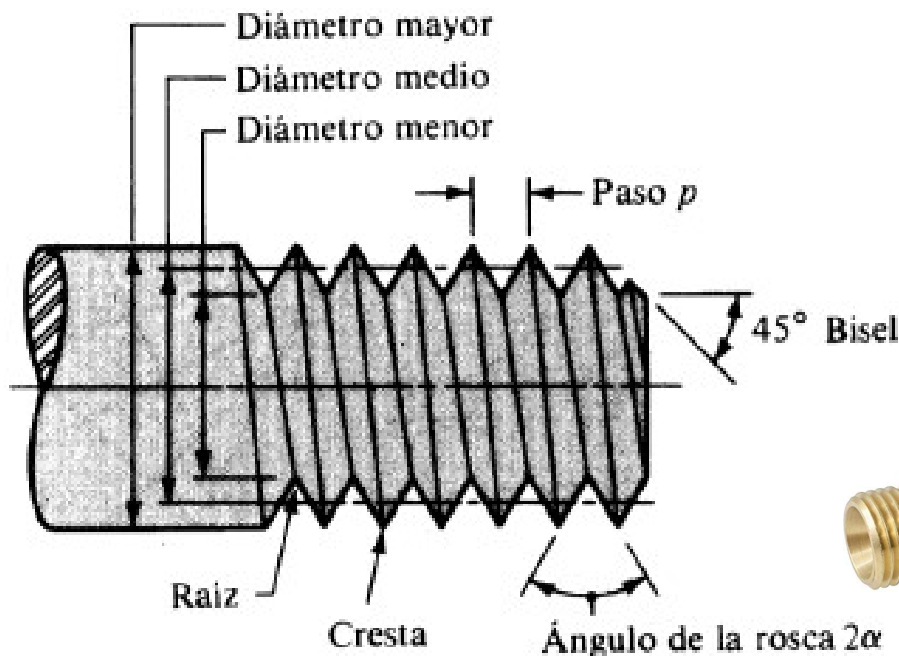
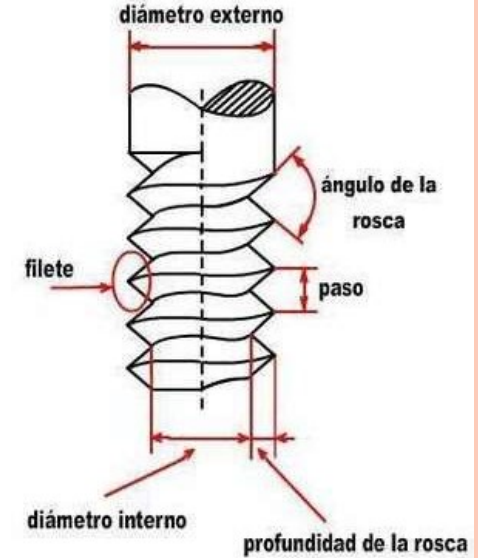


CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

1. INTRODUCCIÓN

○ Nomenclatura

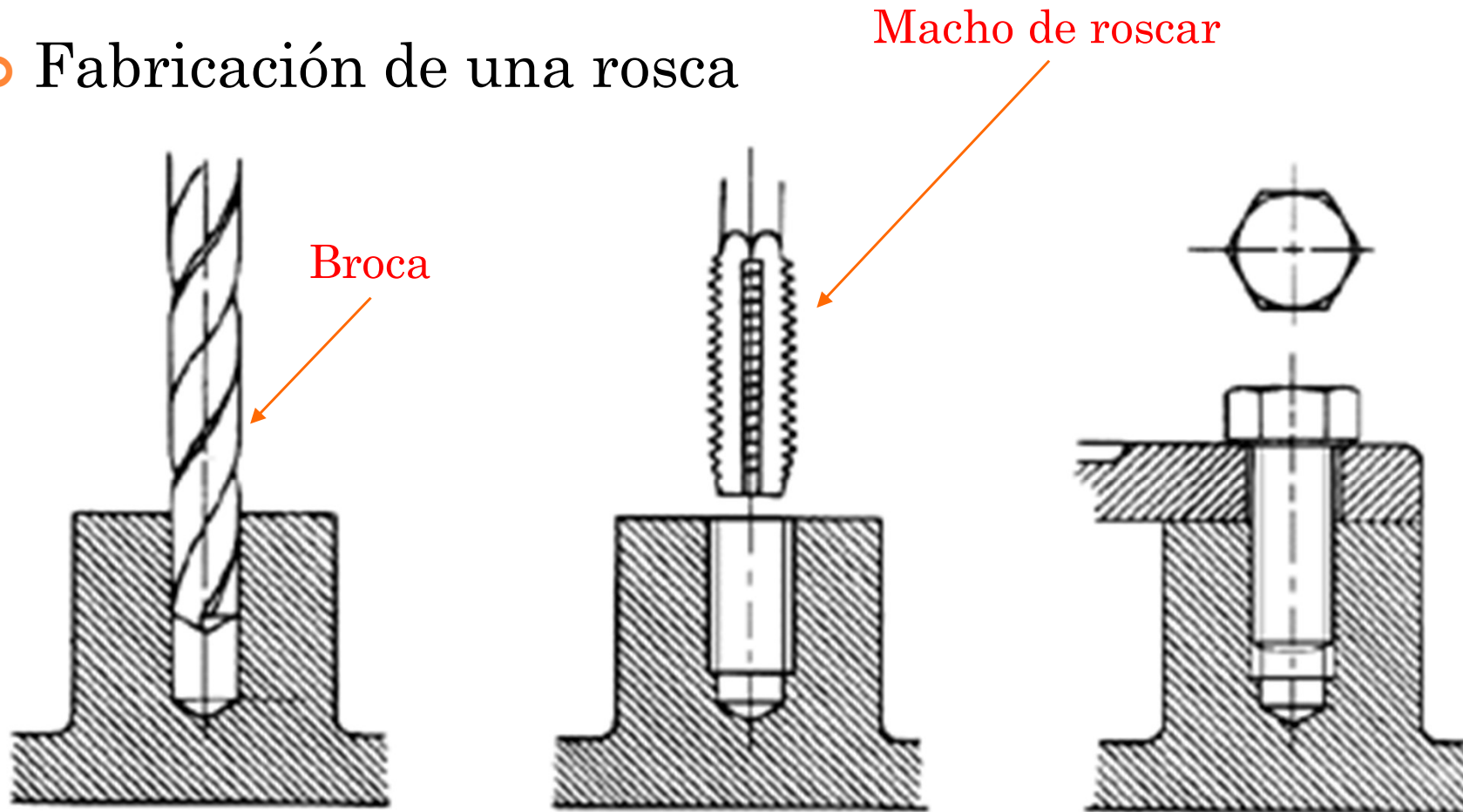
- p , paso, distancia entre dos hilos adyacentes
- l , avance, lo que avanza una tuerca al dar una vuelta. En roscas dobles y triples, el avance es doble y triple del paso



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

1. INTRODUCCIÓN

- Fabricación de una rosca



Tornillo y tuerca fabricación

<https://www.youtube.com/watch?v=8ojFYLUfOCY>



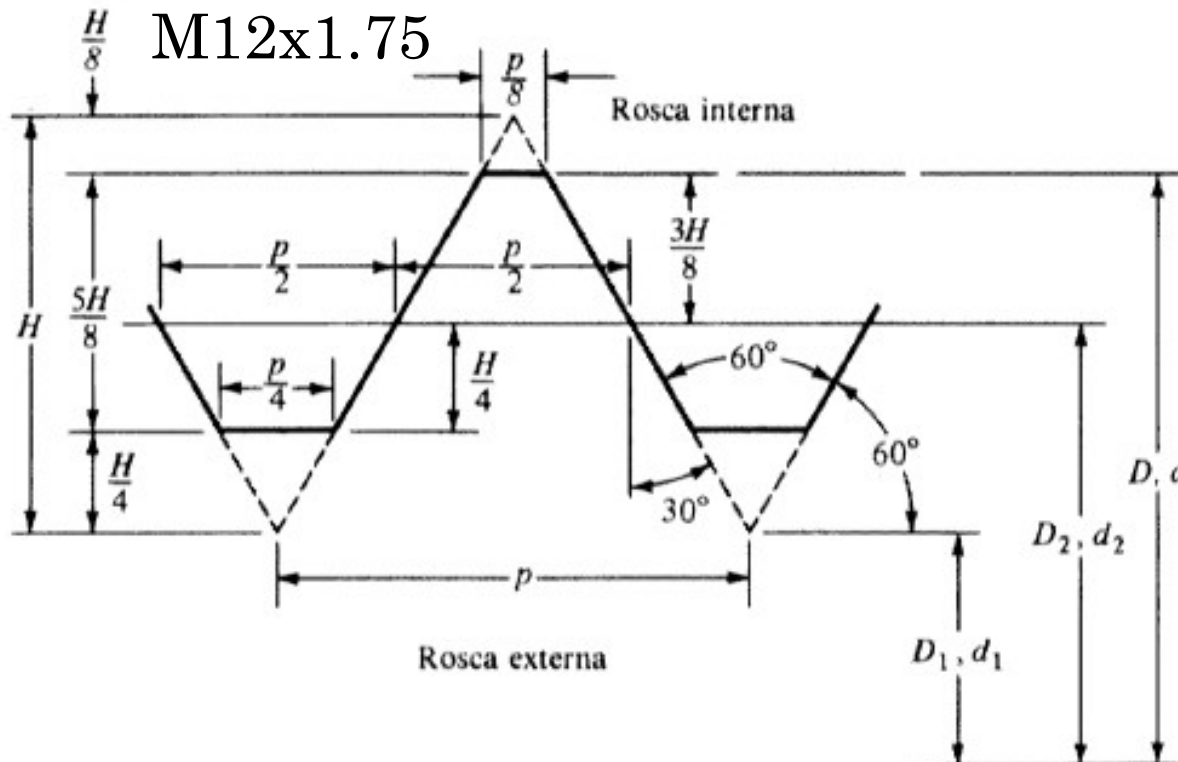
UNIVERSIDAD
NEBRIJA

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

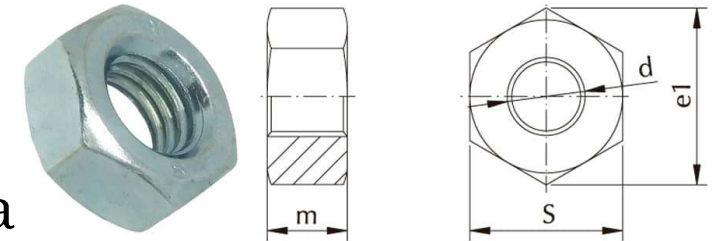
1. INTRODUCCIÓN

○ Rosca

- Perfil básico de roscas métricas internas y externas.
- Para especificar roscas métricas se expresa diámetro y paso en milímetros. P.e. M12x1.75

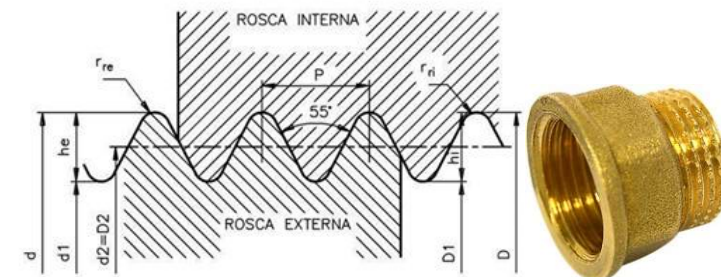


d_1	M2	M2,5	M3	M4	M5	M6
d_2 max.	4	5	6	8	10	12
k max.	1,72	2,12	2,52	3,25	3,95	4,75
$m \sim$	2,4	2,6	3	4,3	5	6,7
l min.	1,1	1,27	1,68	1,9	2,64	3,02
l max.	1,35	1,52	1,93	2,36	3,1	3,48



d	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M10	M12	M14	M16	M18
m	2,4	3,2	4	5	5,5	6,5	8	10	11	13	15
S	5,5	7	8	10	11	13	17	19	22	24	27
e1	6,1	7,7	8,7	10,9	12	14,3	18,8	20,9	24,2	26,4	29,8

Sistema de roscas WHITWORTH



ANGULO DEL FILETE = 55°
 Dimensiones en pulgadas
 Altura del Filete = 0.64xP
 Separación entre filetes en hilos por pulgada Paso en mm = 25.4/Nº de hilos
 Altura del filete = 0.64 x P

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

1. INTRODUCCIÓN

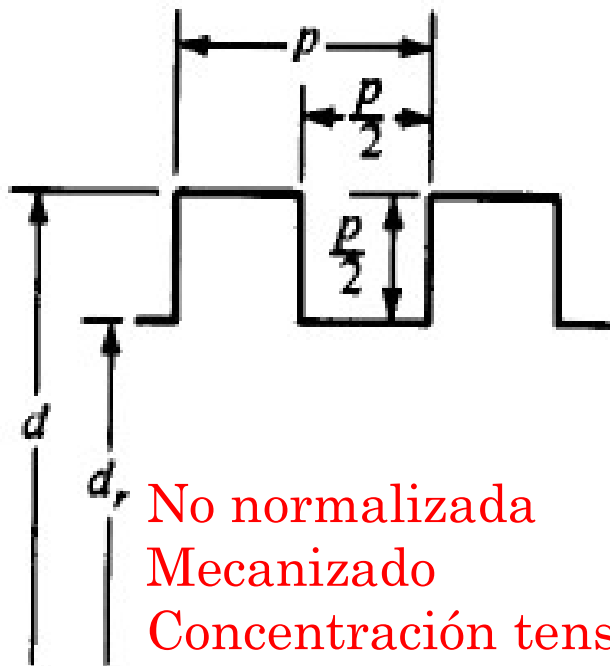
DIN 103

- Roscas de potencia
 - Roscas de perfil cuadrado y Acme.
 - Se modifican según necesidad

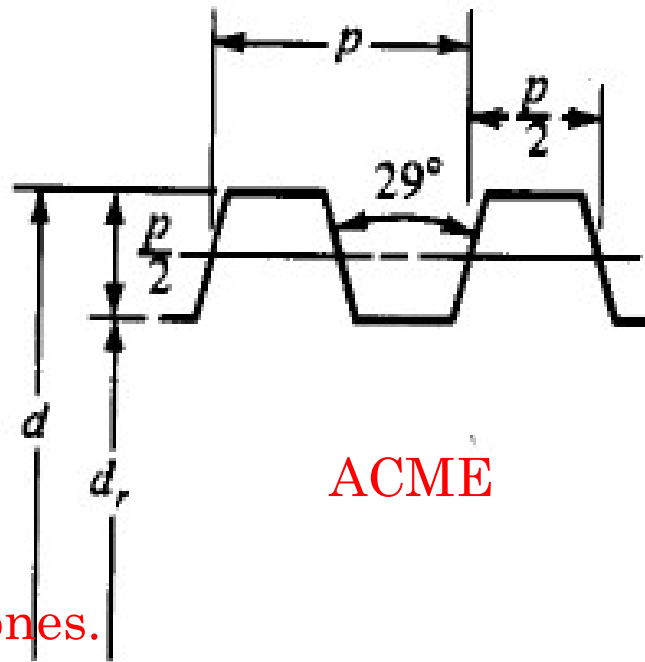
ROSCA ACME

Table 12.6 Principal dimensions for ACME threads

Major diameter (in)	Threads per inch	Thread pitch (in)	Pitch diameter (in)	Minor diameter (in)	Tensile stress area (in ²)
0.25	16	0.063	0.219	0.188	0.032
0.313	14	0.071	0.277	0.241	0.053
0.375	12	0.083	0.333	0.292	0.077
0.438	12	0.083	0.396	0.354	0.110
0.500	10	0.100	0.450	0.400	0.142
0.625	8	0.125	0.563	0.500	0.222
0.750	6	0.167	0.667	0.583	0.307
0.875	6	0.167	0.792	0.708	0.442
1.000	5	0.200	0.900	0.800	0.568
1.125	5	0.200	1.025	0.925	0.747
1.250	5	0.200	1.150	1.050	0.950
1.375	4	0.250	1.250	1.125	1.108
1.500	4	0.250	1.375	1.250	1.353
1.750	4	0.250	1.625	1.500	1.918
2.000	4	0.250	1.875	1.750	2.580
2.250	3	0.333	2.083	1.917	3.142
2.500	3	0.333	2.333	2.167	3.976
2.750	3	0.333	2.583	2.417	4.909
3.000	2	0.500	2.750	2.500	5.412
3.500	2	0.500	3.250	3.000	7.670
4.000	2	0.500	3.750	3.500	10.321
4.500	2	0.500	4.250	4.000	13.364
5.000	2	0.500	4.750	4.500	16.800



(a)



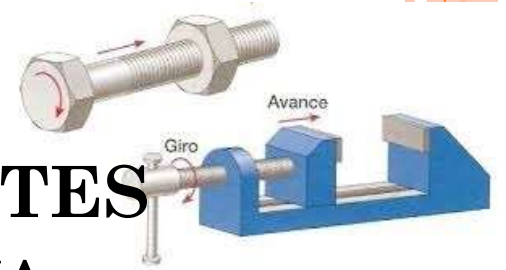
(b)



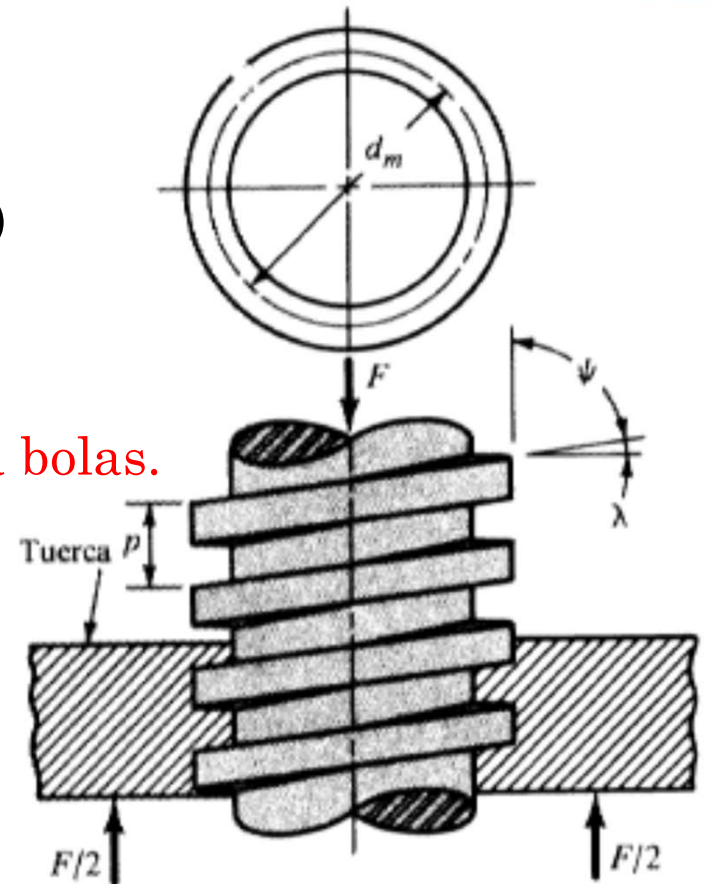
CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

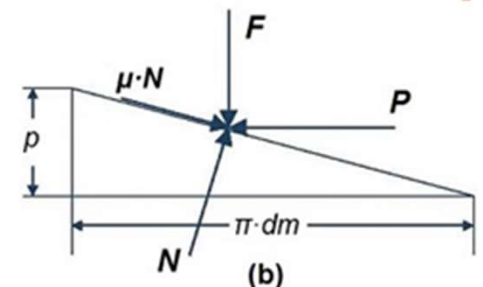
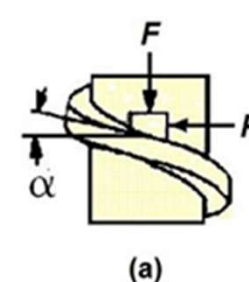
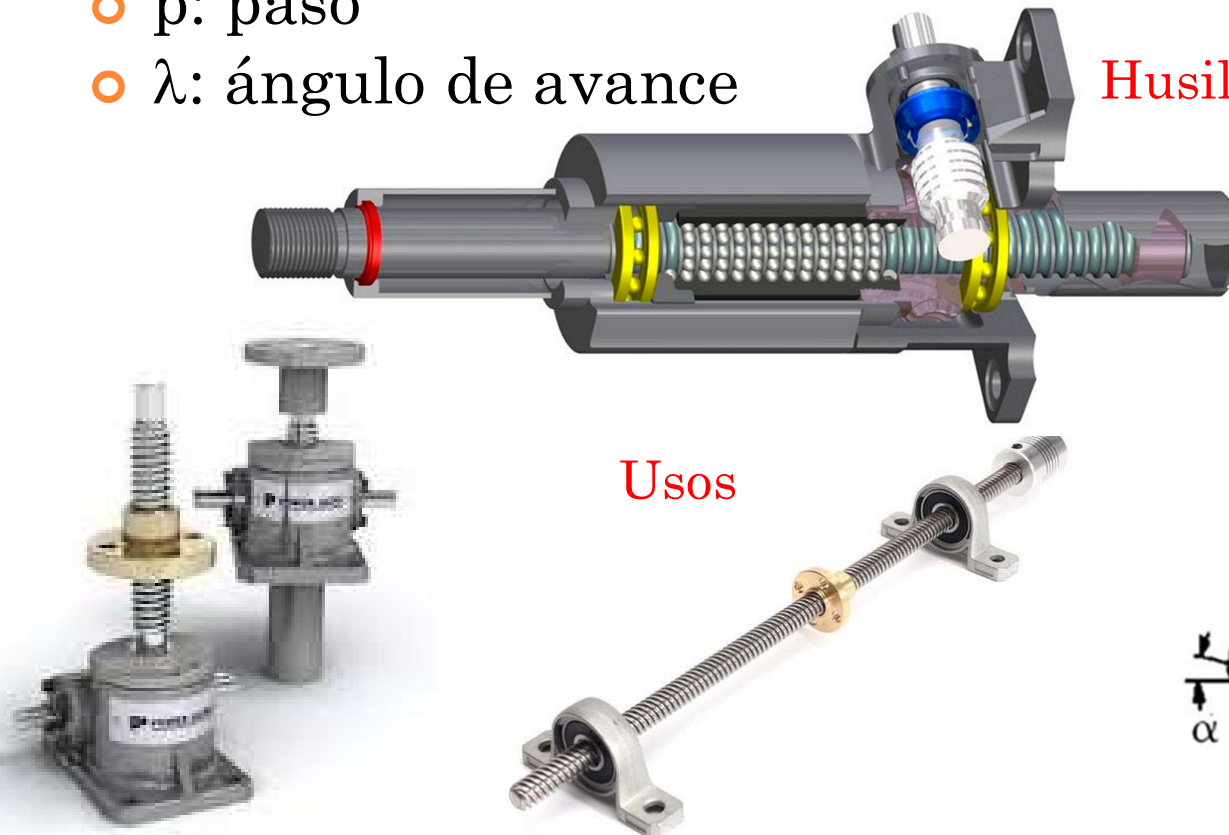
- Los tornillos de potencia se usan para cambiar el movimiento angular a movimiento lineal y para transmitir potencia (tornillos de torno, prensas, ...)
- d_m : diámetro medio del tornillo.
- p : paso
- λ : ángulo de avance



Husillos a bolas.



