



UNIVERSIDAD
NEBRIJA

IME 108 – CÁLCULO, DISEÑO Y ENSAYO DE MÁQUINAS

1

TEMA 7.
DISEÑO DE RESORTES

TEMA 7.

DISEÑO DE RESORTES

1. INTRODUCCIÓN
2. TIPOS
3. CONSTANTE DEL RESORTE
4. NOMENCLATURA
5. TENSIONES EN EL RESORTE
6. DEFLEXIÓN DEL RESORTE
7. PANDEO
8. FRECUENCIA CRÍTICA
9. DISEÑO ESTÁTICO RESORTE A COMPRESIÓN
10. DISEÑO FATIGA RESORTE A COMPRESIÓN
11. RESORTES DE EXTENSIÓN
12. RESORTES HELICOIDALES DE TORSIÓN
13. EJERCICIOS



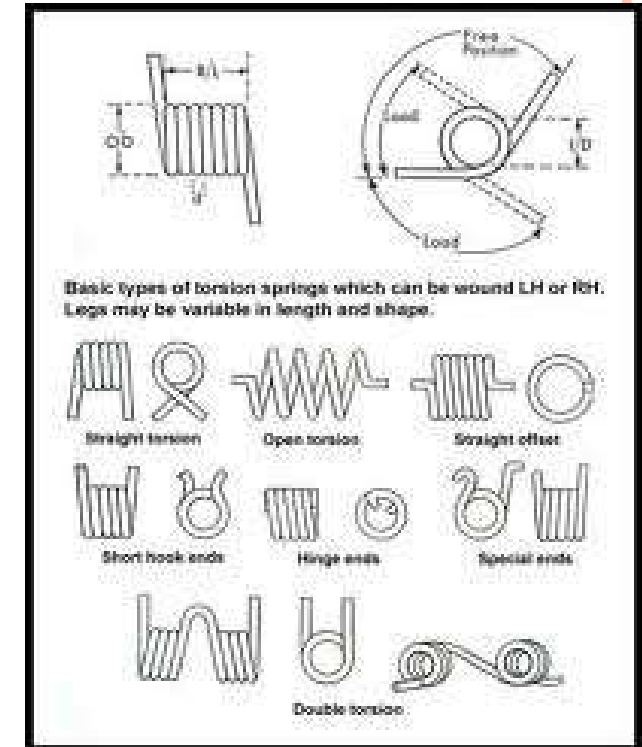
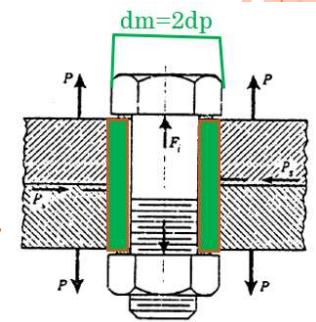
Aceros especiales que permitan comprimirse o extenderse y recuperar su posición inicial con amplitud y que aguanten a fatiga bien.

DISEÑO DE RESORTES

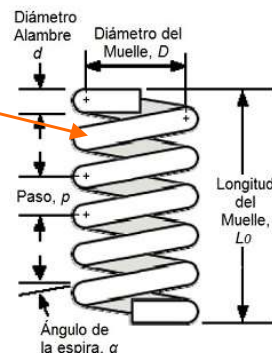
1. INTRODUCCIÓN

- Las **piezas fabricadas con material elástico** suelen conservar cierta propiedad de “resorte”
- Aquí se verán piezas fabricadas para proporcionar un **rango de esfuerzo a lo largo de una deflexión significativa**, con el objetivo de **almacenar energía potencial**.
- Se suelen fabricar de alambre redondo o rectangular** doblado según una forma adecuada de espira. También se pueden encontrar de sección elíptica o rectangular.
- Existen muchas configuraciones estándar y suele ser conveniente recurrir a resortes comerciales.**
- En este tema se espera que el alumno llegue a comprender y aplicar correctamente la teoría de diseño de resortes, a fin de especificar o diseñar la pieza.