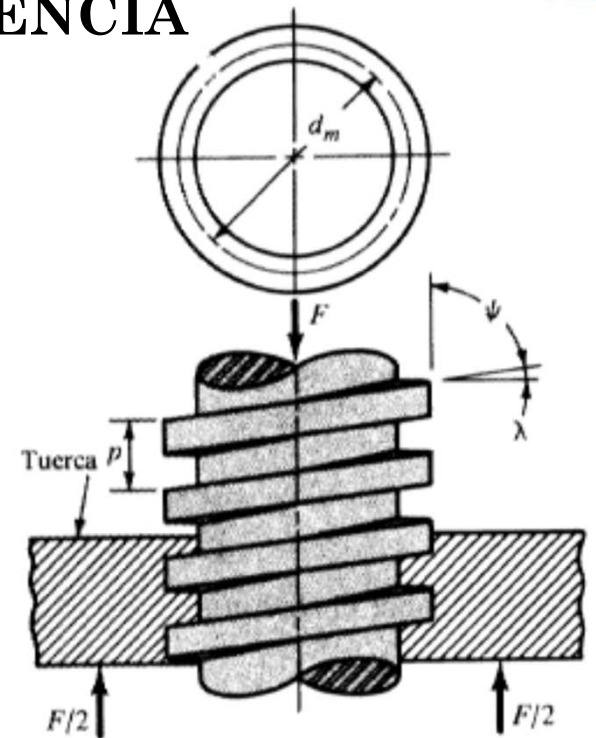
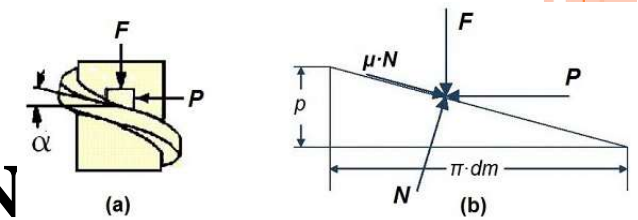
Usos



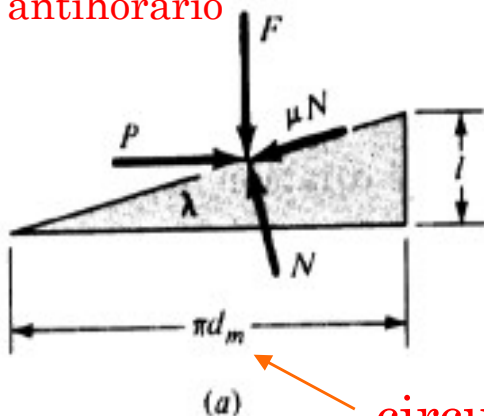
CÁLCULO DE UNIONES NO PERMAN

2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

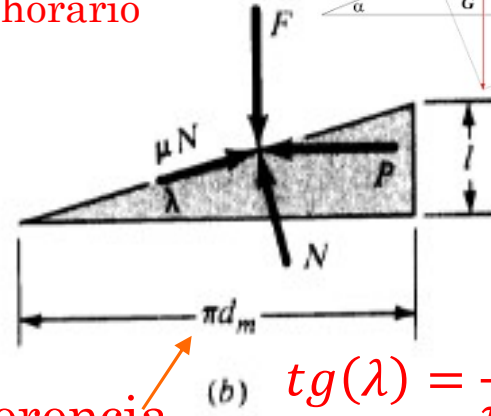
- El tornillo de la figura esta cargado a compresión.
- ¿Qué par de torsión T será necesario aplicar para subir o bajar la fuerza F ?
- Cójase una vuelta de la rosca y desenróllese sobre el plano.
- Se realiza el equilibrio de fuerzas para cada caso.



Subir → giro
antihorario



bajar → giro
horario



$$\tan(\lambda) = \frac{l}{\pi \cdot d_m}$$

λ : ángulo de hélice

ψ : ángulo de avance

l : avance del tornillo (paso en roscas sencillas)

d_m : diámetro medio del tornillo (diámetro primitivo)

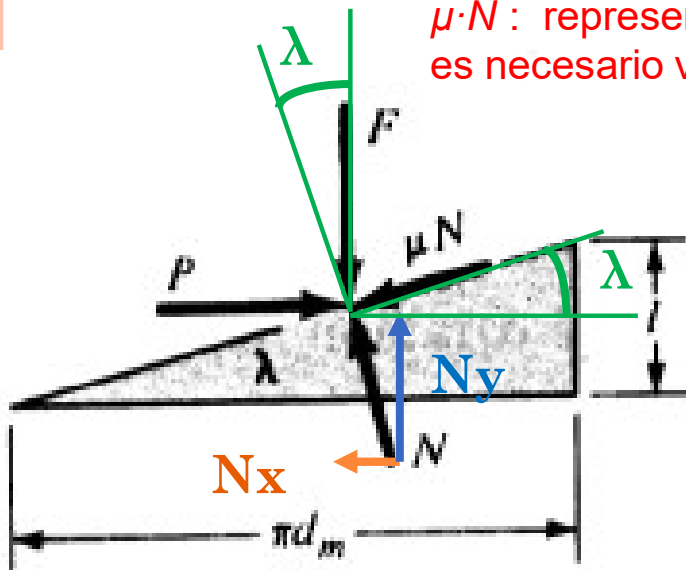
F : fuerzas axiales que actúan sobre el tornillo (carga a elevar o descender)

P : fuerza necesaria a aplicar al tornillo para vencer la fuerza de rozamiento y hacer ascender/descender la carga por el plano inclinado de la rosca del tornillo.

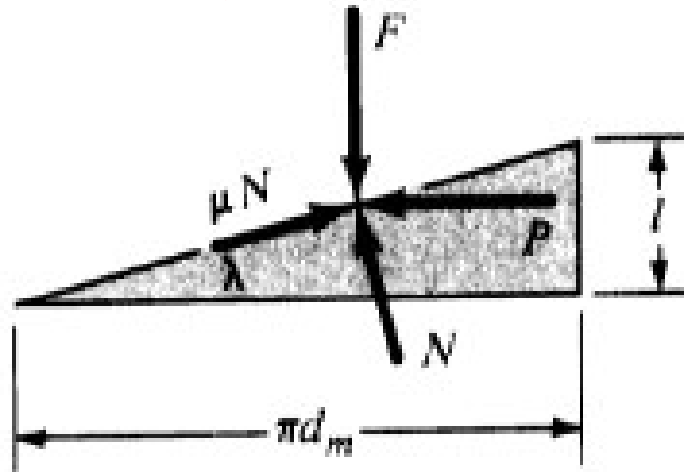
CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

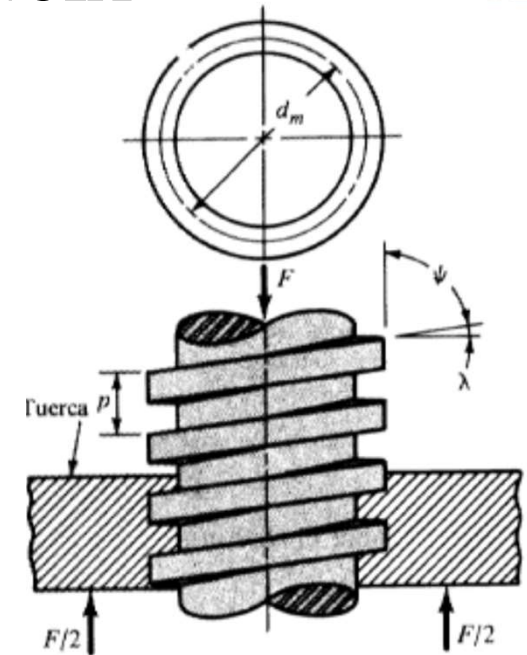
$\mu \cdot N$: representa a la fuerza de rozamiento que es necesario vencer para hacer girar al tornillo.



(a)



(b)



$$\sum F_x = P - N \cdot \sin(\lambda) - \mu \cdot N \cdot \cos(\lambda) = 0$$

$$\sum F_y = F - N \cdot \cos(\lambda) + \mu \cdot N \cdot \sin(\lambda) = 0$$

$$P_{subir} = \frac{F \cdot (\sin(\lambda) + \mu \cdot \cos(\lambda))}{\cos(\lambda) - \mu \cdot \sin(\lambda)}$$

$$\sum F_x = -P - N \cdot \sin(\lambda) + \mu \cdot N \cdot \cos(\lambda) = 0$$

$$\sum F_y = F - N \cdot \cos(\lambda) - \mu \cdot N \cdot \sin(\lambda) = 0$$

$$P_{bajar} = \frac{F \cdot (\mu \cdot \cos(\lambda) - \sin(\lambda))}{\cos(\lambda) + \mu \cdot \sin(\lambda)}$$

Par aplicado

$$T = P \frac{D_m}{2}$$

Dividir todo $\cos(\lambda)$ en función de $\tan(\lambda)$

$$\tan(\lambda) = \frac{l}{\pi \cdot d_m}$$



UNIVERSIDAD
NEBRIJA

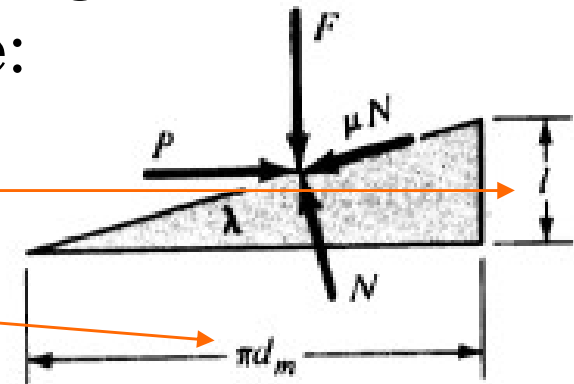
CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

- De las hélices desarrolladas en los triángulos rectángulos de la figura se deduce que:

$$\tan(\lambda) = \frac{l}{\pi \cdot d_m}$$

Eliminar de la ecuación λ



- De donde por trigonometría se puede sacar su coseno y el seno y sustituir en las ecuaciones anteriores.
- Por otra parte el par **T** aplicado al tornillo se puede obtener con:

Si consideramos

$$T = P \cdot \frac{d_m}{2}$$

Y dividimos todos por $\cos(\lambda)$

$$P_{subir} = \frac{F \cdot (\sin(\lambda) + \mu \cdot \cos(\lambda))}{\cos(\lambda) - \mu \cdot \sin(\lambda)} \xrightarrow{T, \cos(\lambda)} T_{subir} = \frac{d_m}{2} \frac{F \cdot (\tan(\lambda) + \mu \cdot 1)}{1 - \mu \cdot \tan(\lambda)}$$

$$T_{subir} = \frac{d_m}{2} \frac{F \cdot \left(\frac{l}{\pi \cdot d_m} + \mu \right)}{1 - \mu \cdot \frac{l}{\pi \cdot d_m}} \rightarrow T_{subir} = \frac{d_m}{2} \frac{F \cdot \left(\frac{l + \mu \pi \cdot d_m}{\pi \cdot d_m} \right)}{\frac{\pi \cdot d_m - \mu l}{\pi \cdot d_m}} \rightarrow T_{subir} = \frac{d_m}{2} \frac{F \cdot (l + \mu \pi \cdot d_m)}{\pi \cdot d_m - \mu l}$$

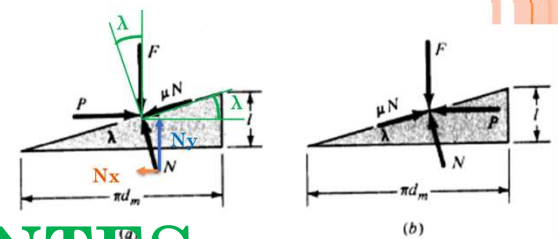
$$T_{subir} = \frac{F \cdot d_m}{2} \left(\frac{l + \pi \cdot \mu \cdot d_m}{\pi \cdot d_m - \mu \cdot l} \right)$$



UNIVERSIDAD
NEBRIJA

10

$$P_{subir} = \frac{F \cdot (\sin(\lambda) + \mu \cdot \cos(\lambda))}{\cos(\lambda) - \mu \cdot \sin(\lambda)} \quad P_{bajar} = \frac{F \cdot (\mu \cdot \cos(\lambda) - \sin(\lambda))}{\cos(\lambda) + \mu \cdot \sin(\lambda)}$$



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

- Sustituyendo las expresiones anteriores en las ecuaciones, se obtienen las fórmulas del par T para subir o bajar la fuerza F usando el tornillo de potencia.

a) Subir la carga

$$T_{subir} = \frac{F \cdot d_m}{2} \left(\frac{l + \pi \cdot \mu \cdot d_m}{\pi \cdot d_m - \mu \cdot l} \right)$$

b) Bajar la carga

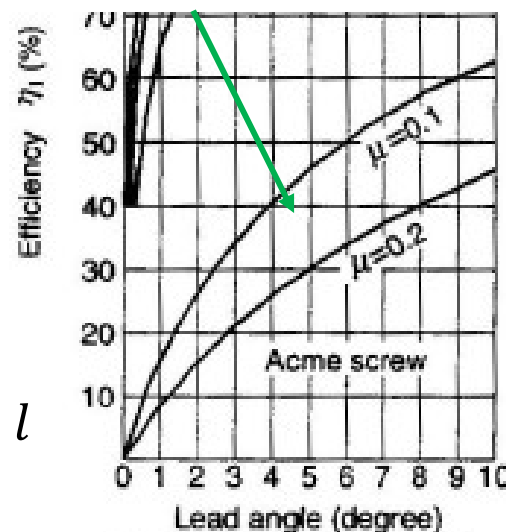
$$T_{bajar} = \frac{F \cdot d_m}{2} \left(\frac{\pi \cdot \mu \cdot d_m - l}{\pi \cdot d_m + \mu \cdot l} \right)$$

Caso ideal: $\mu=0$ $T_o = Fl/2\pi$

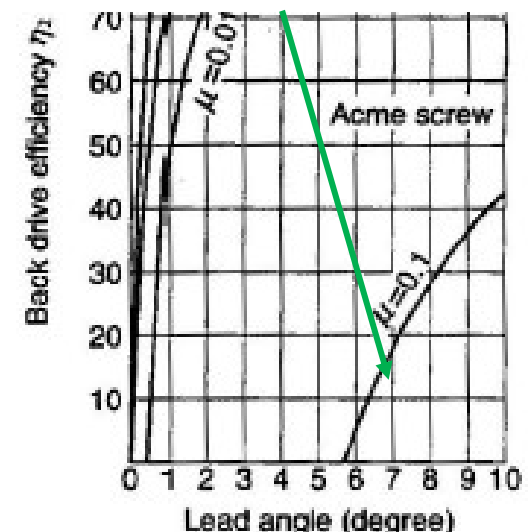
Eficiencia

$e = T_o/T$ donde $\mu < 0$ $T_o < T$

Caso rotación a traslación y traslación a rotación.



Efficiency of normal operation
(Converting rotary motion to linear motion)
 μ : Friction coefficient



Back drive efficiency
(Converting linear motion to rotary motion)
 μ : Friction coefficient

Equilibrio : $\pi \cdot \mu \cdot d_m = l$;

bajar $T = 0$ Baja a Velocidad = cte.

Tornillo autoasegurante $\pi \cdot \mu \cdot d_m > l$

Ej. apoyo mesa.

$\pi \cdot \mu \cdot d_m < l$ El sistema se acelera.

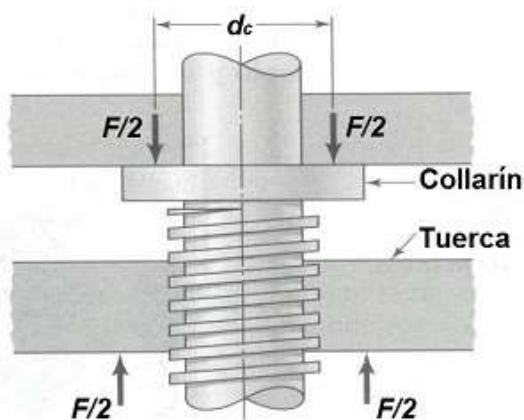
Depende de la geometría del tornillo.

Dr. José Luis Olazagoitia y MABH

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

- En el caso b), cuando la fricción es pequeña o/y el avance grande, puede haber casos donde la carga baje por sí misma, lo que provoca que el tornillo gire sin ningún esfuerzo externo.
- En estos casos el par de torsión T , de acuerdo con la expresión más abajo, será negativo o igual a cero.
- Cuando se obtiene un par de torsión positivo mediante esta ecuación, se dice que el tornillo es autobloqueante.



b) Bajar la carga

$$T_{bajar} = \frac{F \cdot d_m}{2} \left(\frac{\pi \cdot \mu \cdot d_m - l}{\pi \cdot d_m + \mu \cdot l} \right)$$

$\pi \cdot \mu \cdot d_m < l$ El sistema se acelera. Depende de la geometría del tornillo.
Equilibrio : $\pi \cdot \mu \cdot d_m = l$;
 $T = 0$ Velocidad = cte.



UNIVERSIDAD
NERIIA

12

Tornillo autoasegurante $\pi \cdot \mu \cdot d_m > l$

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

AUTOBLOQUEO

- La condición para el autobloqueo

Caso ideal: $\mu=0$ $T_o = Fl/2\pi$ $\pi \cdot \mu \cdot d_m > l$

Eficiencia

$e = T_o/T$ donde $\mu < 0$ $T_o < T$

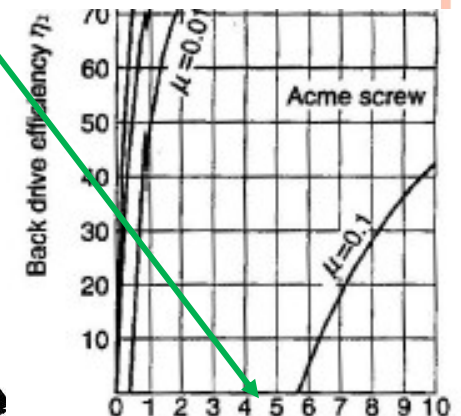
- Dividiendo ambos lados por π y el d_m se tiene:

$$\mu > \frac{l}{\pi \cdot d_m} \rightarrow \mu > \tan(\lambda)$$

- Lo que establece que el autobloqueo se presenta cuando el coeficiente de fricción de la rosca es igual que la tangente del ángulo de avance de la rosca



Ej. apoyo mesa.



Back drive efficiency η_2
Lead angle (degree)
Back drive efficiency
(Converting linear motion to rotary motion)
 μ : Friction coefficient

$$T_0 = \frac{F \cdot d_m}{2} \left(\frac{l + \pi \cdot \mu \cdot d_m}{\pi \cdot d_m - \mu \cdot l} \right) \xrightarrow{\mu=0} \frac{F \cdot d_m}{2} \left(\frac{l + 0}{\pi \cdot d_m - 0} \right) = \frac{Fl}{2\pi}$$

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA EFICIENCIA e DEL TORNILLO

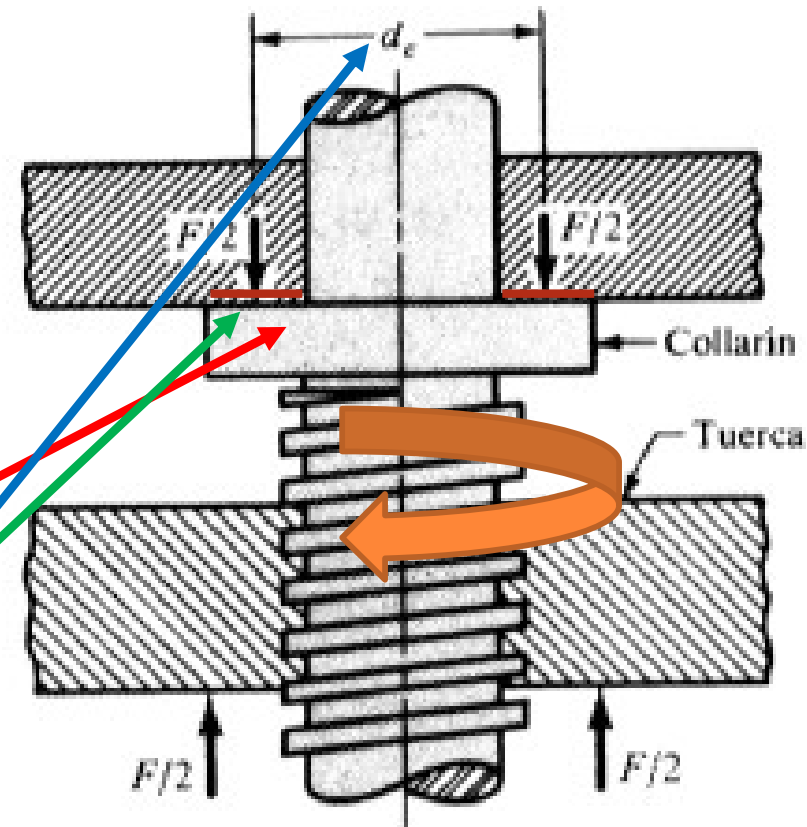
- La **eficiencia**, e , de un tornillo se obtiene comparando el par que hay que realizar T , con el par T_0 que habría que realizar si el rozamiento fuera nulo ($\mu=0$)

$$T_0 = \frac{F \cdot l}{2 \cdot \pi}; \quad e = \frac{T_0}{T}$$

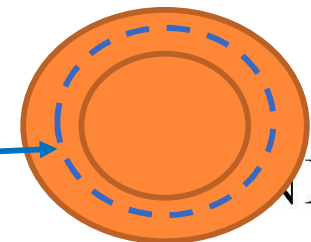
- Por lo general, cuando se carga el tornillo axialmente hay que **emplear un collarín**, lo que introduce un rozamiento adicional entre el collarín y la carga, que se puede aproximar por:

$$T_c = \frac{F \cdot \mu_c \cdot d_c}{2}$$

Como el área el compleja aproximo con el Diámetro medio entre el exterior y el del vástago.

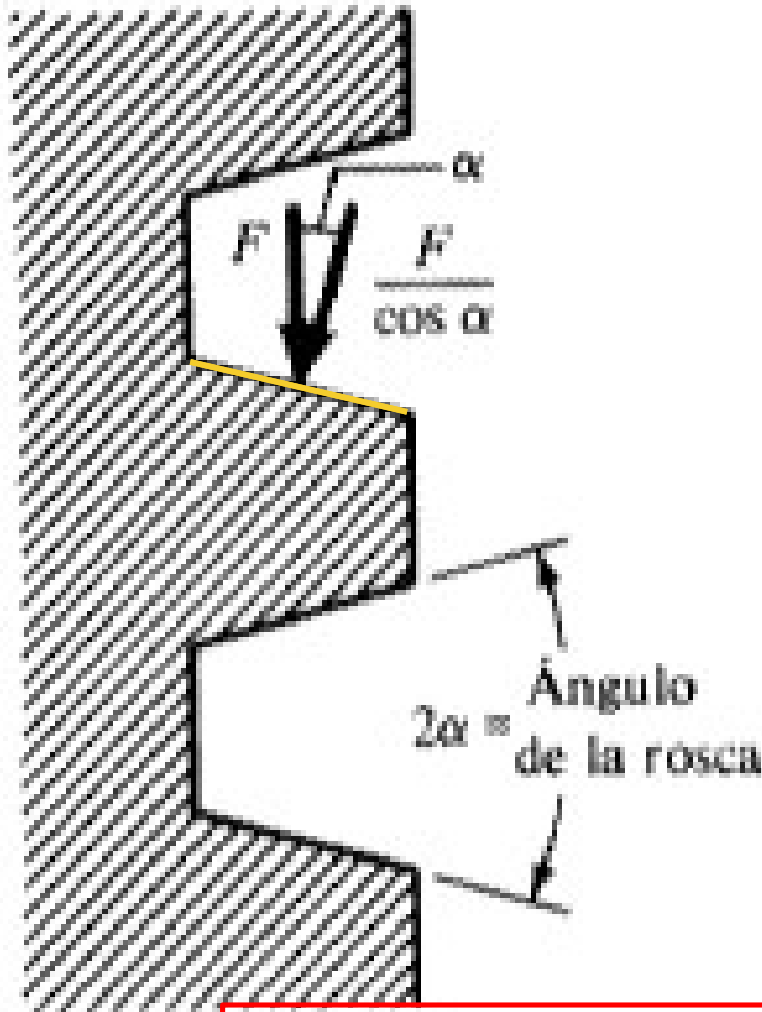


(b)



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA



ROSCA ACME

- En caso de **roscas ACME**, la carga normal no es paralela al eje del tornillo (queda inclinada respecto a éste)
- En este caso el par necesario para subir la carga se aproxima por:

$$T_{S_ACME} = \frac{F \cdot d_m}{2} \left(\frac{l + \pi \cdot \mu \cdot d_m \cdot \sec(\alpha)}{\pi \cdot d_m - \mu \cdot l \cdot \sec(\alpha)} \right)$$

- De la expresión anterior se deduce que **la rosca ACME no es tan eficiente como la cuadrada**, sin embargo suele preferirse porque es más fácil de mecanizar.

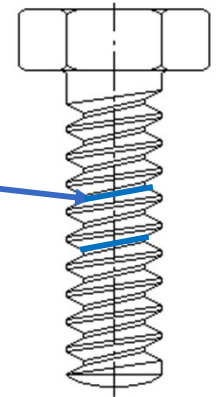
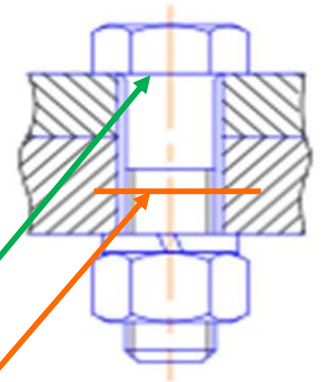
Acme=29° → α=14,5°
Métrica=60° → α=30°
Whitworth=55° → α=27,5°

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

ESFUERZOS BAJO CARGA ESTÁTICA

- Los tornillos están sometidos a cargas axiales, transversales y de torsión.
- Para análisis de esfuerzos se deben considerar áreas críticas con concentradores (el cambio de sección entre cabeza y vástago, el área transversal en la rosca y la base de los filetes de la rosca).
- Pero... como se sabe, si la carga es estática y el material es dúctil, el efecto del concentrador de esfuerzos se puede despreciar.
- Por eso, el factor de seguridad estático se puede calcular a partir de los esfuerzos nominales



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

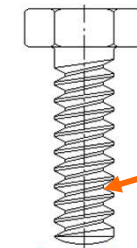
2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

TENSIONES EN EL CUERPO DE LOS TORNILLOS

- Tensión normal nominal en el cuerpo del tornillo debido a la carga axial F :

Núcleo

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d_r^2}$$



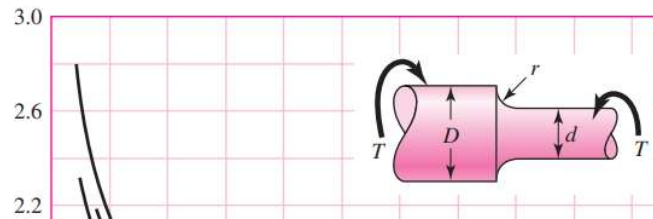
d_r

Diámetro interior.

- Tensiones cortantes por torsión en el cuerpo:

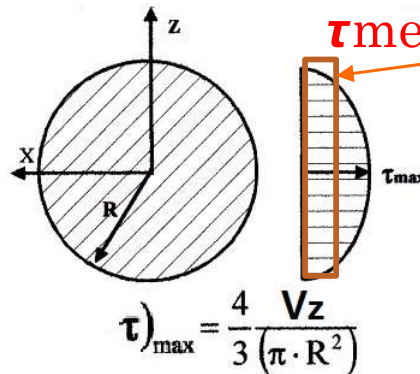
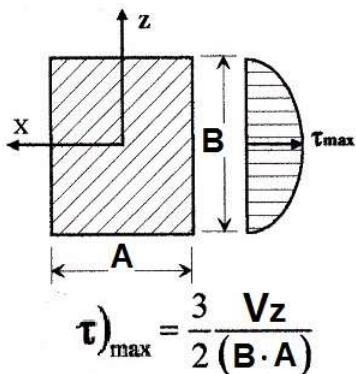
Figure A-15-8

Round shaft with shoulder fillet in torsion. $\tau_0 = Tc/J$, where $c = d/2$ and $J = \pi d^4/32$.



$$\tau = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d_r^3}$$

- Tensiones cortantes por carga transversal F_t :



τ_{medio}

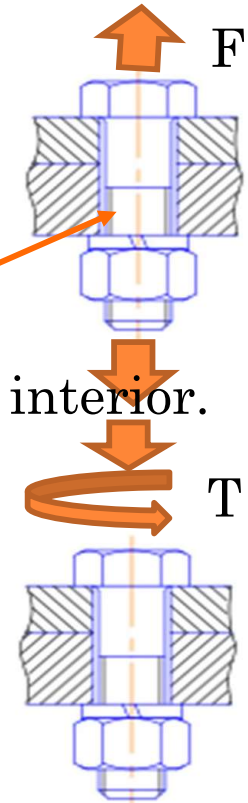
τ_{nom}

$$\tau_{\text{nom}} = \frac{F_t}{\pi d_r^2}$$

Área

T_t

UNIV
NE

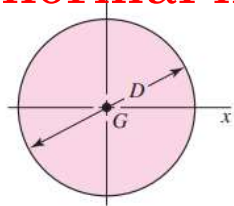


CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

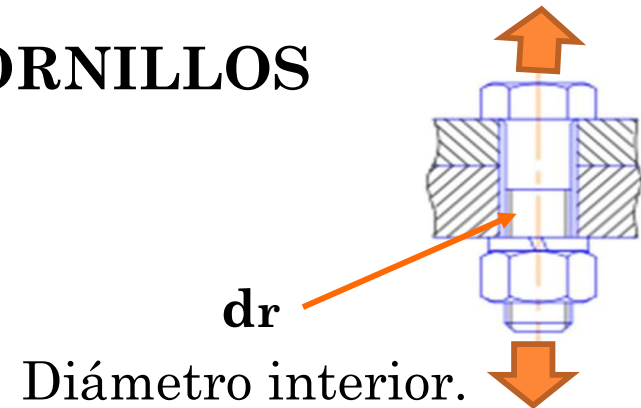
TENSIONES EN EL CUERPO DE LOS TORNILLOS

- Tensión normal nominal carga axial F:



$$A = \frac{\pi D^2}{4} \quad I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64} \quad I_{xy} = 0 \quad J_G = \frac{\pi D^4}{32}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d_r^2}$$

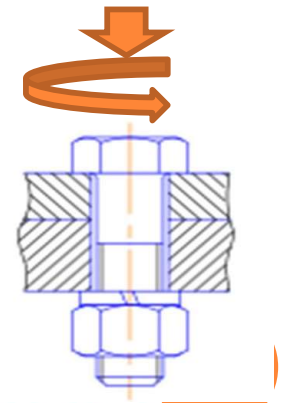


- Tensiones cortantes por torsión en el cuerpo:

$$c = \frac{d_r}{2}$$

$$\tau = \frac{T \cdot c}{J} = \frac{T \cdot \frac{d_r}{2}}{\frac{\pi \cdot d_r^4}{32}}$$

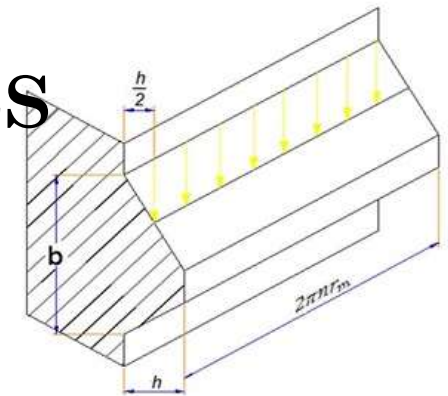
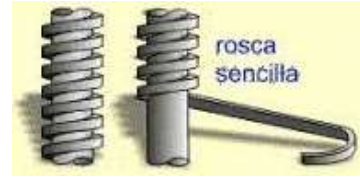
$$\tau = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d_r^3}$$



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

Rosca.



TENSIONES EN LA ROSCA

- En los cálculos se realiza la hipótesis que **todos los n hilos de la rosca en contacto con la tuerca comparten carga**, lo que no es totalmente cierto, por lo que habrá que utilizar **coeficientes de seguridad amplios**.

- Presión de contacto.

Diámetro medio

$$\sigma_B = -\frac{F}{\pi \cdot d_{mr} \cdot h \cdot n}$$

- Tensión debida a la flexión.

- Se supone F uniforme en todo el diámetro.

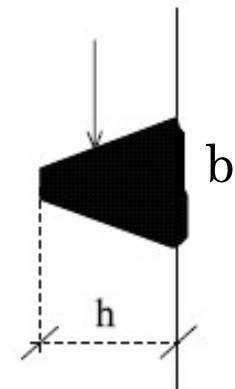
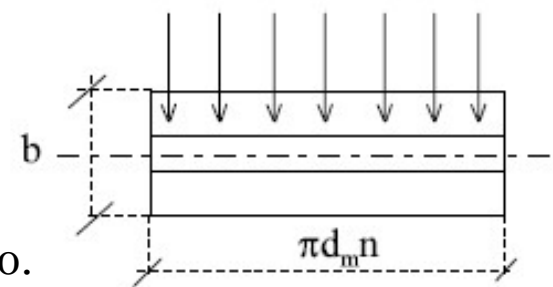
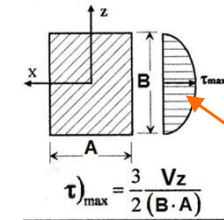


Figure A-15-4

Notched rectangular bar in bending. $\sigma_0 = Mc/I$, where $c = d/2$, $I = td^3/12$, and t is the thickness.

$$\sigma_b = \frac{6M}{tb^2}$$

$$M_{\max} = \frac{F \cdot h}{2} \rightarrow \sigma_b = \frac{3 \cdot F \cdot h}{\pi \cdot d_r \cdot n \cdot b^2}$$



$$\tau = \frac{3F}{2A}$$

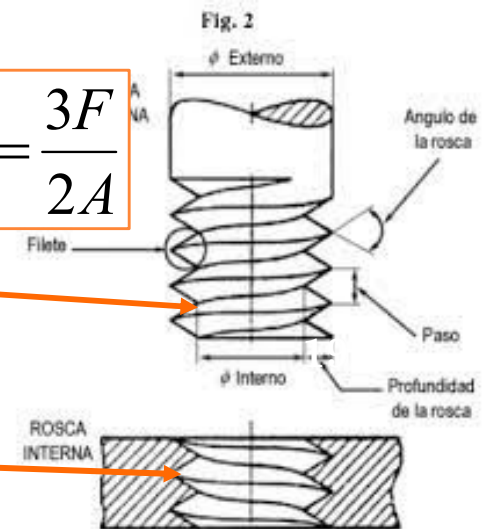
- Tensión cortante: En una sección rectangular A se vio:

- Tornillo:

$$\tau = \frac{3F}{2\pi \cdot d_r \cdot n \cdot b}, \quad d_r = \text{diam. interior}$$

- Tuerca

$$\tau = \frac{3F}{2\pi \cdot d_o \cdot n \cdot b}, \quad d_o = \text{diam. mayor}$$



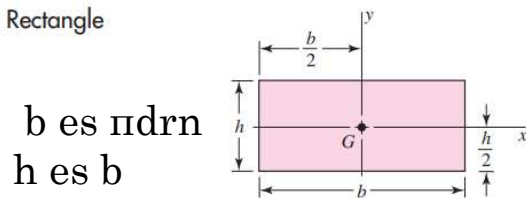
DEMOSTRACION

Presión de contacto.

$$\sigma_b = \frac{F}{A} = - \frac{F}{\pi \cdot d_{mr} \cdot h \cdot n}$$

Tensión debida a la flexión.

Rectangle

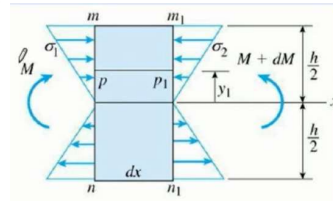


$$A = bh$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_y = \frac{b^3h}{12}$$

$$I_{xy} = 0$$



$$\sigma_b = \frac{Mc}{I} = \frac{\frac{Fh}{2} \times \frac{b}{2}}{\frac{\pi d_r n b^3}{12}}$$

Valor máximo en los extremos.

$$M_{\max} = \frac{F \cdot h}{2} \rightarrow \sigma_b = \frac{3 \cdot F \cdot h}{\pi \cdot d_r \cdot n \cdot b^2}$$

Tensión cortante:

Para una viga rectangular.

$$\tau = \frac{VQ}{Ib} = \frac{V}{Ib} \cdot \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) \xrightarrow{y=0} \tau_{\max} = \frac{V}{2 \frac{bh^3}{12}} \left(\frac{h^2}{4} \right) = \frac{3V}{2bh} = \frac{3V}{2A}$$

$$V = F$$

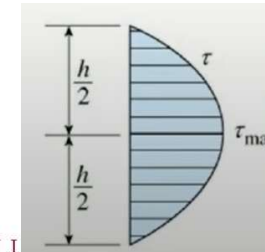
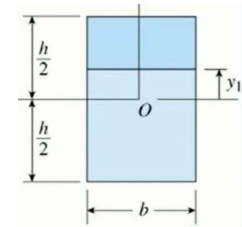
$$A = \pi d_r n b$$

1ª momento estático de área

$$Q = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$

Distribución parabólica.

$$\tau = \frac{3F}{2\pi \cdot d_r \cdot n \cdot b}, \quad d_r = \text{diam. interior}$$



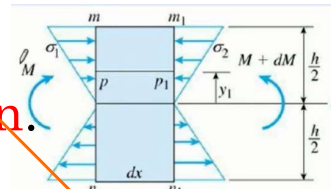
UNI
NEBRIJA

DEMOSTRACIÓN

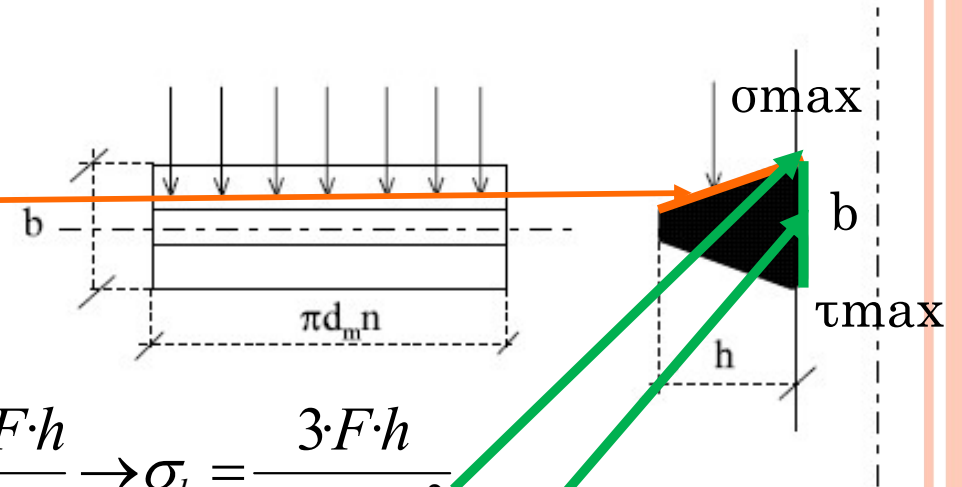
Presión de contacto.

$$\sigma_b = \frac{F}{A} = - \frac{F}{\pi \cdot d_{mr} \cdot h \cdot n}$$

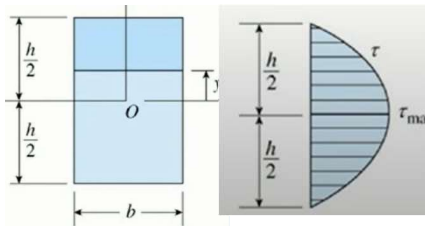
Tensión debida a la flexión.



$$M_{\max} = \frac{F \cdot h}{2} \rightarrow \sigma_b = \frac{3 \cdot F \cdot h}{\pi d_r \cdot n \cdot b^2}$$



Tensión cortante:



Valor máximo en los extremos.

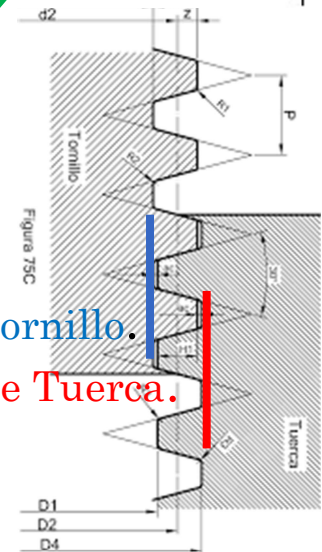
Tornillo $\tau = \frac{3F}{2\pi d_r \cdot n \cdot b}$, $d_r = \text{diam. interior}$

Tuerca $\tau = \frac{3F}{2\pi d_o \cdot n \cdot b}$, $d_o = \text{diam. mayor}$

Valor máximo en la fibra neutra

Rotura cortante Tornillo.

Rotura cortante Tuerca.



$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2};$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_{\max}^2 + 3\tau_{\max}^2};$$

σ_{eq} se comparará con S_y Su estaticamente.

σ_{eq} es una fuerza dinámica con S_e



NEBRIJA

Aunque para $y = h/2$ $\sigma_{\max}$, $\tau = 0$ y $y = 0$, $\tau_{\max}$
 Para calcular la σ_{eq} se consideran los dos valores
 extremos por considerarse las hipótesis groseras.
 O sea, no se aplica Von Mises correctamente.

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

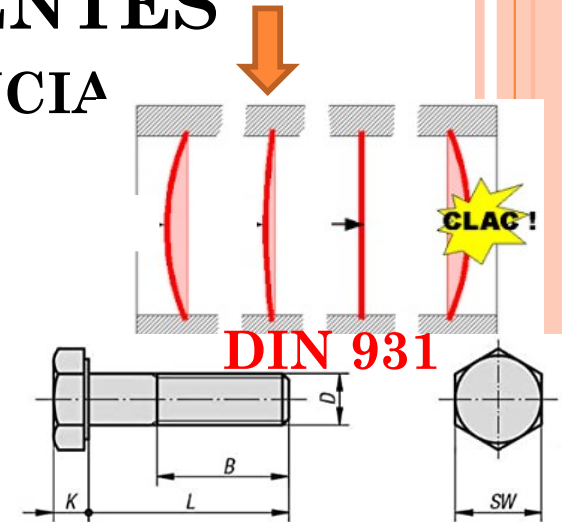
2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

Inestabilidad por compresión

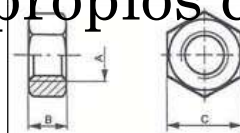
Ligada a la esbeltez. Equilibrio inestable.

OTRAS CONSIDERACIONES

- En caso de tener una longitud de tornillo superior a **8 veces el diámetro**, es necesario considerar el **pandeo**.
- En cuanto a la **altura de la tuerca** (es decir, el número de hilos en contacto entre perno y tuerca), un criterio orientativo consiste en **igualar la resistencia a tracción del perno con la resistencia a cortante de la rosca de la tuerca**.
- Cuando se necesita un **rendimiento muy alto** hay que utilizar husillos a bolas.
- Los fabricantes ofrecen sus propios criterios de selección.



D	M5	M6	M8	M10	M12
SW	8	10	13	17	19
K	3,5	4	5,3	6,4	7,5
B	16	18	22	26	30
30	x	x	x		
35	x	x	x		
40	x	x	x		
45	x	x	x	x	
50	x	x	x	x	x
55	x	x	x	x	
60	x	x	x	x	x
65			x		
70		x	x	x	x
75			x		
80		x	x	x	x
90		x	x	x	x
100		x	x	x	x
110			x	x	x
120		x	x	x	x
130			x	x	x
140		x	x	x	x
150			x	x	x
160			x		
180			x		



DIN 934

A	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M10	M12	M14	M16	M18	M20	M22	M24	M27	M30	M33	M36	M39	M42	M45	M48	M52	M56	M60	M64	M68
Paso	0,4	0,5	0,7	0,8	1	1	1,25	1,5	1,75	2	2	2,5	2,5	2,5	3	3	3,5	3,5	4	4	4,5	4,5	5	5	5,5	5,5	6	6
B	1,6	2,4	3,2	4	5	5,5	6,5	8	10	11	13	15	16	18	19	22	24	26	29	31	34	36	38	42	45	48	51	54
C	4	5,5	7	8	10	11	13	17	19	22	24	27	30	32	36	41	46	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100

(Todas las medidas están expresadas en mm.)

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

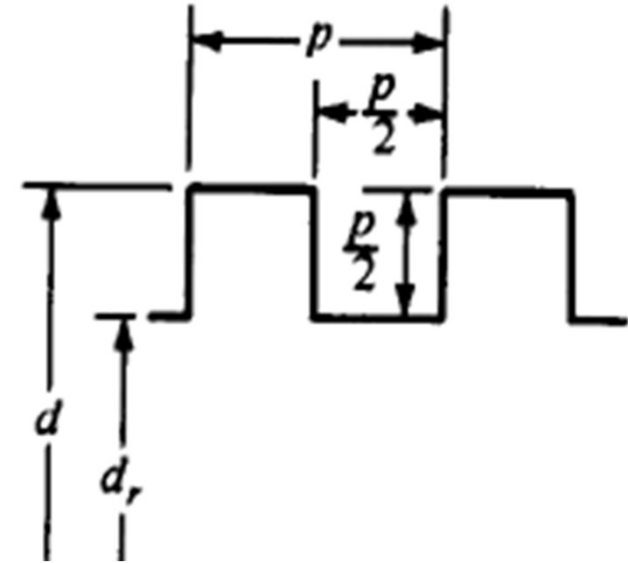
2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

EJEMPLO – SHIGLEY 8-1. Página 405

Un tornillo de transmisión de potencia de rosca cuadrada tiene un diámetro mayor de 32 mm y un paso de 4mm con roscas dobles.

Datos: $\mu=\mu_c=0.08$, $d_c=40\text{mm}$ y $F=6.4\text{kN}$ por tornillo

- a) Encuentre la profundidad, el ancho, el diámetro de paso, el menor y el de avance de la rosca.*
- b) Determine el par de torsión necesario para elevar y bajar la carga*
- c) Eficiencia durante la elevación de la carga*
- d) Esfuerzos de torsión y compresión en el cuerpo*
- e) Esfuerzo de apoyo*
- f) En la rosca, determinar el esfuerzo flexionante en la raíz, cortante en la raíz y el esfuerzo de von Mises y el esfuerzo cortante máximo en la misma ubicación.*



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

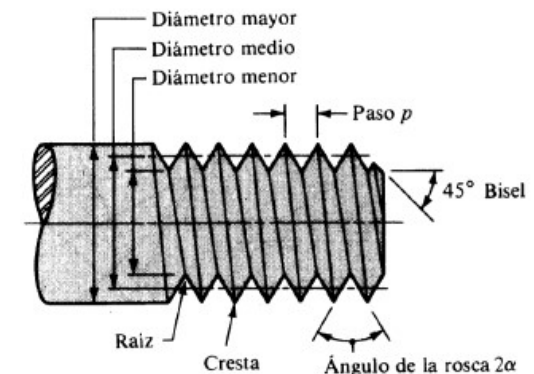
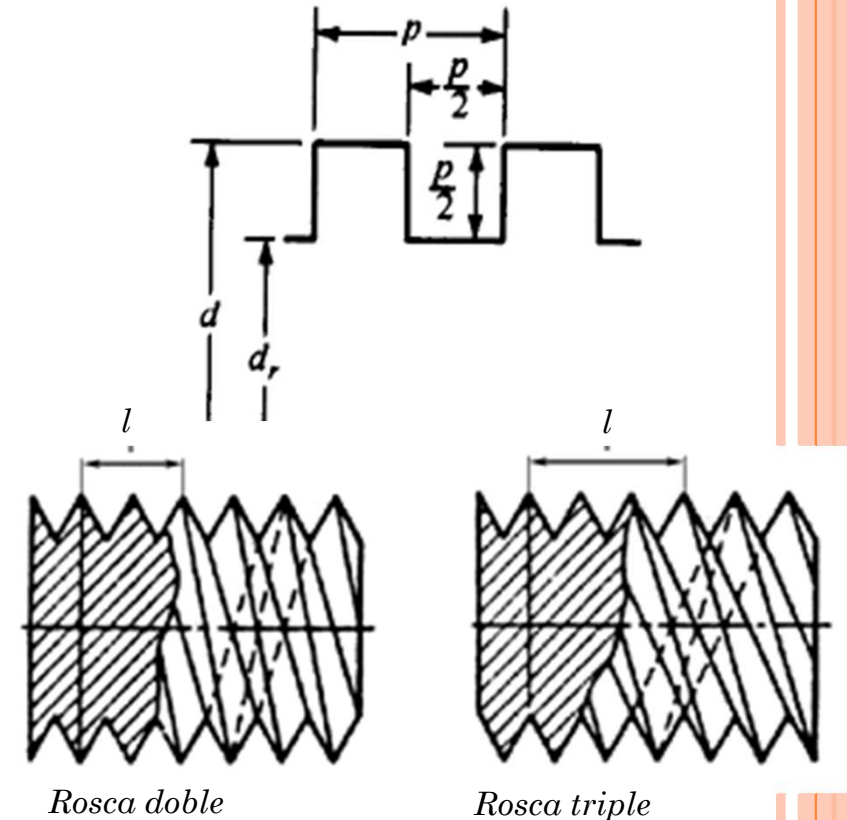
EJEMPLO – SHIGLEY 8-1. Página 405

Un tornillo de transmisión de potencia de rosca cuadrada tiene un diámetro mayor de 32 mm y un paso de 4mm con roscas dobles.

Datos: $\mu=\mu_c=0.08$, $d_c=40\text{mm}$ y $F=6.4\text{kN}$ por tornillo

- a) *Encuentre la profundidad, el ancho, el diámetro de paso, el menor y el de avance de la rosca.*

diámetro mayor: d	d	32 mm
	P	4 mm
Rosca doble	n	2
	$\mu=\mu_c=$	0,08
	d_c	40 mm
	F	6,4 KN
Profundidad		
ancho		
diametro de paso o medio		
Diametro menor		
avance		



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

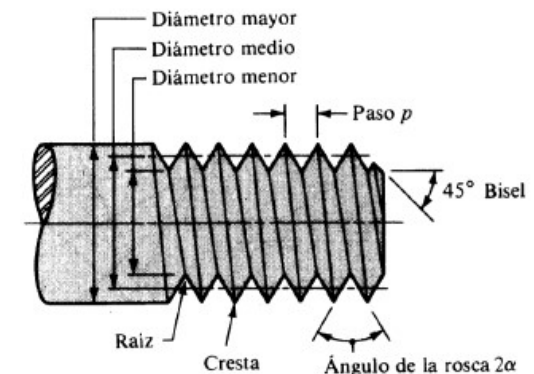
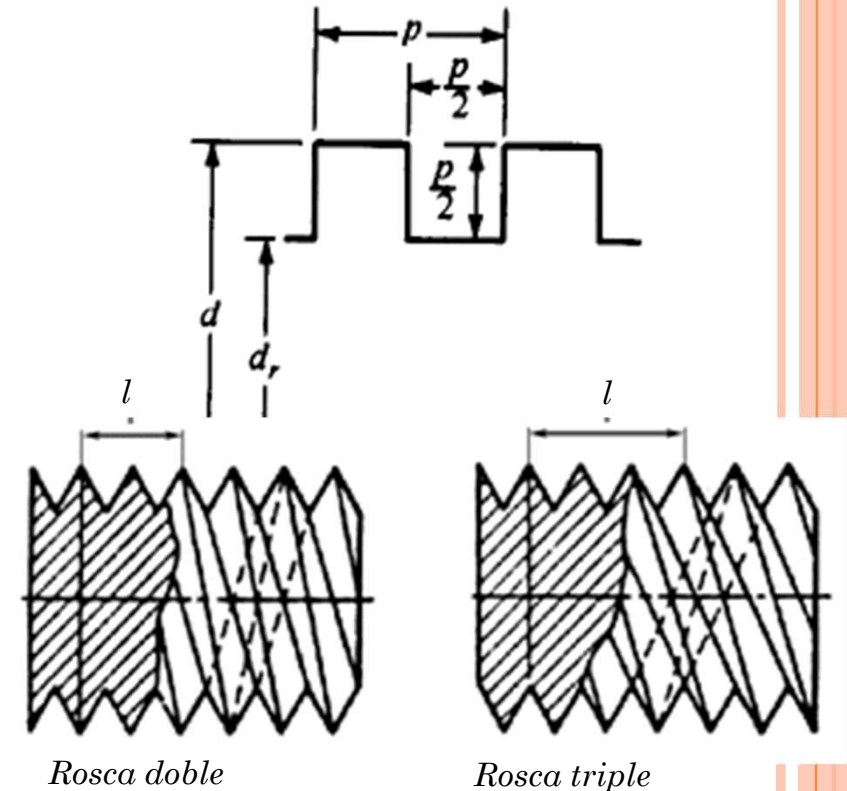
EJEMPLO – SHIGLEY 8-1. Página 405

Un tornillo de transmisión de potencia de rosca cuadrada tiene un diámetro mayor de 32 mm y un paso de 4 mm con roscas dobles.

Datos: $\mu=\mu_c=0.08$, $d_c=40\text{mm}$ y $F=6.4\text{kN}$ por tornillo

- a) *Encuentre la profundidad, el ancho, el diámetro de paso, el menor y el de avance de la rosca.*

diámetro mayor: d	d	32 mm
	P	4 mm
Rosca doble	n	2
	$\mu=\mu_c=$	0,08
	d_c	40 mm
	F	6,4 KN
Profundidad	$p/2$	2 mm
ancho	$p/2$	2 mm
diametro de paso o medio	$d_m=d-p/2$	30 mm
Diametro menor	$d_r= d-(p/2)*2$	28 mm
avance	$p.n$	8 mm



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

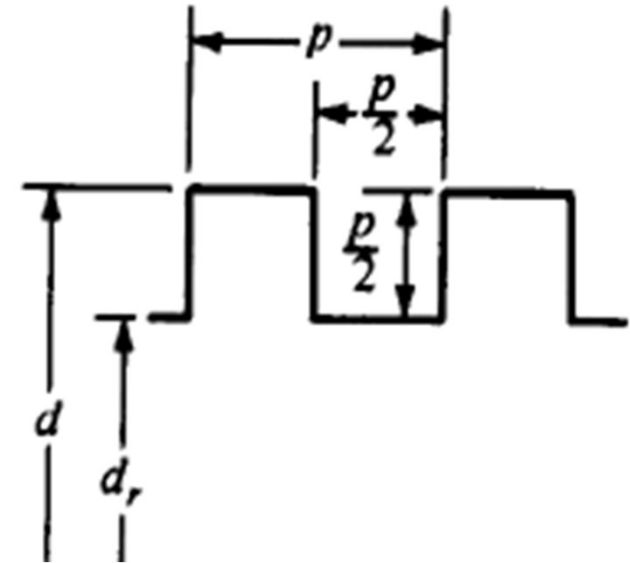
2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

EJEMPLO – SHIGLEY 8-1. Página 405

Un tornillo de transmisión de potencia de rosca cuadrada tiene un diámetro mayor de 32 mm y un paso de 4mm con roscas dobles.

Datos: $\mu=\mu_c=0.08$, $d_c=40\text{mm}$ y $F=6.4\text{kN}$ por tornillo

- Encuentre la profundidad, el ancho, el diámetro de paso, el menor y el de avance de la rosca.
- Determine el par de torsión necesario para elevar y bajar la carga



$$T_{\text{Bajar tornillo}} = \frac{F d_m}{2} \left(\frac{\pi \mu d_m - l}{\pi d_m + \mu l} \right)$$

F	6,4 KN
d _m	30 mm
μ=μ _c =	0,08
l	8 mm
d _c	40 mm

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

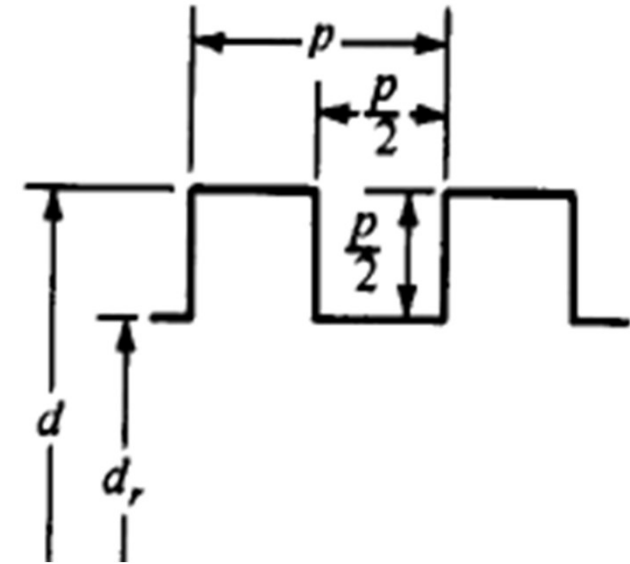
2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

EJEMPLO – SHIGLEY 8-1. Página 405

Un tornillo de transmisión de potencia de rosca cuadrada tiene un diámetro mayor de 32 mm y un paso de 4mm con roscas dobles.

Datos: $\mu=\mu_c=0.08$, $d_c=40\text{mm}$ y $F=6.4\text{kN}$ por tornillo

- Encuentre la profundidad, el ancho, el diámetro de paso, el menor y el de avance de la rosca.
- Determine el par de torsión necesario para elevar y bajar la carga



$$T_{\text{Bajar tornillo}} = \frac{F d_m}{2} \left(\frac{\pi \mu d_m - l}{\pi d_m + \mu l} \right)$$

F	6,4 KN	Tbajar	96 (	-0,00485)
dm	30 mm	Tbajar	-	0,47 Nm
$\mu=\mu_c=$	0,08			
l	8 mm			
dc	40 mm			

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

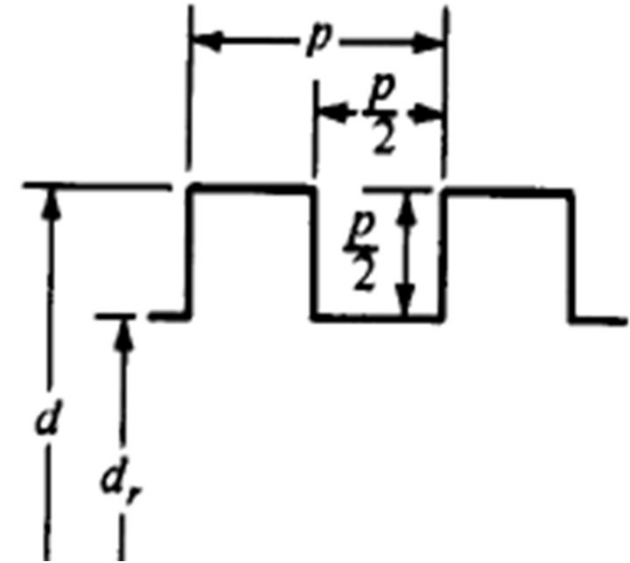
2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

EJEMPLO – SHIGLEY 8-1. Página 405

Un tornillo de transmisión de potencia de rosca cuadrada tiene un diámetro mayor de 32 mm y un paso de 4mm con roscas dobles.

Datos: $\mu=\mu_c=0.08$, $d_c=40\text{mm}$ y $F=6.4\text{kN}$ por tornillo

- Encuentre la profundidad, el ancho, el diámetro de paso, el menor y el de avance de la rosca.
- Determine el par de torsión necesario para elevar y bajar la carga



$$T_{\text{Bajar tornillo}} = \frac{F d_m}{2} \left(\frac{\pi \mu d_m - l}{\pi d_m + \mu l} \right)$$

F	6,4 KN	Tbajar	96 (	-0,00485)
dm	30 mm	Tbajar	-	0,47 Nm
$\mu=\mu_c=$	0,08			
l	8 mm	$T_{\text{Subir tornillo}} = \frac{F d_m}{2} \left(\frac{l + \pi \mu d_m}{\pi d_m - \mu l} \right)$		Nm
dc	40 mm	Tsubir	96 (	0,16601)
		Tsubir		15,94 Nm

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

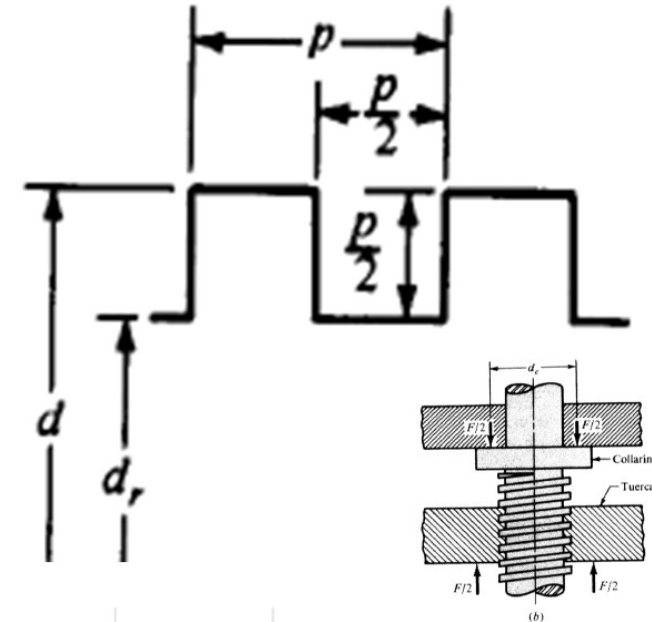
2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

EJEMPLO – SHIGLEY 8-1. Página 405

Un tornillo de transmisión de potencia de rosca cuadrada tiene un diámetro mayor de 32 mm y un paso de 4mm con roscas dobles.

Datos: $\mu=\mu_c=0.08$, $d_c=40\text{mm}$ y $F=6.4\text{kN}$ por tornillo

- Encuentre la profundidad, el ancho, el diámetro de paso, el menor y el de avance de la rosca.
- Determine el par de torsión necesario para elevar y bajar la carga



$$T_{\text{Bajar tornillo}} = \frac{F d_m}{2} \left(\frac{\pi \mu d_m - l}{\pi d_m + \mu l} \right)$$

$$T_{\text{collarin}} = T_c = \frac{F \mu_c d_c}{2}$$

F 6,4 KN T_{bajar} 96 (-0,00485)

dm 30 mm T_{bajar} - 0,47 Nm

$\mu=\mu_c=$ 0,08

l 8 mm $T_{\text{Subir tornillo}} = \frac{F d_m}{2} \left(\frac{l + \pi \mu d_m}{\pi d_m - \mu l} \right)$ Nm

dc 40 mm T_{subir} 96 (0,16601)

T_{subir} 15,94 Nm

T_c 10,24 Nm

$T_B = T_{\text{Bajar tornillo}} + T_c$

T_b 9,77 Nm

$T_S = T_{\text{Subir tornillo}} + T_c$

T_s 26,18 Nm

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

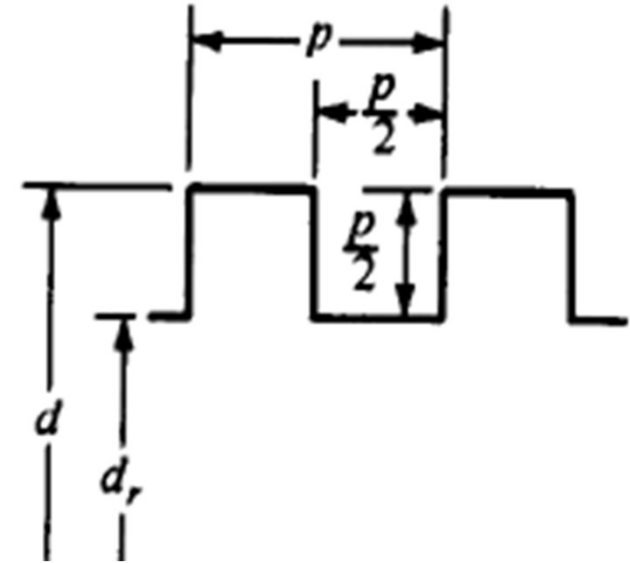
2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

EJEMPLO – SHIGLEY 8-1. Página 405

Un tornillo de transmisión de potencia de rosca cuadrada tiene un diámetro mayor de 32 mm y un paso de 4mm con roscas dobles.

Datos: $\mu=\mu_c=0.08$, $d_c=40\text{mm}$ y $F=6.4\text{kN}$ por tornillo

- a) Encuentre la profundidad, el ancho, el diámetro de paso, el menor y el de avance de la rosca.*
- b) Determine el par de torsión necesario para elevar y bajar la carga*
- c) Eficiencia durante la elevación de la carga*



$$T_{\text{Subir tornillo}} = \frac{F d_m}{2} \left(\frac{l + \pi \mu d_m}{\pi d_m - \mu l} \right)$$



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

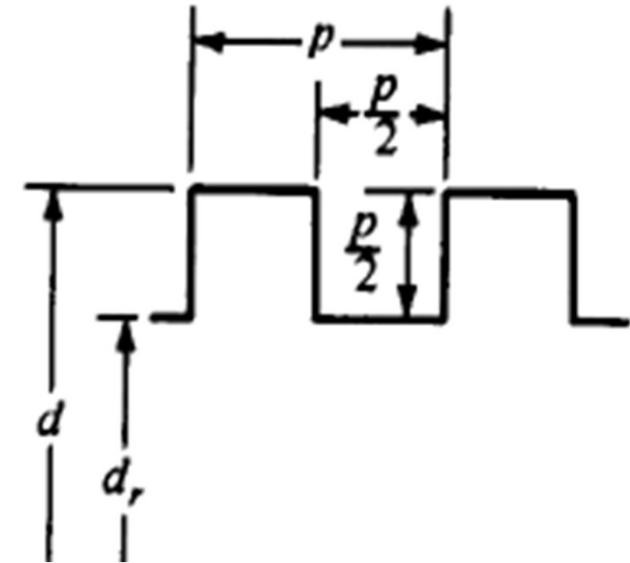
2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

EJEMPLO – SHIGLEY 8-1. Página 405

Un tornillo de transmisión de potencia de rosca cuadrada tiene un diámetro mayor de 32 mm y un paso de 4mm con roscas dobles.

Datos: $\mu=\mu_c=0.08$, $d_c=40\text{mm}$ y $F=6.4\text{kN}$ por tornillo

- a) Encuentre la profundidad, el ancho, el diámetro de paso, el menor y el de avance de la rosca.*
- b) Determine el par de torsión necesario para elevar y bajar la carga*
- c) Eficiencia durante la elevación de la carga*



$$T_{\text{Subir tornillo}} = \frac{F d_m}{2} \left(\frac{l + \pi \mu d_m}{\pi d_m - \mu l} \right)$$

F	6,4	KN
l	8	mm
Ts	26,18	Nm



1



NEBRIJA

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

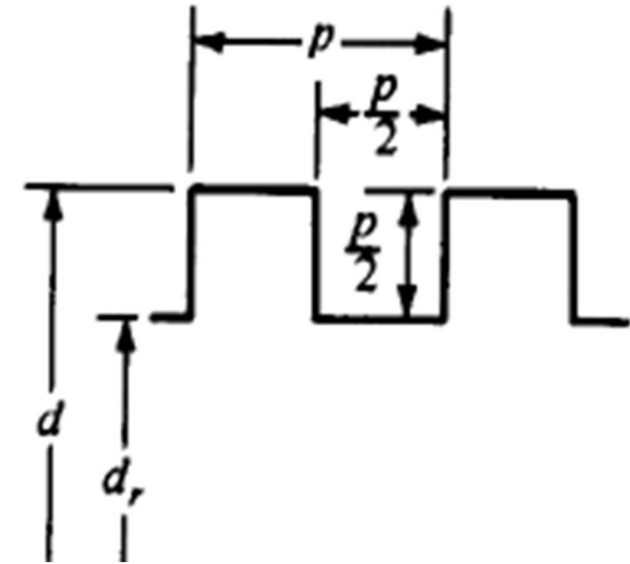
2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

EJEMPLO – SHIGLEY 8-1. Página 405

Un tornillo de transmisión de potencia de rosca cuadrada tiene un diámetro mayor de 32 mm y un paso de 4mm con roscas dobles.

Datos: $\mu=\mu_c=0.08$, $d_c=40\text{mm}$ y $F=6.4\text{kN}$ por tornillo

- Encuentre la profundidad, el ancho, el diámetro de paso, el menor y el de avance de la rosca.
- Determine el par de torsión necesario para elevar y bajar la carga
- Eficiencia durante la elevación de la carga



$$T_{\text{Subir tornillo}} = \frac{F d_m}{2} \left(\frac{l + \pi \mu d_m}{\pi d_m - \mu l} \right)$$

F	6,4	KN	$\mu = 0$	$T_o = \frac{Fl}{2\pi}$
l	8	mm		
Ts	26,18	Nm	$e = \frac{T_o}{T} = \frac{T_o}{T_s}$	



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

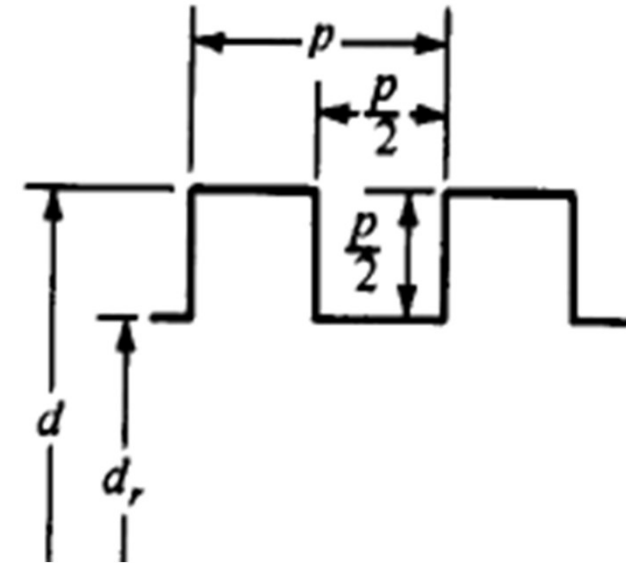
2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

EJEMPLO – SHIGLEY 8-1. Página 405

Un tornillo de transmisión de potencia de rosca cuadrada tiene un diámetro mayor de 32 mm y un paso de 4mm con roscas dobles.

Datos: $\mu=\mu_c=0.08$, $d_c=40\text{mm}$ y $F=6.4\text{kN}$ por tornillo

- Encuentre la profundidad, el ancho, el diámetro de paso, el menor y el de avance de la rosca.
- Determine el par de torsión necesario para elevar y bajar la carga
- Eficiencia durante la elevación de la carga



$$T_{\text{Subir tornillo}} = \frac{F d_m}{2} \left(\frac{l + \pi \mu d_m}{\pi d_m - \mu l} \right)$$

F	6,4 KN	$\mu = 0$	$T_o = \frac{Fl}{2\pi}$	To	8,15 KN
l	8 mm				
Ts	26,18 Nm	$e = \frac{T_o}{T} = \frac{T_o}{T_s}$		e	0,31



NEBRIJA

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

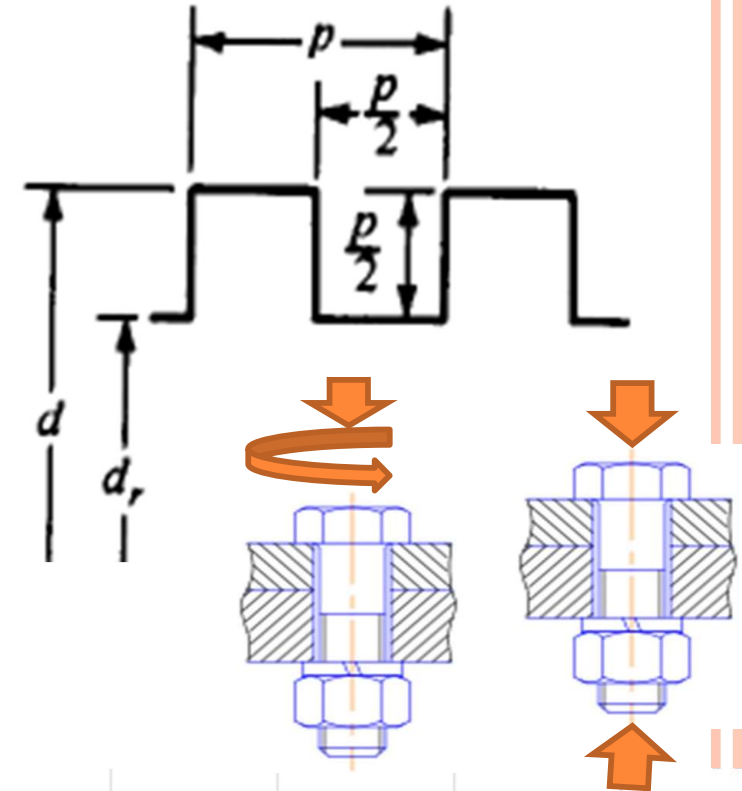
2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

EJEMPLO – SHIGLEY 8-1. Página 405

Un tornillo de transmisión de potencia de rosca cuadrada tiene un diámetro mayor de 32 mm y un paso de 4mm con roscas dobles.

Datos: $\mu=\mu_c=0.08$, $d_c=40\text{mm}$ y $F=6.4\text{kN}$ por tornillo

- Encuentre la profundidad, el ancho, el diámetro de paso, el menor y el de avance de la rosca.
- Determine el par de torsión necesario para elevar y bajar la carga
- Eficiencia durante la elevación de la carga
- Esfuerzos de torsión y compresión en el cuerpo



F	6,40	KN	$\tau = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d_r^3}$						
dr=d-(p/2)	28,00	mm							
Ts	26,18	Nm	$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d_r^2}$						
Tb	9,77	Nm							
Tbajar	-	0,47							

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

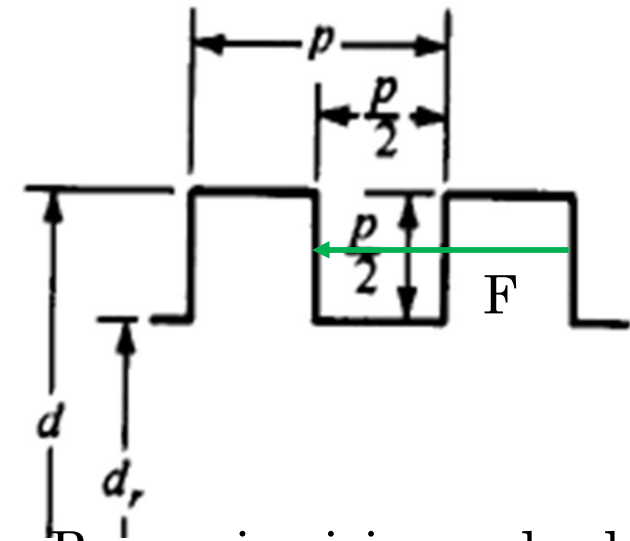
2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

EJEMPLO – SHIGLEY 8-1. Página 405

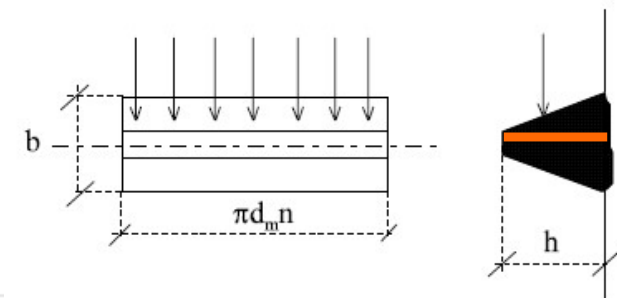
Un tornillo de transmisión de potencia de rosca cuadrada tiene un diámetro mayor de 32 mm y un paso de 4mm con roscas dobles.

Datos: $\mu=\mu_c=0.08$, $d_c=40\text{mm}$ y $F=6.4\text{kN}$ por tornillo

- Encuentre la profundidad, el ancho, el diámetro de paso, el menor y el de avance de la rosca.
- Determine el par de torsión necesario para elevar y bajar la carga
- Eficiencia durante la elevación de la carga
- Esfuerzos de torsión y compresión en el cuerpo
- Esfuerzo de apoyo



Rosca ejercicio cuadrada.



F	6,40	KN							
l	8	mm							
dm	30	mm							
n	2	Doble helice							
p/2	2	mm							
Profundidad									

$$\sigma_b = \frac{F}{A} = - \frac{F}{\pi \cdot d_{mr} \cdot h \cdot n}$$

a) Esfuerzo de apoyo

Rosca

Presión de contacto σ_b -0,01698 KN/mm2 - 16,98 Mpa

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

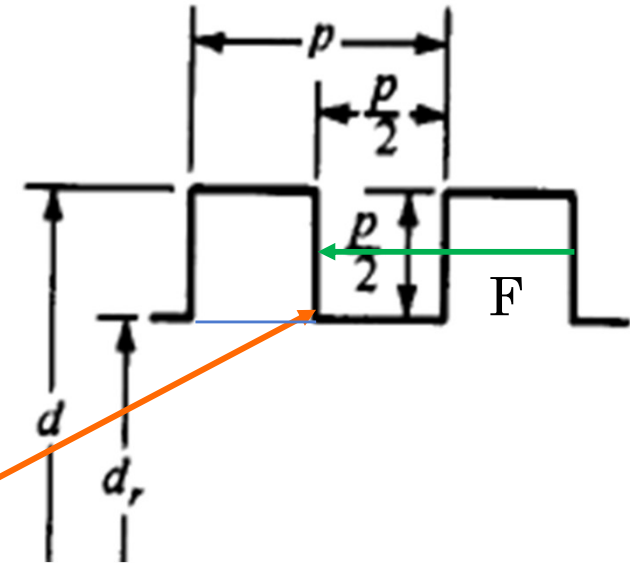
2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

EJEMPLO – SHIGLEY 8-1. Página 405

Un tornillo de transmisión de potencia de rosca cuadrada tiene un diámetro mayor de 32 mm y un paso de 4mm con roscas dobles.

Datos: $\mu=\mu_c=0.08$, $d_c=40\text{mm}$ y $F=6.4\text{kN}$ por tornillo

- a) En la rosca, determinar el **esfuerzo flexionante en la raíz**, **cortante en la raíz** y el **esfuerzo de von Mises** y el **esfuerzo cortante máximo** en la misma ubicación.

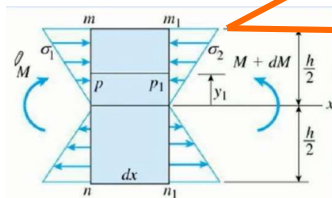


F	6,40	KN
l	8,00	mm
dr	28,00	mm
n	2,00	Doble helice
p/2	2,00	mm
Profundidad	h	
p/2	2,00	mm
ancho	b	
p	4	mm

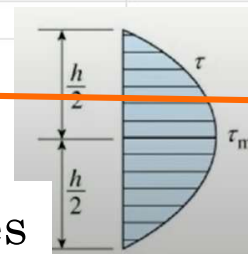
$$\sigma_b = \frac{Fh}{\pi d_r n b^2} \xrightarrow{h=b=p/2} \sigma_b = \frac{F p/2}{\pi d_r n (p/2)^2} \xrightarrow{h=b=p/2} \sigma_b = \frac{2F}{\pi d_r n p}$$

Tensión debida a la flexión en rosca

Esfuerzo flexionante σ_b	0,0182	KN/mm2	18,19 Mpa
---	---------------	---------------	------------------

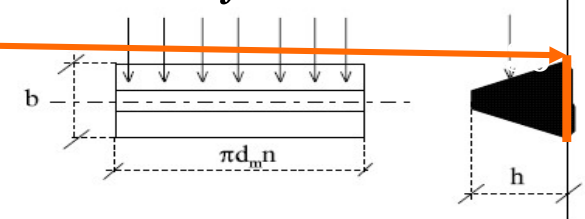


Flectores



Cortantes

Rosca ejercicio cuadrada.



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

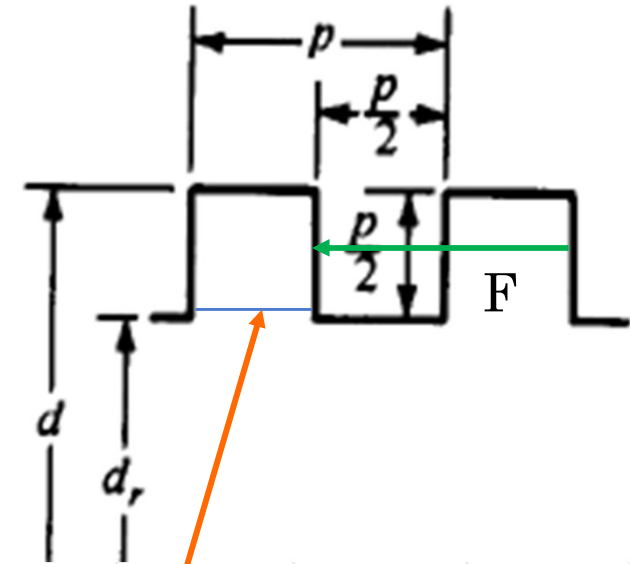
2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

EJEMPLO – SHIGLEY 8-1. Página 405

Un tornillo de transmisión de potencia de rosca cuadrada tiene un diámetro mayor de 32 mm y un paso de 4mm con roscas dobles.

Datos: $\mu=\mu_c=0.08$, $d_c=40\text{mm}$ y $F=6.4\text{kN}$ por tornillo

- a) En la rosca, determinar el esfuerzo flexionante en la raíz, cortante en la raíz y el esfuerzo de von Mises y el **esfuerzo cortante máximo en la misma ubicación.**

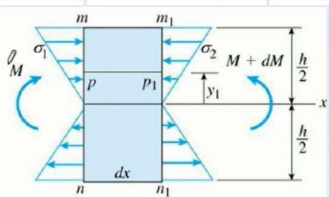


$$\tau = \frac{3F}{\pi d_r n b} \xrightarrow{h=b=p/2} \tau = \frac{6F}{\pi d_r n p}$$

cortante en la raíz=0

F	6,40	KN
l	8,00	mm
dr	28,00	mm
n	2,00	Doble helice
p/2	2,00	mm
Profundidad h	p	
p/2	2,00	mm
ancho b	-	
p	4,00	mm

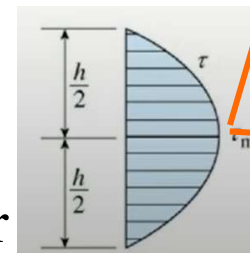
cortante maximo τ	0,0546	KN/mm2	54,57	Mpa
------------------------	--------	--------	-------	-----



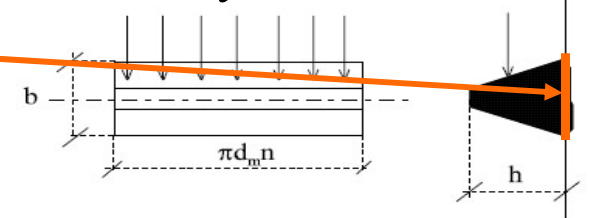
Flectores

$$\tau = \frac{3F}{2\pi d_r n b}, \quad d_r = \text{diam. interior}$$

Cortantes



Rosca ejercicio cuadrada.



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

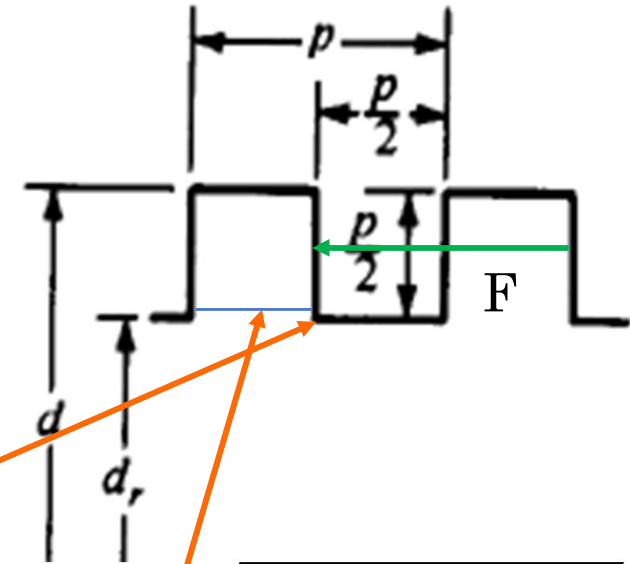
2. MECÁNICA DE LOS TORNILLOS DE POTENCIA

EJEMPLO – SHIGLEY 8-1. Página 405

Un tornillo de transmisión de potencia de rosca cuadrada tiene un diámetro mayor de 32 mm y un paso de 4mm con roscas dobles.

Datos: $\mu=\mu_c=0.08$, $d_c=40\text{mm}$ y $F=6.4\text{kN}$ por tornillo

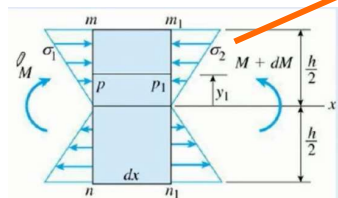
- a) En la rosca, determinar el esfuerzo flexionante en la raíz, cortante en la raíz y el **esfuerzo de von Mises** y el esfuerzo cortante máximo en la misma ubicación.



$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_{max}^2 + 3\tau_{max}^2};$$

σ_{eq} se comparará con S_y o S_u para ver si aguante la rosca estaticamente
 σ_{eq} Si es una fuerza dinámica con S_e

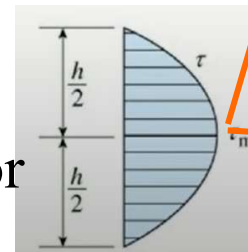
Suman de los dos aunque el punto no es el mismo.



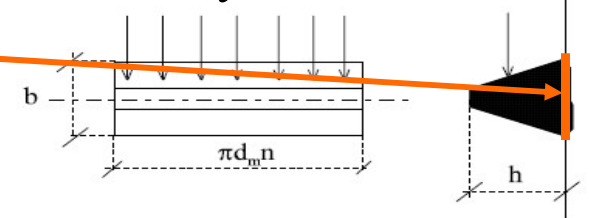
Flectores

Cortantes

$$\tau = \frac{3F}{2\pi \cdot d_r \cdot n \cdot b}, \quad d_r = \text{diam. interior}$$



Rosca ejercicio cuadrada.

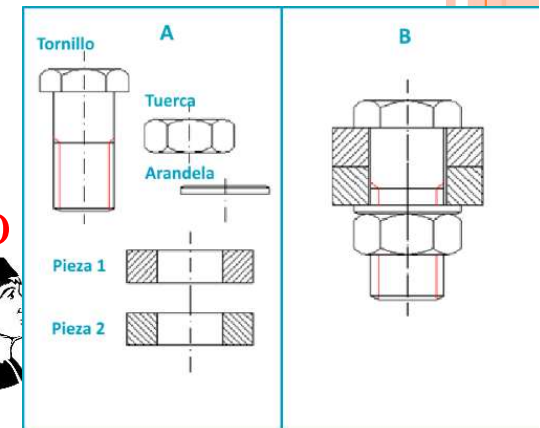
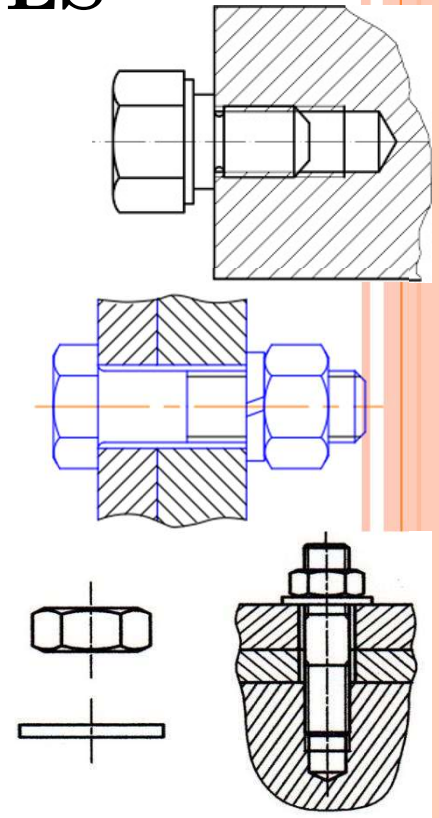


CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

3. SUJETADORES ROSCADOS

Nomenclatura

- **Tornillo:** Se aprieta aplicando par a la cabeza. Diseñado para instalarse en un agujero roscado.
- **Perno:** Diseñado para instalarse con tuerca. Se aprieta aplicando par de torsión a la tuerca.
- **Espárrago:** Es un perno con rosca en los dos extremos.
- **Longitud ideal del tornillo:** es en la que sólo sobresale una o dos roscas de la tuerca tras apretar.
- Los agujeros pueden presentar rebabas, lo que crearía entallas y concentraciones de tensiones en los tornillos. **Se usan arandelas** debajo de la cabeza para evitar esto.
- **En la arandela, el borde redondeado del agujero estampado debe estar de frente al tornillo.**



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

3. SUJETADORES ROSCADOS

Propósito y Funcionamiento

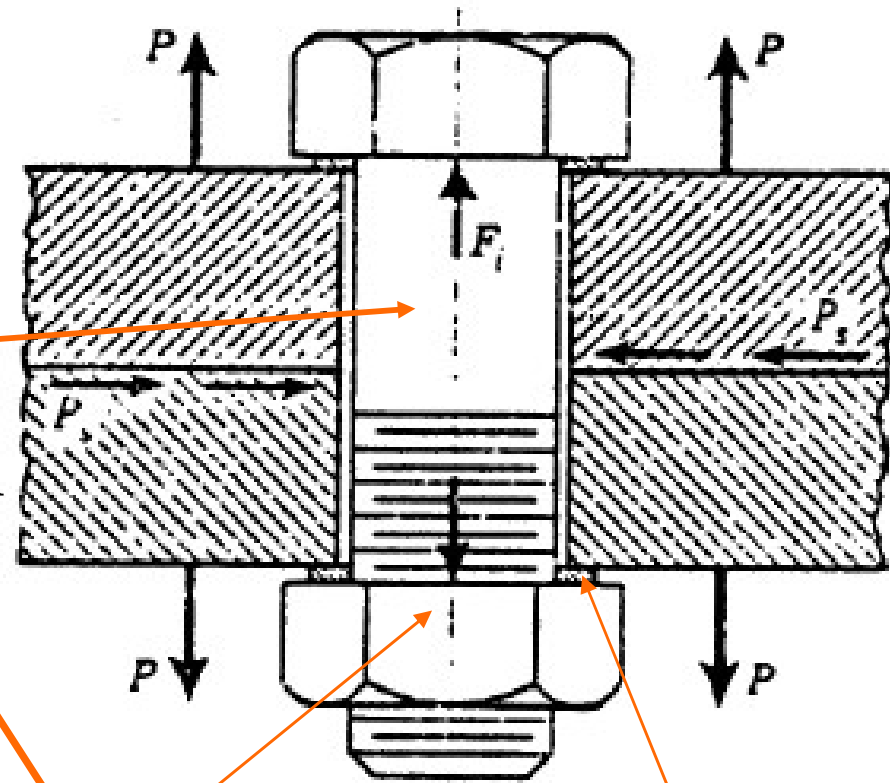
- El propósito de un tornillo es sujetar dos o más partes.
- La carga de sujeción estira o alarga el tornillo al hacer girar la tuerca.
- El tornillo se alarga casi hasta su **límite elástico**.
- **Si la tuerca no se afloja, la tensión en el tornillo permanece como la fuerza de precarga o sujeción.**
- Al apretar lo ideal es mantener estacionaria la cabeza del tornillo y hacer girar la tuerca (así el cuerpo del tornillo no sentirá el par de torsión de fricción de la rosca)
- La cabeza de un tornillo hexagonal es un poco más delgada que la de un perno de cabeza hexagonal



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

4. RIGIDEZ DEL SUJETADOR (PRECARGA)

- Perno con precarga inicial a la que se le aplica una carga P .
- F_i = precarga inicial. Perno estirado para la compresión P_p
- K_p = rigidez del perno
- K_m = rigidez de las piezas sujetadas (sumadas, en serie) P_m
- P = carga que se aplica.
- Esta carga se reparte entre el perno y las piezas unidas: P_p y P_m respectivamente.
- El reparto depende de las rigideces de ambos elementos (siempre que haya contacto)



JUNTA ATORNILLADA

$$T_s = \frac{F \cdot d_m}{2} \left(\frac{l + \pi \cdot \mu \cdot d_m}{\pi \cdot d_m - \mu \cdot l} \right)$$

$$T_c = \frac{F \cdot \mu_c \cdot d_c}{2}$$



Situación inicial F_i =Fuerza precarga, en el perno $F_p=F_i$ y en las masas $F_m= -F_i$

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

4. RIGIDEZ DEL SUJETADOR

- Ecuaciones que deben cumplirse (siempre que exista algo de compresión en las piezas)

Al aplicar P descomprime las piezas y estira más el perno con lo que podemos descomponer la fuerza

$$P = P_p + P_m = k_p \Delta \delta_p + k_m \Delta \delta_m$$

Rigidez por deformación

$$\Delta \delta_p = \Delta \delta_m \Rightarrow \frac{P_p}{k_p} = \frac{P_m}{k_m}$$

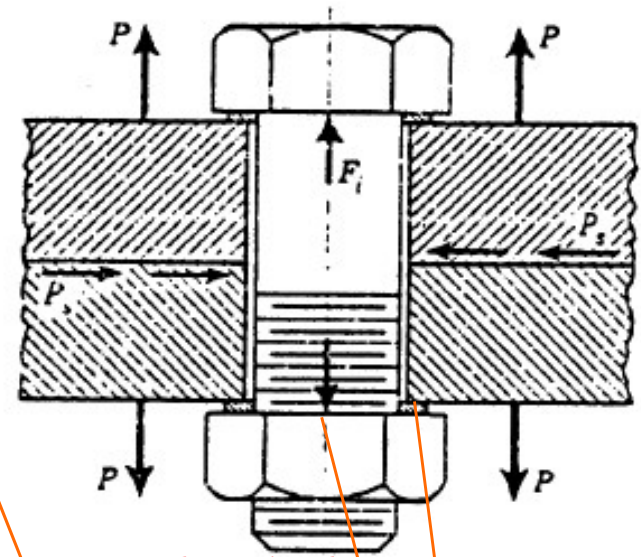
Lo que estira el perno es lo que descomprimen las piezas.

- Carga sobre el perno...

$$F_p = P_p + F_i = \frac{k_p P}{k_p + k_m} + F_i$$

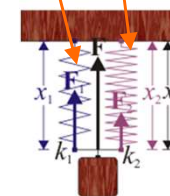
- Carga sobre elementos de la junta...

$$F_m = P_m - F_i = \frac{k_m P}{k_p + k_m} - F_i$$

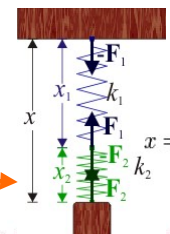


Distribución de P entre perno y piezas.

Solo para recordar



$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 = x \\ F &= F_1 + F_2 \\ F &= -(k_1 + k_2)x \\ k &= k_1 + k_2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= x \\ F_1 &= F_2 = F \\ x &= x_1 + x_2 = -\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)F \\ \frac{1}{k} &= \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \end{aligned}$$

$F_m \leq 0$ para que se cumpla

$$\Delta \delta_p = \Delta \delta_m$$

Situación en carga.

NEBRIJA

En caso contrario se separan las piezas.

Situación inicial F_i =Fuerza precarga, $F_p=F_i$ y $F_m=-F_i$

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

4. RIGIDEZ DEL SUJETADOR

- Ecuaciones que deben cumplirse (siempre que exista algo de compresión en las piezas)

$$F_p = P_p + F_i = \frac{k_p P}{k_p + k_m} + F_i$$

Si $F_i > 0$ entonces $C = \frac{k_p}{k_p + k_m} < 1$ y $\frac{k_p P}{k_p + k_m} < P$

Factor de junta.

$$k_p = \frac{E_p A_p}{L_p} = \frac{E_p \pi d_p^2}{4 L_p}$$

$$k_m = \frac{E_m A_m}{L_m} = \frac{E_m \pi (D_m^2 - d_p^2)}{4 L_m}$$

En nuestro caso $L_m = L_p = L$

Mismo material

Si P es dinámica

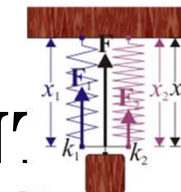
- F_i afecta a σ_m .
- F_i reduce σ_a

Bueno para fatiga

La precarga distribuye la fuerza entre elementos o lo que es lo mismo la fuerza sobre el perno y las masas.

Hipótesis calculo perno.

$$D_m \sim 2D_p$$

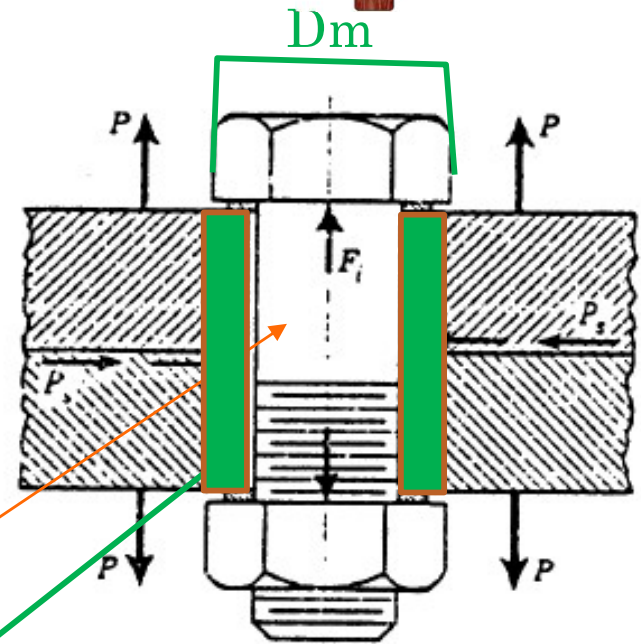


$$x_1 = x_2 = x$$

$$F = F_1 + F_2$$

$$F = -(k_1 + k_2)x$$

$$k = k_1 + k_2$$



Situación inicial F_i =Fuerza precarga, $F_p=F_i$ y $F_m=-F_i$

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

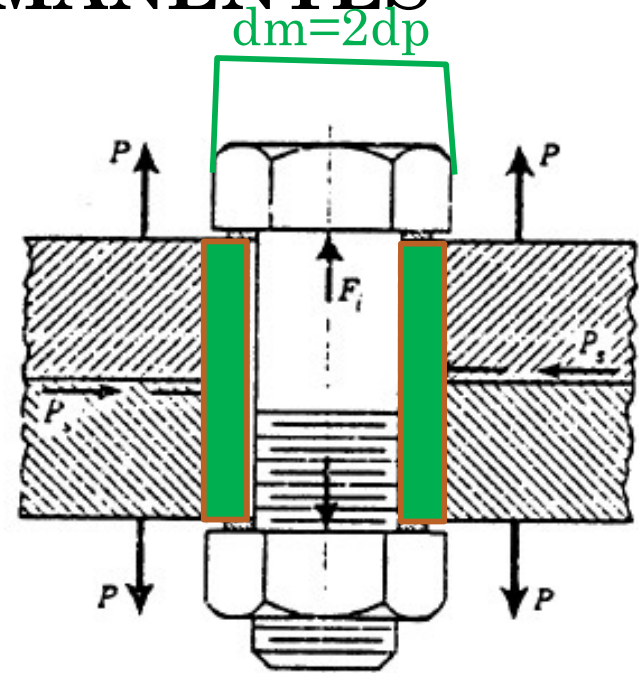
4. RIGIDEZ DEL SUJETADOR

- **Ej.** Ecuaciones que deben cumplirse (siempre que exista algo de compresión en las piezas)

Consideramos $L_m = L_p = L$

Mismo material. $k_p = k_m = k$ y $E_p = E_m = E$

Hipótesis calculo perno. $d_m = 2d_p$



$$k_p = \frac{E_p A_p}{L_p} = \frac{E_p \pi d_p^2}{4L_p} = \frac{E \pi d_p^2}{4L}$$

$$k_m = \frac{E_m A_m}{L_m} = \frac{E_m \pi (d_m^2 - d_p^2)}{4L_m} = \frac{E \pi (4d_p^2 - d_p^2)}{4L} = \frac{3E \pi d_p^2}{4L}$$

$$C = \frac{k_p}{k_p + k_m} = \frac{\frac{k_p}{k_p}}{\frac{k_p}{k_p} + \frac{k_m}{k_p}} = \frac{1}{1 + \frac{k_m}{k_p}} = \frac{1}{1 + \frac{\frac{3E \pi d_p^2}{4L}}{\frac{E \pi d_p^2}{4L}}} = \frac{1}{1 + 3} = \frac{1}{4}$$

Factor de junta.

$$F_p = P_p + F_i = \frac{k_p P}{k_p + k_m} + F_i = \frac{P}{4} + F_i$$

$$\text{Cumple } C = \frac{k_p}{k_p + k_m} < 1 \text{ y } \frac{k_p P}{k_p + k_m} < P$$

Si es una fuerza fluctuante:

Fuerza media.

$$F_{pm} = \frac{P_m}{4} + F_i \xrightarrow{F_i = cte} F_{pm} = \frac{P_m}{4} + F_i$$

Fuerza Alternante.

$$F_{pa} = \frac{P_a}{4} + F_{ia} \xrightarrow{F_i = cte} F_{pa} = \frac{P_a}{4} + 0 = \frac{P_a}{4}$$

Si P es dinámica

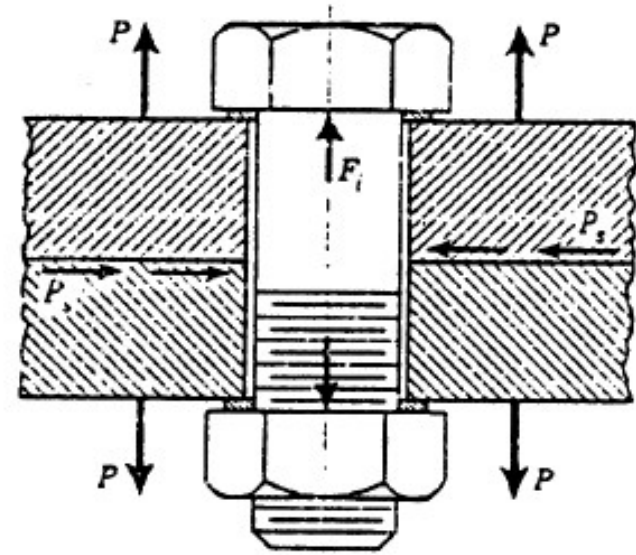
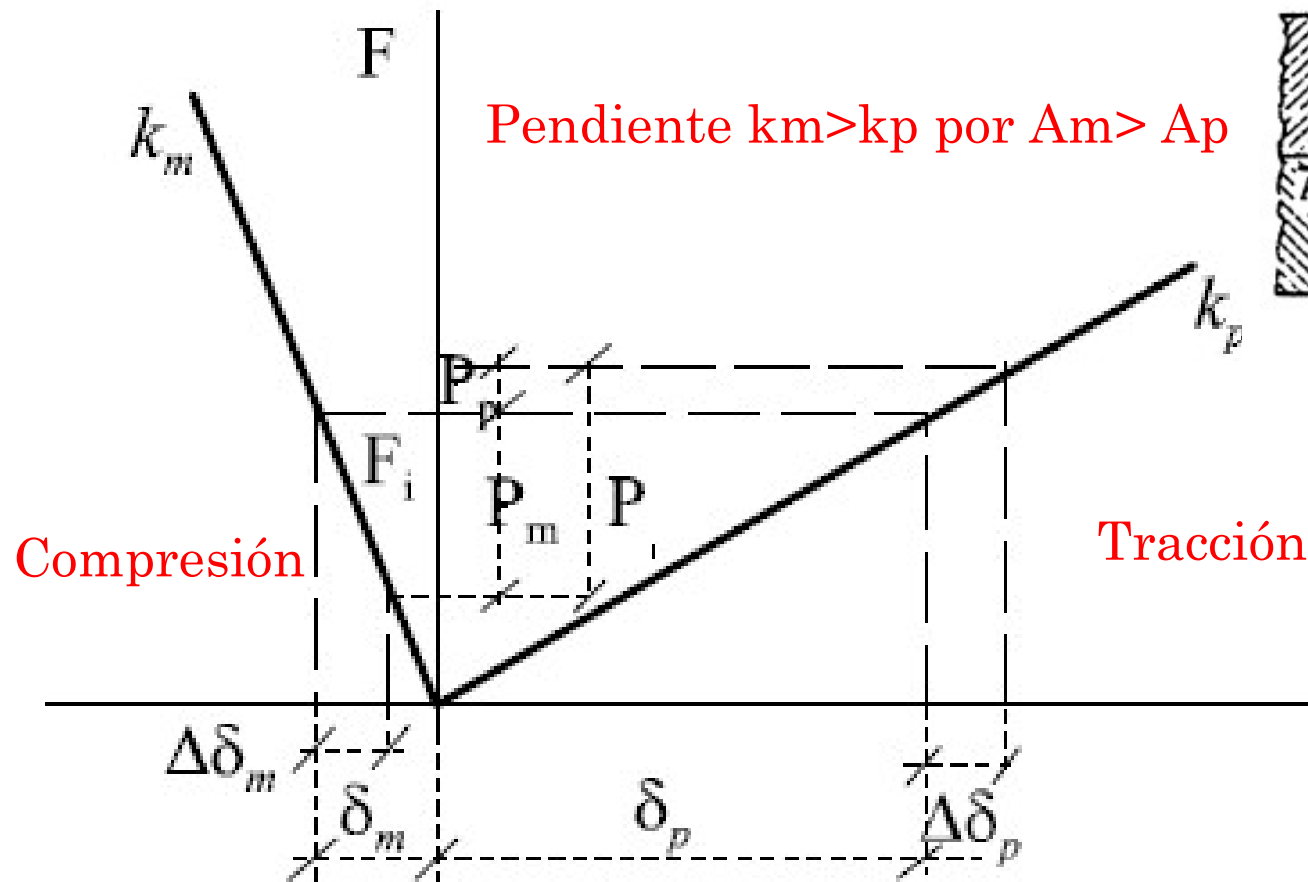
- F_i afecta a om.
- F_i reduce σ_a

Bueno para fatiga en el perno.

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

4. RIGIDEZ DEL SUJETADOR

- Gráficamente



$$\Delta\delta_p = \Delta\delta_m$$

- Si P elimina toda la compresión entre las piezas, toda la carga la soportaría el tornillo.



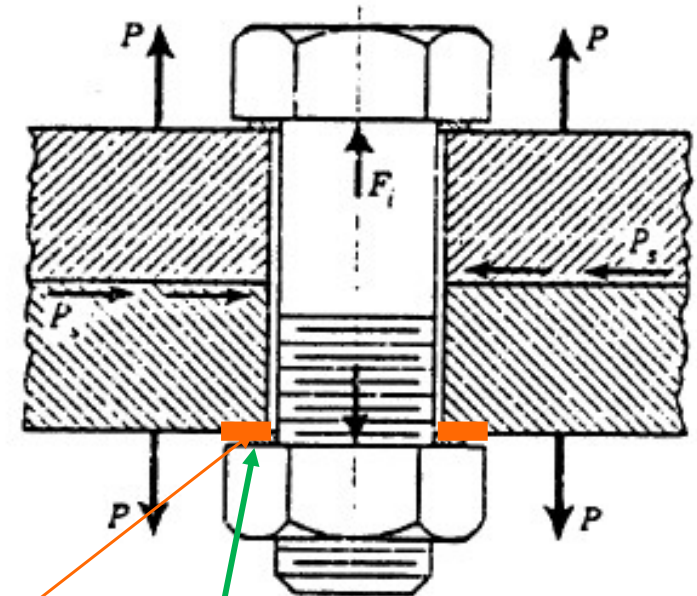
CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

4. RIGIDEZ DEL SUJETADOR

- De lo anterior se deduce que es **importante precargar los pernos...**
- ... desde **el punto de vista de fatiga** (fluctuación menor de la carga)
- ... para mejora el efecto de **aseguramiento**
- Para conocer la precarga a aplicar en un perno se mide el par de torsión de apriete (p.e. con llave torsiométrica)

$$T = \frac{F_i \cdot d_m}{2} \left(\frac{l + \pi \cdot \mu \cdot d_m \cdot \sec \alpha}{\pi \cdot d_m - \mu \cdot l \cdot \sec \alpha} \right) + \frac{F_i \mu_c d_c}{2}$$

Acme=29° → α=14,5°
 Métrica=60° → α=30°
 Whitworth=55° → α=27,5°



JUNTA ATORNILLADA

Rozamiento en esta zona.

Diámetro medio
Exterior e interior



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

5. JUNTAS CON EMPAQUETADURA

- Puede haber más de dos elementos incluidos en el agarre del sujetador.
- En conjunto actúan como resortes de compresión en serie...

Rigidez elementos en serie.

$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots + \frac{1}{k_i}$$

Como resortes en serie
que comparten la fuerza.

$$F=kx; x=F/k$$

$$k_1 > k_2 \rightarrow x_2 > x_1$$

$$x \rightarrow \theta$$

$$F \rightarrow T$$

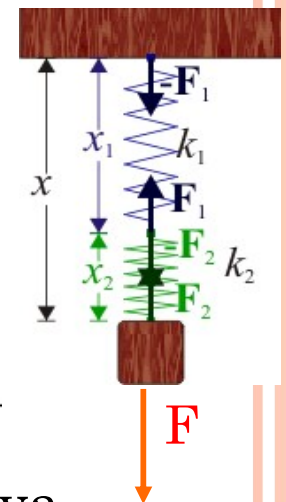
$$K \rightarrow GJ/l$$

$$x_1 + x_2 = x$$

$$F_1 = F_2 = F$$

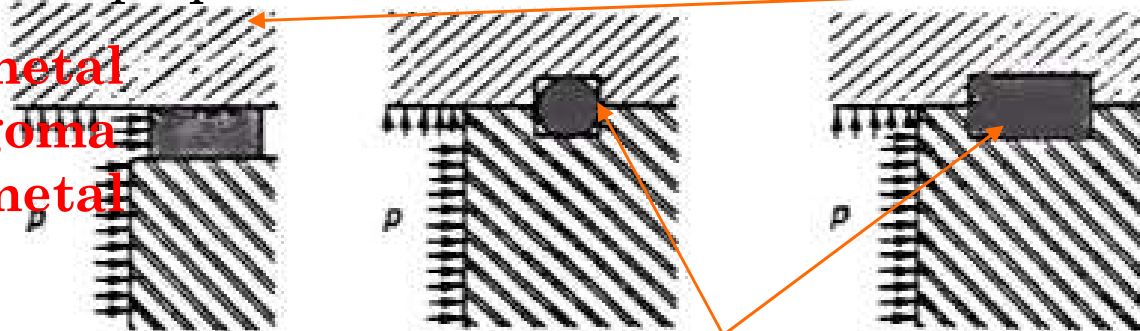
$$x = x_1 + x_2 = -\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) F$$

Por ej. Goma. $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$



- Si uno de los elementos es un empaque suave, su rigidez relativa frente a los otros resulta tan pequeña que los términos de los otros pueden despreciarse, de forma que sólo se considere la rigidez del empaque suave.

A metal
B goma
C metal



$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_A} + \frac{1}{k_B} + \frac{1}{k_C} \rightarrow k_m \sim k_B$$

Despreciable

Factor de junta disminuye el $C = \frac{k_p}{k_p + k_m}$ y no nos conviene Por ello.



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

5. JUNTAS CON EMPAQUETADURA



$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_A} + \frac{1}{k_B} + \frac{1}{k_C} \rightarrow k_m \sim k_B$$

Despreciable

UNIVERSIDAD NEBRIJA

Factor de junta disminuye el $C = \frac{k_p}{k_p + k_m}$ y no nos conviene Por ello.

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

6. PRECARGA DE PERNOS. C. ESTÁTICA

- Antes se halló la carga de un perno precargado con F_i y una carga externa P .
- La separación de la junta se da para $F_m = 0$ (desaparece la compresión y el tornillo soporta toda la carga).
- En estas condiciones el $F_i > F_m$, pero además no debe producir fluencia del material.

$$1 - C = \frac{k_m}{k_p + k_m} \quad \text{donde } C = \frac{k_p}{k_m + k_p}$$

$$F_p = C \cdot P + F_i$$

$$F_m = (1 - C) \cdot P - F_i$$

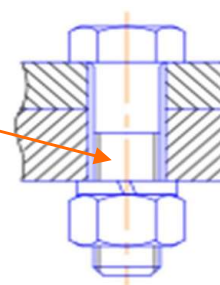
Como $F_m \geq 0$ $F_i > (1 - C)P_{\max}$

F_i no puede generar deformación en la pieza luego $F_i < A_t \cdot S_y$ (fuerza = área x tensión)

$$n \cdot (1 - C) \cdot P < F_i < A_t S_y$$

A_t : Área de trabajo
 S_y : Límite de fluencia
 N : factor de seguridad

$$A_t = \pi \cdot d_r^2 / 4$$



UNIVERSIDAD
NEBRIJA

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

7. PRECARGA DE PERNOS. C. FATIGA

○ Aquí es necesario hallar la carga media y alternante.

○ Si conocemos la variación de P se pueden deducir, suponiendo que el área efectiva del perno es A_t :

Consideración $P_{max}=P$ $P_{min}=0$

$$(F_p)_{max} = \frac{k_p P}{k_p + k_m} + F_i$$

$$(F_p)_{min} = +F_i$$

$$\sigma_a = \frac{(F_p)_{max} - (F_p)_{min}}{2A_t}$$

$$\sigma_m = \frac{(F_p)_{max} + (F_p)_{min}}{2A_t}$$

○ A partir de estas expresiones y utilizando por ejemplo el criterio de Goodman modificado se puede determinar la fuerza F_i limitada por resistencia a fatiga

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = 1$$

Tabla en Campus

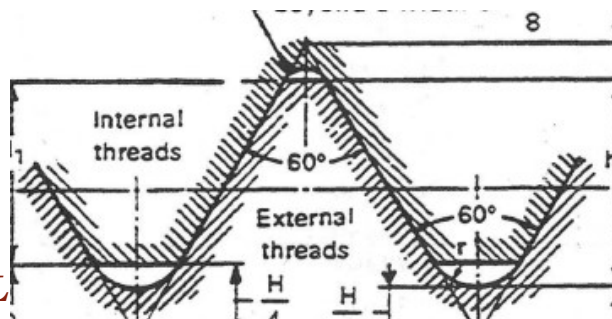


TABLE 18-7
Basic dimensions for design profiles of ISO metric screw threads

Basic diameter, mm	Pitch, P, mm	Major diameter, d, mm	Pitch diameter, d ₂ , mm	Minor diameter, mm		Lead angle at basic pitch diameter		Tensile stress area, A _t , mm ²
				External threads, d ₁	Internal threads, D ₁	deg	min	
1	0.25	1.0	0.837620	0.693283	0.729367	5	27	0.46
	0.20	1.0	0.870096	0.754626	0.783494	4	11	0.53
2	0.40	2.0	1.740192	1.509252	1.566987	4	11	2.07
	0.25	2.0	1.837620	1.693283	1.729367	2	29	2.45
2.5	0.45	2.5	2.207716	1.947909	2.012861	3	43	3.39
	0.35	2.5	2.207716	1.947909	2.012861	3	43	3.39

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

7. PRECARGA DE PERNOS. C. FATIGA

- En casos de carga variable ya se sabe que es preciso tener en cuenta el efecto de concentradores de esfuerzo sin importar si son dúctiles o no.
- En tornillos hay dos tipos de concentradores:
 - Cambio de sección entre cabeza y vástago
 - La rosca
- Los K_f varían según el tratamiento al que el tornillo se ha visto sometido para obtener el grado de resistencia deseado.
- El método de manufactura para construir la rosca también influye. En rosca cortada los radios suelen ser más agudos (concentradores más agudos) y aparecen grietas por arranque de viruta. En las rosclas roladas en frío las crestas son redondeadas y los granos fluyen a lo largo del filete.

$$S_e = 0,5 S_{ut} / K_f$$

Más los datos que nos faciliten.

DUREZA (HB)	GRADO SAE (UNS)	GRADO SAE (ISO)	k_f ROSCA		k_f CABEZA
			ROLADA	CORTADA	
< 200	≤ 2	≤ 5.8	2.2	2.8	2.1
≥ 200	≥ 4	≥ 6.6	3.0	3.8	2.3

Forjada



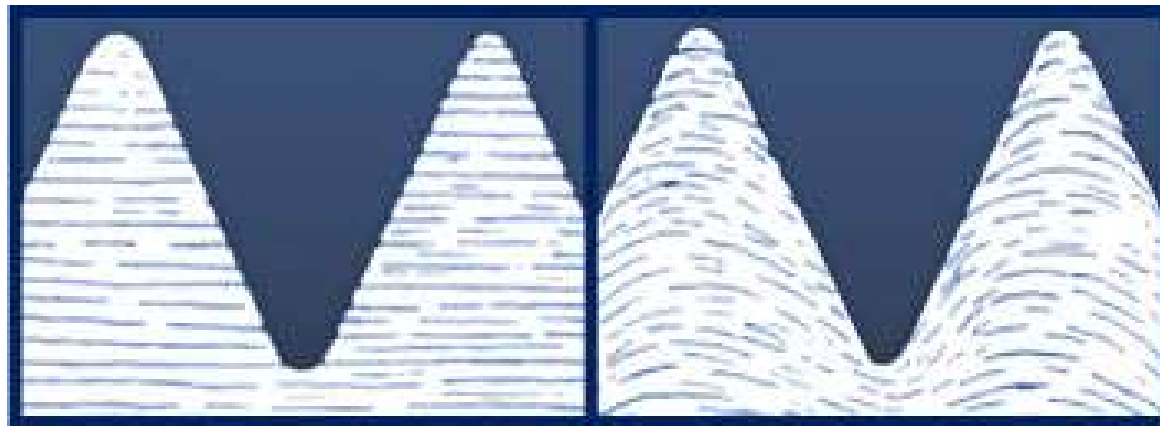
Templados, nitrurados etc.

Dr. José Luis Olazagoitia y MABH

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

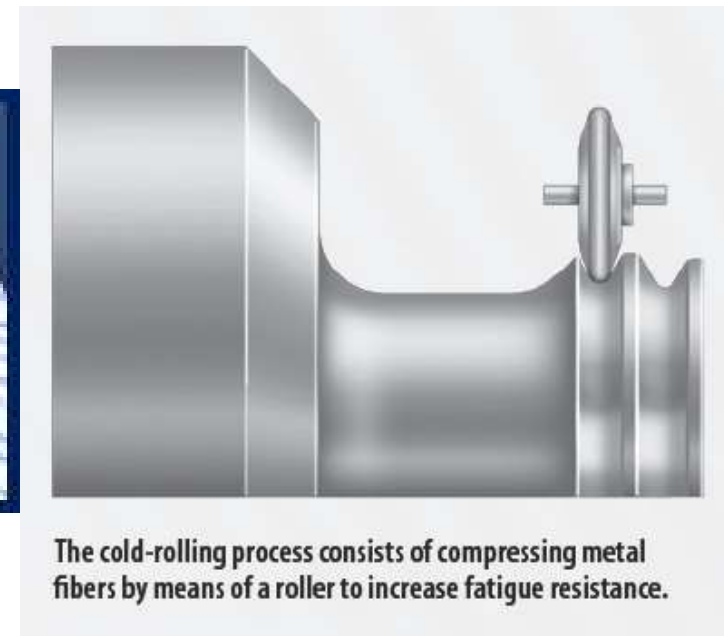
7. PRECARGA DE PERNOS. C. FATIGA

- Rosca cortada vs rolada en frío



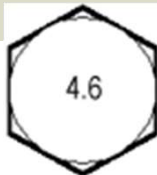
Cut Thread

Rolled Thread



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

8. RESISTENCIA DEL PERNO

Propiedades mecánicas de elementos roscados de clase métrica					
Clase	Rango del diámetro	Carga de prueba [MPa]	Esfuerzo de ruptura [MPa]	Material	Marcado de la cabeza
4.6	M5 - M36	225	400	Acero de bajo carbono ó acero al carbono	
4.8	M1.6 - M16	310	420	Acero de bajo carbono ó acero al carbono	
5.8	M5 - M24	380	520	Acero de bajo carbono ó acero al carbono	
8.8	M16 - M36	600	830	Acero al carbono, Templado y Revenido	
9.8	M1.6 - M16	650	900	Acero al carbono, Templado y Revenido	
10.9	M5 - M36	830	1040	Acero de bajo carbono martensítico, Templado y Revenido	
12.9	M1.6 - M36	970	1220	Acero aleado, Templado y Revenido	

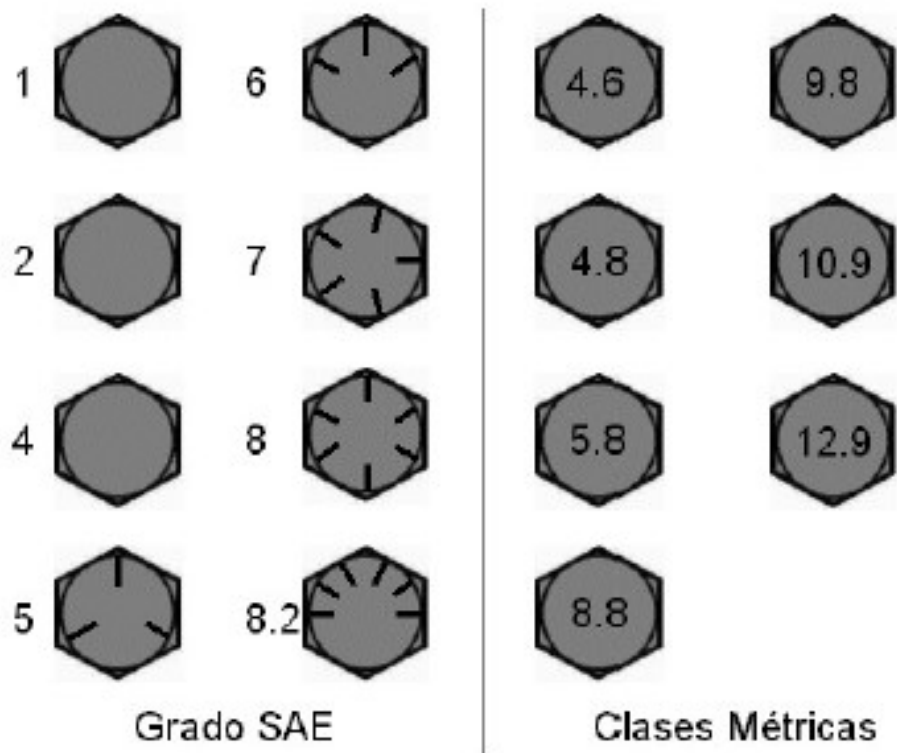
Existen otras marcas, p.e. SAE o ASTM (ver Shigley p. 418)



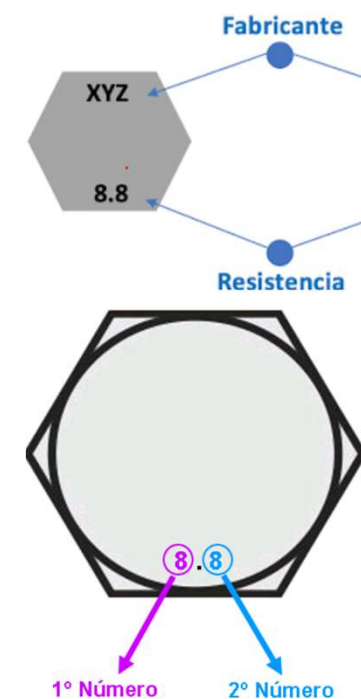
UNIVERSIDAD
NEBRIJA

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

8. RESISTENCIA DEL PERNO



Grados de Resistencia			
MARCAS DE RESISTENCIA			
DEFINICION	SAE GRADO 2	SAE GRADO 5	SAE GRADO 8
MATERIAL	ACERO BAJO CARBON	ACERO MEDIO CARBON TRATADO TERMICAMENTE	ACERO MEDIO CARBON CON ALEACIONES TRATADO TERMICAMENTE
RESISTENCIA TENSIL (P.S.I.)	3/4" - 1-1/2" DIA. 60,000 P.S.I.	HASTA 1" DIA. 120,000 P.S.I.	150,000 P.S.I.



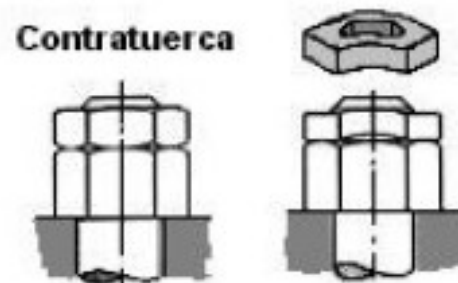
1º Número nos indica la resistencia máxima a la tracción, que es la máxima fuerza que puede soportar un tornillo sin romperse, se mide en N/mm².

2º Número el Límite elástico, indica el límite máximo que podemos aplicar a un tornillo sin que la deformación sea irreversible, por debajo de este límite el cuerpo (en este caso tornillo)

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

9. CÓMO EVITAR EL AFLOJAMIENTO

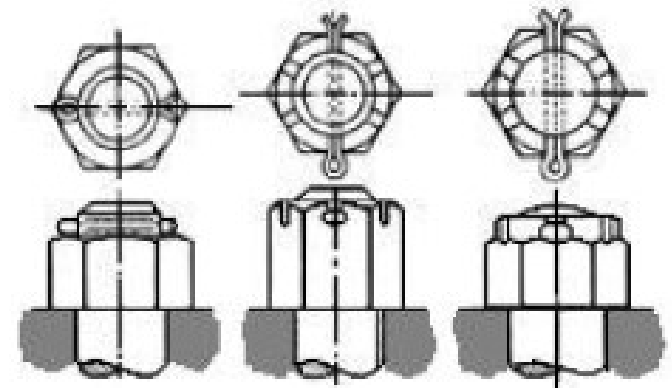
- Los elementos de máquina suelen estar **sometidos a cargas variables y vibración**, por lo que es frecuente que las **tuercas se aflojen**.
- Se puede aplicar un par superior al necesario, pero esto puede dañar plásticamente el tornillo y/o las piezas de la unión.
- Algunas alternativas:
 - **Tornillos de rosca fina**: al tener una eficiencia de transmisión más pobre, son más difíciles de aflojar.
 - **Uso de tuerca y contratuerca**. Al apretar una contra otra se genera una precarga interna y mutuamente impiden el aflojamiento. (Útil si las piezas a unir son blandas y deformables fácilmente)



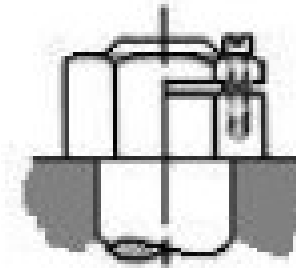
CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

9. CÓMO EVITAR EL AFLOJAMIENTO

- Algunas alternativas (continúa):
 - Uso de **arandelas de cierre o de presión**.
 - Si la unión está sometida a un gran par, gran vibración y/o cambio del sentido de rotación se puede usar un **pin candado atravesando la parte sobresaliente de la rosca del tornillo**. (Cuidado con el concentrador de tensiones que se crea en este caso)
 - Alternativamente se puede usar una **tuerca ranurada**.
 - **Tuercas de seguridad** en el mercado: tuercas de deformación, de chaveta, de inserto de plástico en rosca, etc.



Pasador de aletas en tuercas almenadas

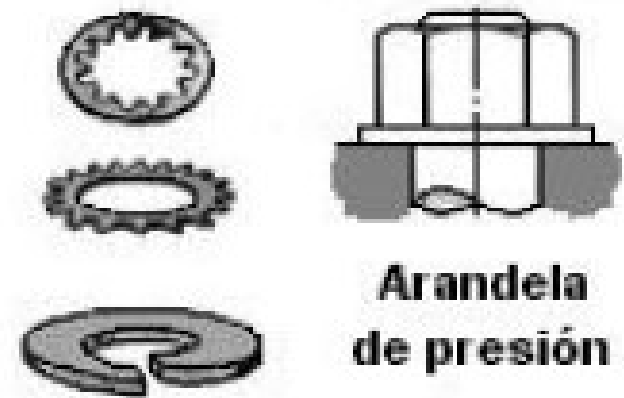


Deformación en la tuerca

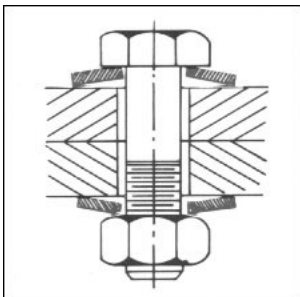
CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

9. CÓMO EVITAR EL AFLOJAMIENTO

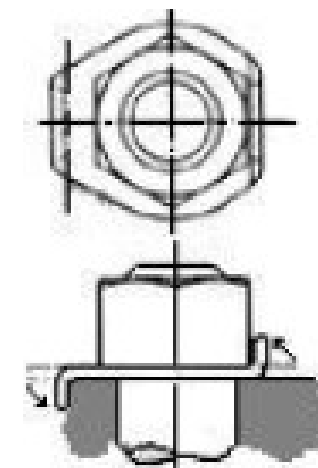
- La **precarga** es uno de los métodos más usuales para evitar el aflojamiento.
- También **sirve para eliminar parcial o totalmente los efectos de la fatiga sobre el tornillo.**
- Para su aplicación se utilizan **arandelas de cierre o presión**. La más común tiene forma de espira de resorte helicoidal y funciona igual que éste.



Belleville



Glower



Arandela deformada

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

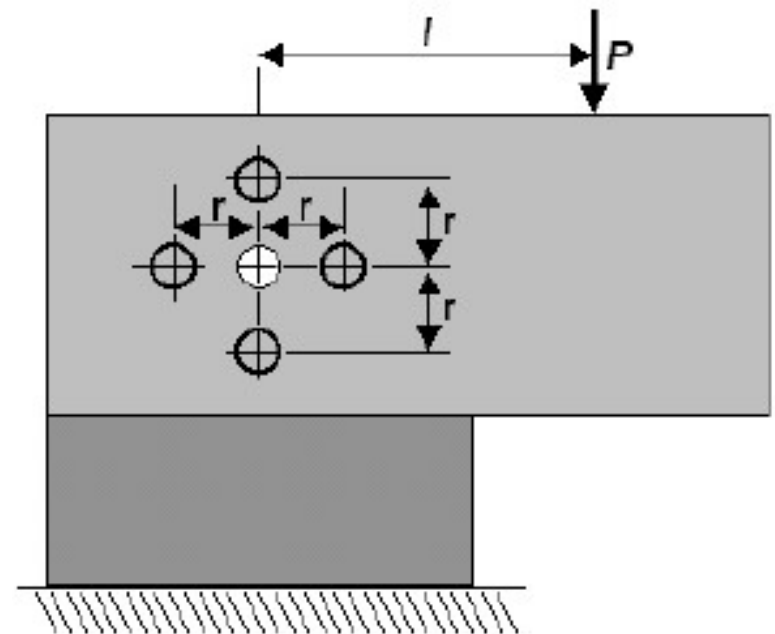
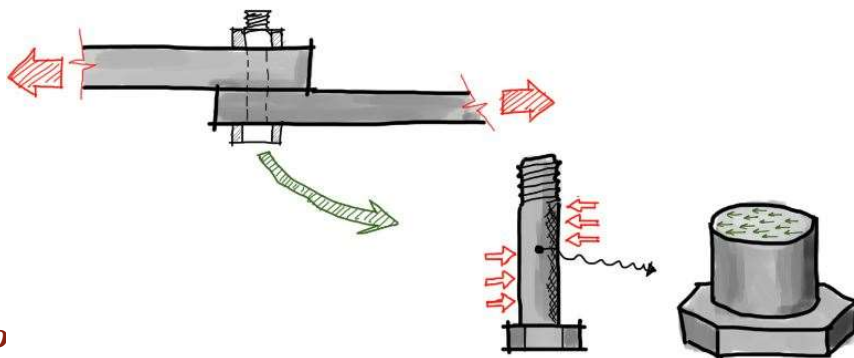
10. DISTRIBUCIÓN DE CARGAS

- Piezas sometidas a **cargas excéntricas** (p.e. torsión) necesita **al menos de dos tornillos** para evitar la **rotación relativa** entre las piezas sin necesidad de apretar excesivamente una pieza contra otra para obtener la fricción requerida.
- En uniones de dos o más tornillos por unión... ¿cómo se distribuye la carga?

Esfuerzos cortantes.

Parte del esfuerzo lo absorbe el rozamiento entre placas.

Para nuestro calculo consideramos que las placas no absorben esfuerzos. Criterio prudencia.



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

10. DISTRIBUCIÓN DE CARGAS

- Método de cálculo:
- 1º) Asignar un sistema de coordenadas local.
- 2º) Ubicar las coordenadas de los centros de los agujeros.
- 3º) Hallar el centroide de los agujeros (las A_i son las áreas de cada agujero):

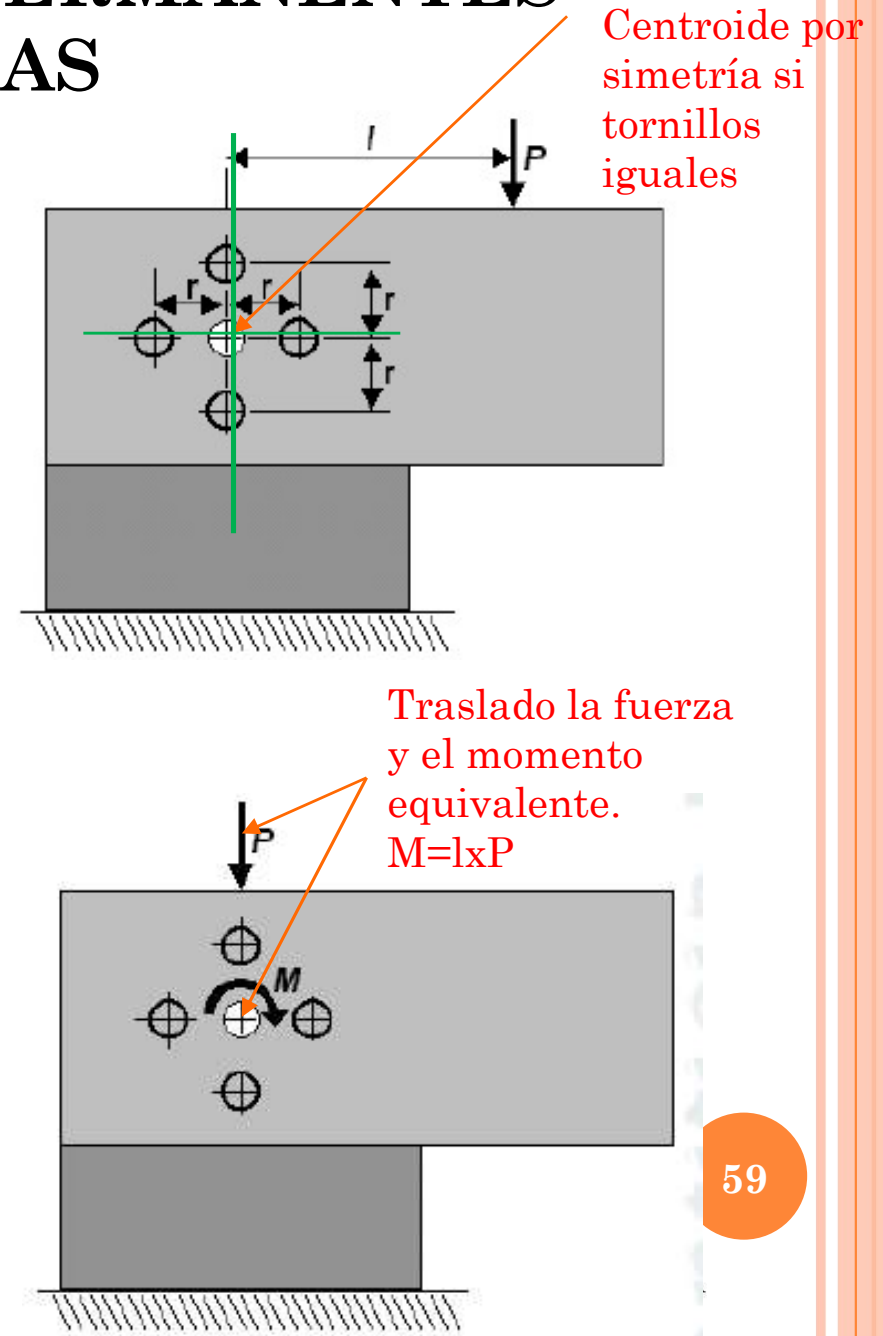
$$x_c = \frac{\sum_1^n A_i \cdot x_i}{\sum_1^n A_i}; \quad y_c = \frac{\sum_1^n A_i \cdot y_i}{\sum_1^n A_i}$$

- Si los agujeros son del mismo diámetro, entonces...

Lo normal

$$x_c = \frac{\sum_1^n x_i}{n}; \quad y_c = \frac{\sum_1^n y_i}{n}$$

Mantenimiento, número



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

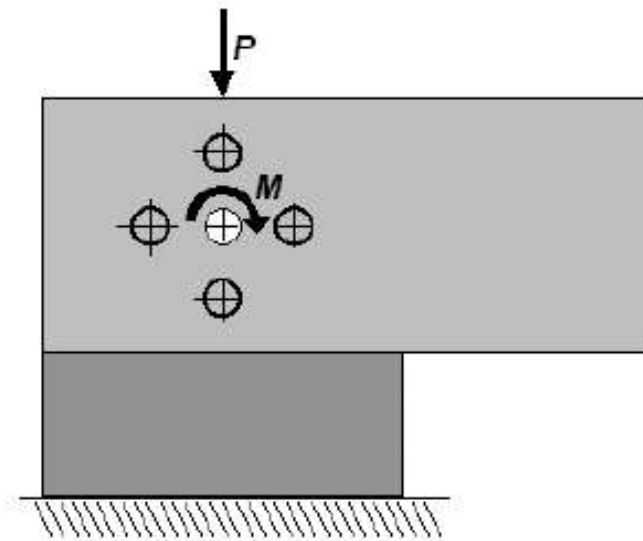
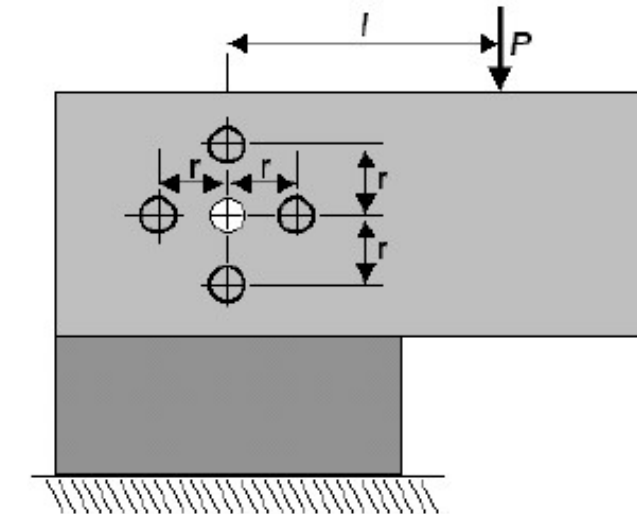
10. DISTRIBUCIÓN DE CARGAS

- Método de cálculo (continuación):
- 4º Se mide la excentricidad “ l ” perpendicular desde el centroide a la línea de acción de la fuerza P
- 5º **Se halla el momento equivalente.**

$$M = P \cdot l$$

- **La carga excéntrica se descompone en una carga céntrica P y un momento M alrededor del centroide.**
- 6º **La fuerza P se distribuye equitativamente entre los tornillos,** suponiendo que no existen holguras debidas a errores de manufactura que impidan que las piezas apoyen al mismo tiempo en todos los tornillos.

$$P_i = \frac{P}{n}$$



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMA

10. DISTRIBUCIÓN DE CARGAS

F1 Fuerza Pi
F2 Fuerza de Momento Pmi
F Resultante
r distancia entre centros

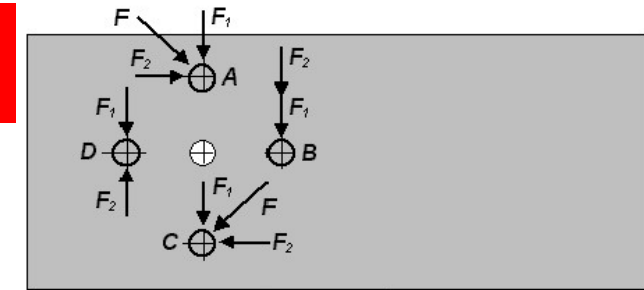
- Método de cálculo (continuación):
- 7º) El momento se descompone en fuerzas equivalentes cuyas magnitudes dependen de la distancia r_i del tornillo al centroide.

Fuerza ejemplo
 $P_i = \frac{P}{n}$

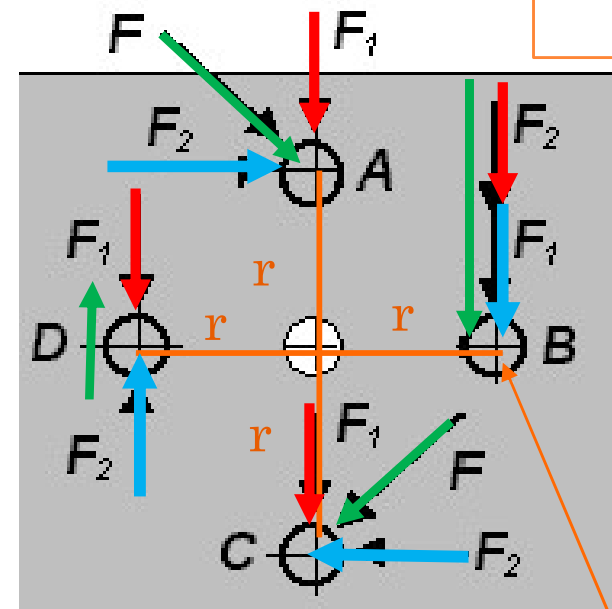
$$|P_{mi}| = \frac{M \cdot r_i}{\sum_{j=1}^n r_j^2}$$

Fuerza de momento ejemplo
 $|P_{mi}| = \frac{M}{r}$
Para i de 1 a 4

- 8º) La dirección de P_{mi} es perpendicular al radio r y en el sentido indicado por el momento.
- 9º) La fuerza resultante sobre cada tornillo se obtiene por **suma vectorial** de las diversas componentes.
- 10º) Se calcula el esfuerzo a cortante sobre cada tornillo y luego el factor de seguridad.
- Si todos los tornillos son iguales, sólo se calcula el de mayor carga.



$$\tau = \frac{F_1 + F_2}{A_t}$$



Tresca
 $\tau \leq \frac{S_y}{2CS}$

61



UNIVERSIDAD
NEBRIJA

Agujero crítico

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

10. DISTRIBUCIÓN DE CARGAS

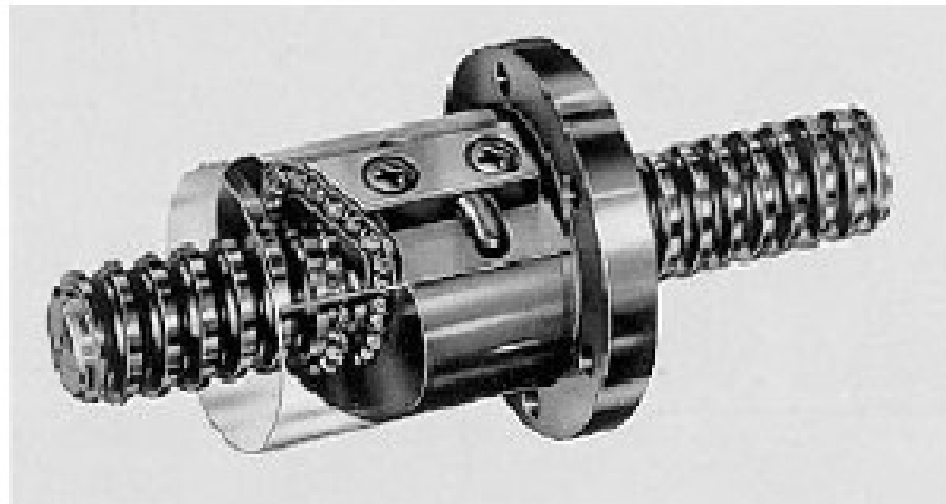
- Método de cálculo (continuación):
- 11º) Si alguno de los tornillos falla se tienen varias alternativas:
 - **Aumentar el nº de tornillos** disminuye la magnitud de las cargas individuales, pero... aumenta costos, tiempo de manufactura y hace más difícil que las piezas coincidan a menos que se taladren a la vez; en espacios reducidos, más agujeros reduce el área transversal de la pieza y aumenta los concentradores.
 - **Aumentar la distancia de cada tornillo al centroide** disminuye la componente del momento, pero cuidado de no acercarse al borde de la pieza.
 - **Aumentar el grado de resistencia del tornillo** mejora el factor de seguridad, pero incrementa el costo.
 - **Aumentar el diámetro de los tornillos** disminuye los esfuerzos pero aumenta el costo (menos que el anterior).
- Si bien sólo podrían cambiarse los tornillos que fallen, es deseable desde el punto de vista práctico y estético, que todos los tornillos de la unión sean iguales en diámetro, cabeza, material y grado (misma referencia y una sola llave de montaje).



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

11. HUSILLOS A BOLAS

- Los husillos a bolas (*ball screw*) convierten en rotación un movimiento lineal (y viceversa).
- Un par pequeño se convierte en una fuerza de empuje con **mayor eficiencia** y precisión que la conseguida con un tornillo de potencia.
- El sistema consta **de husillo, tuerca, bolas y sistema de recirculación**. La bolas giran entre el eje y la tuerca para reducir el rozamiento y elevar el rendimiento de la operación.



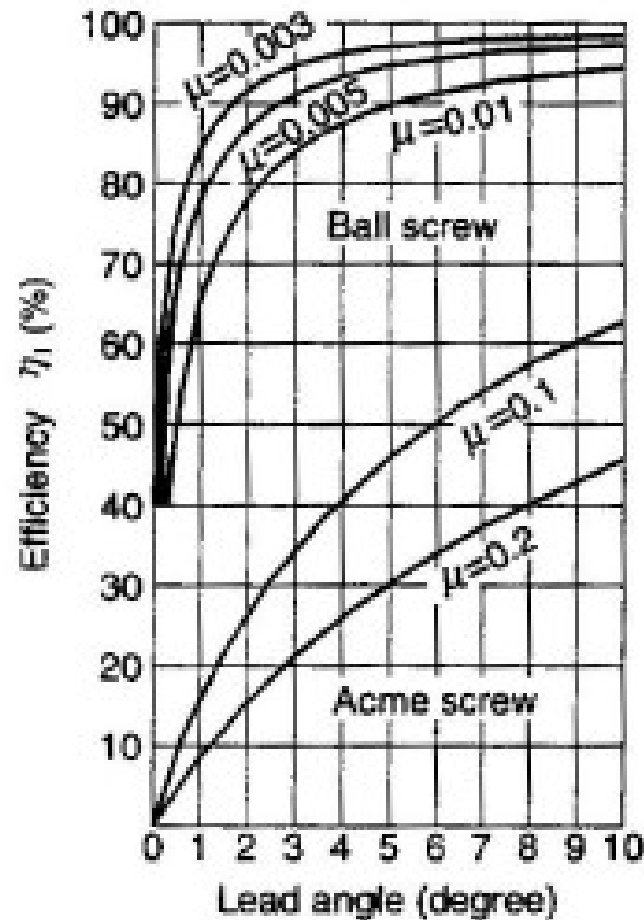
CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

11. HUSILLOS A BOLAS

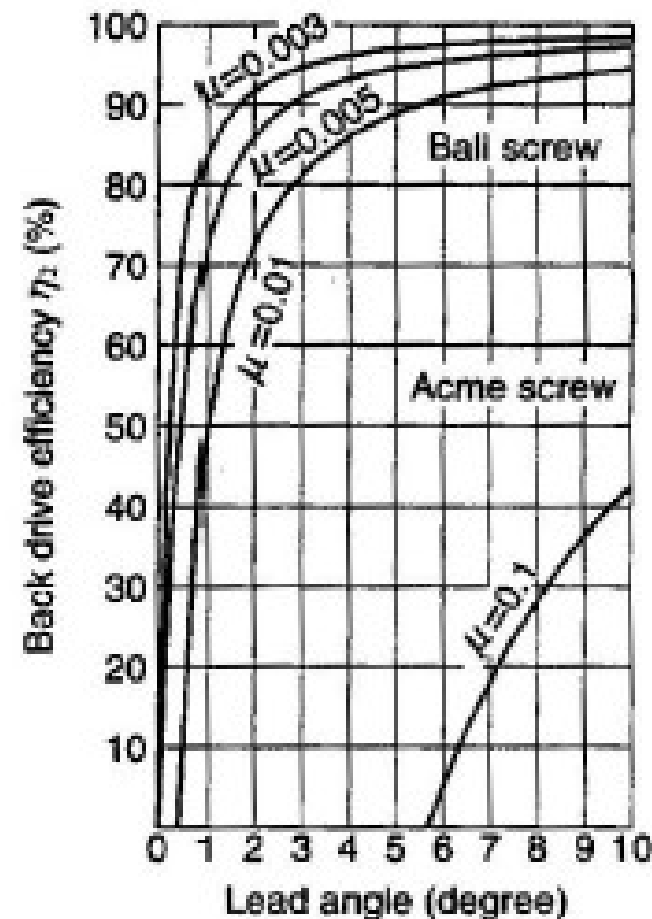
Caso ideal: $\mu=0$ $T_o = Fl/2\pi$

Eficiencia

$e = T_o/T$ donde $\mu < 0$ $T_o < T$



Efficiency of normal operation
(Converting rotary motion to linear motion)
 μ : Friction coefficient



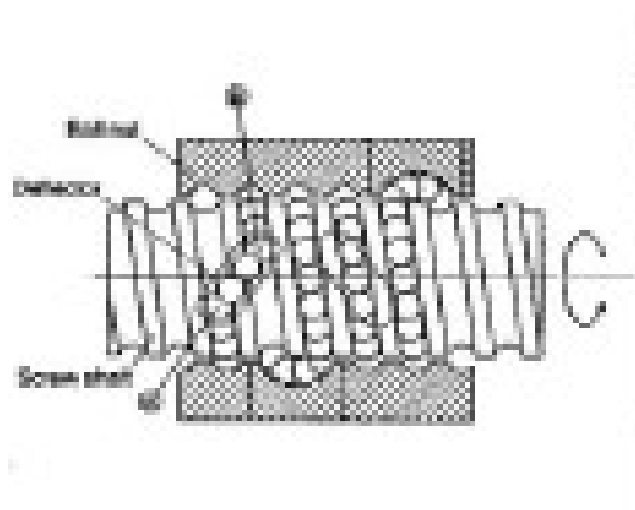
Back drive efficiency
(Converting linear motion to rotary motion)
 μ : Friction coefficient

CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

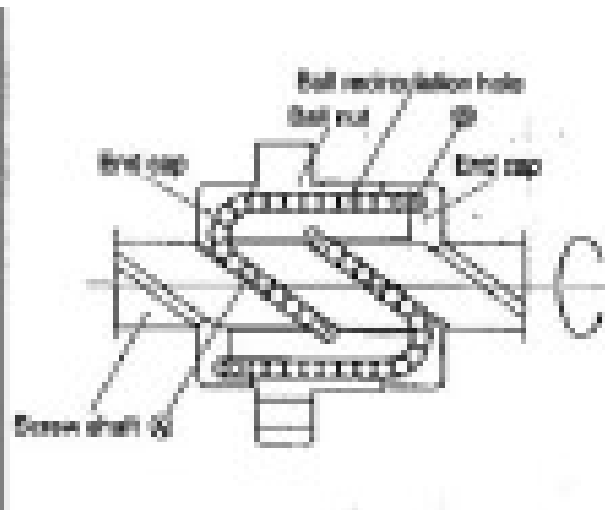
11. HUSILLOS A BOLAS

- Tipos de recirculación:

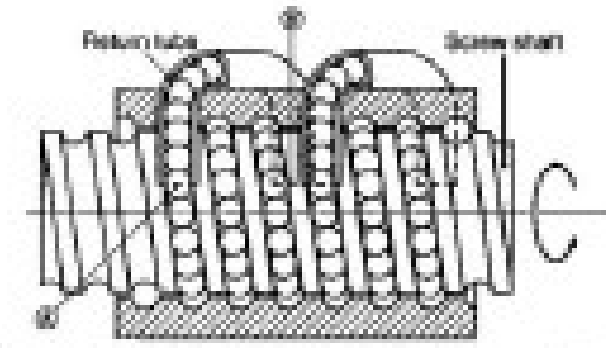
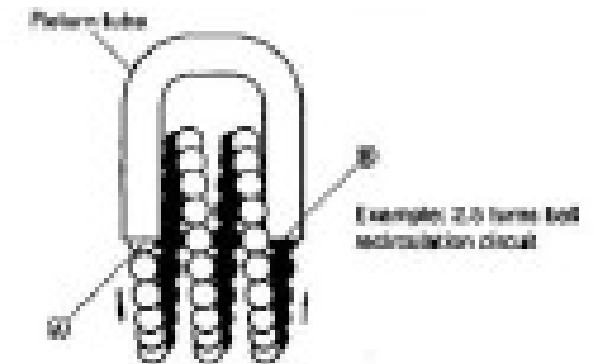
Tubo exterior



Deflectores



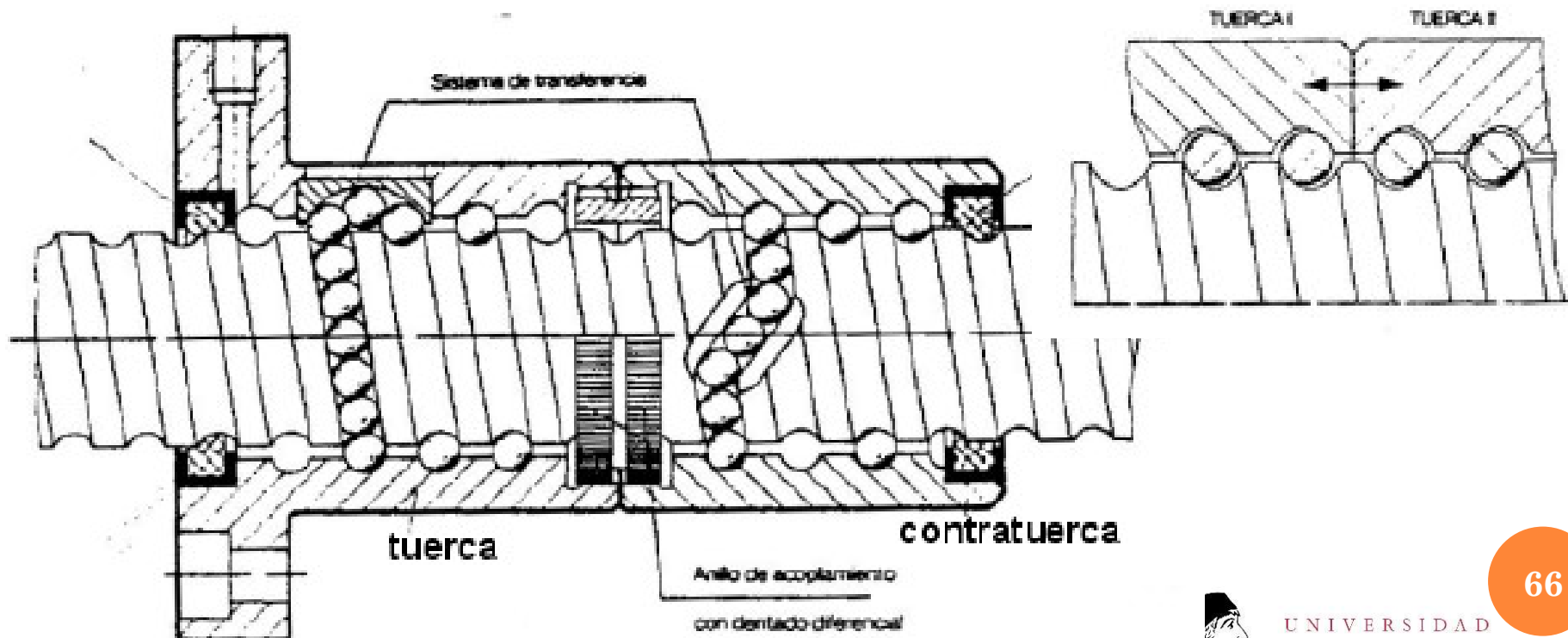
End-Cap



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

11. HUSILLOS A BOLAS

- Precarga: Con objeto de obtener un husillo a bolas libre de juego axial o de aumentar su rigidez axial, el conjunto de tuercas está provisto de un dispositivo de precarga situado entre las tuercas y el eje.



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

11. HUSILLOS A BOLAS

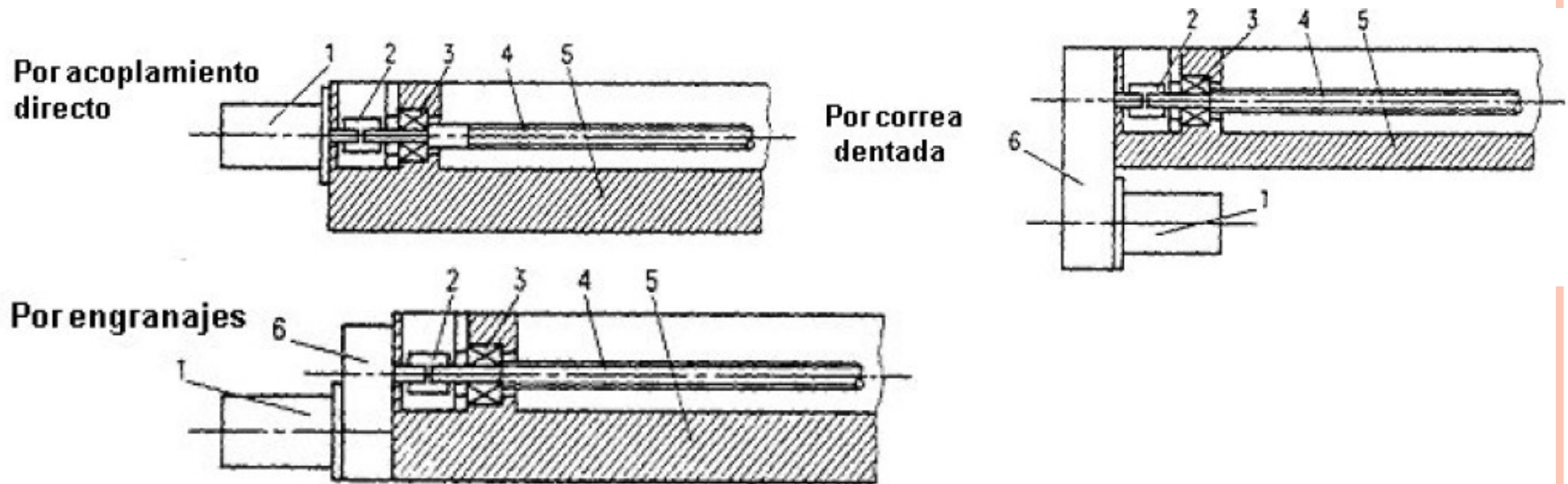
- Factores que limitan la velocidad en los husillos:
 - 1º) Velocidad de rotación máxima admisible de las bolas
 - 2º) Velocidad límite de rotación del eje
 - 3º) Ruido y vibraciones
 - 4º) Temperatura y deformación térmica creadas
 - 5º) Cargas causadas por la velocidad y aceleraciones



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

11. HUSILLOS A BOLAS

○ Tipos de acoplamiento:



1. Motor

2. Acoplamiento

3. Rodamientos

4. Husillo

5. Mesa/carro

6. Caja avances



UNIVERSIDAD
NEBRIJA

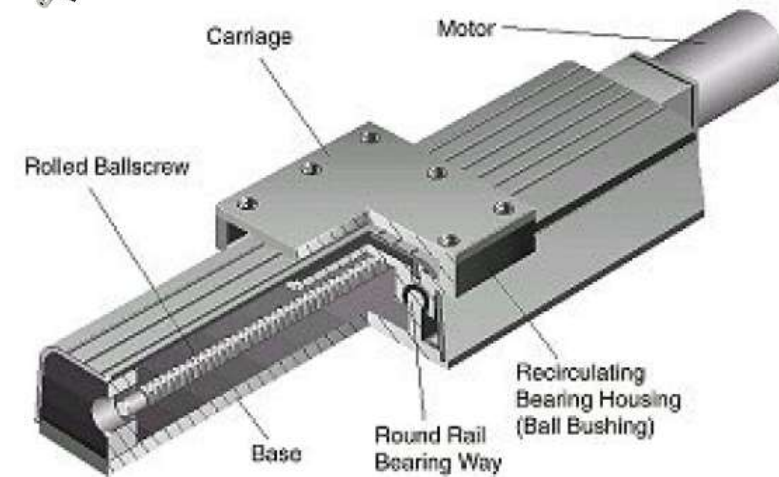
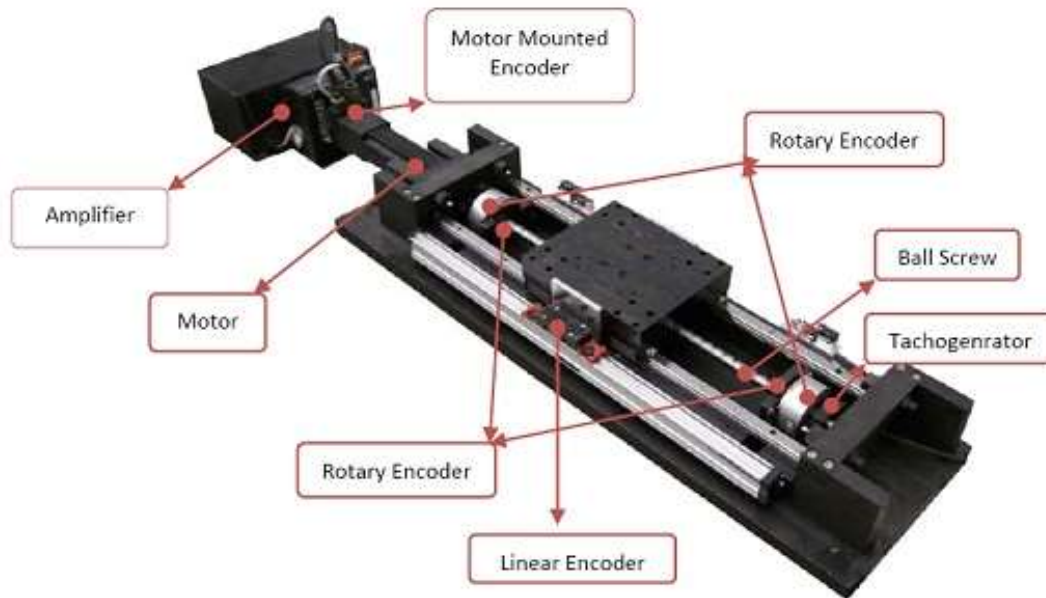
CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

11. HUSILLOS A BOLAS

Tipos de acoplamiento:



Guías lineales.



CÁLCULO DE UNIONES NO PERMANENTES

12. EJERCICIOS

- Shigley. Ejemplos 8-1 (pág. 405), 8-2 (pág. 416), 8-3 (pág. 424), 8-4 (pág. 427), 8-6 (pág. 437), 8-7 (pág. 441)
- Norton. Ejemplo 14-1 (pág. 904), 14-2 (pág. 920), 14-3 (pág. 924), 14-5 (pág. 939), 14-6 (pág. 944)