- **Alambre de cuerda de piano.**
- **Acero al cromo-vanadio**



Espiras



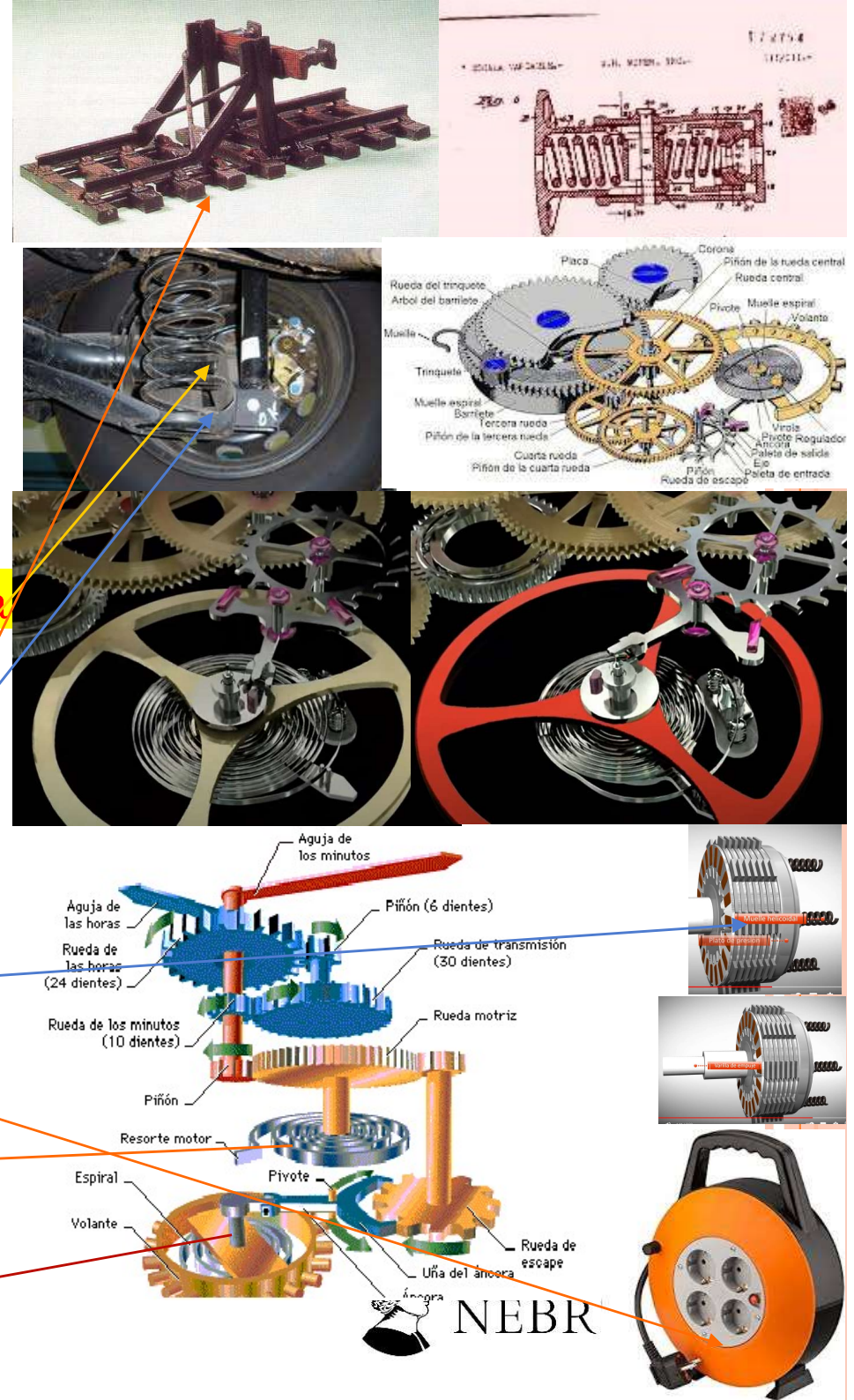
D diámetro del muelle o espira
 d diámetro del alambre
 p paso de la espira del muelle
 α ángulo de la espira del muelle
 N_a número de espiras activas del muelle



DISEÑO DE RESORTES

1. INTRODUCCIÓN

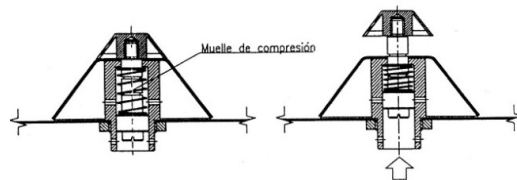
- Habitualmente se desea que las piezas mecánicas sufran deformaciones pequeñas, para que su comportamiento se enmarque dentro del rango elástico lineal. (Ej. Unión atornillada)
- Los resortes sin embargo, pueden sufrir grandes deformaciones por efecto de las cargas externas sin llegar a transformarse en permanentes. Es decir, tienen un alto grado de **resiliencia**.
- Aplicaciones. Se pueden usar para...
 - Absorber energía (p.e. chasis y topes de ferrocarril)
 - Asegurar el contacto entre elementos (p.e. en levas y algunos tipos de embragues)
 - Sistemas de suspensión / amortiguación, recibiendo energía externa y devolviéndola en forma de energía elástica.
 - Elementos motrices o fuentes de energía (p.e. en relojes y juguetes).
 - Absorber vibraciones.
 - Para convertir deformación en fuerza (p.e. en elementos de medición)



DISEÑO DE RESORTES

2. TIPOS DE RESORTES

○ De compresión



Zona más rígida se deforma menos, en todas las direcciones.



(a) estándar
 $k = \text{constante}$



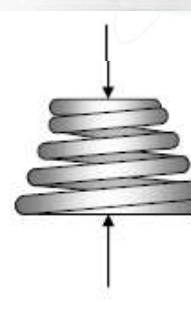
(b) paso variable
 $k \text{ variable}$



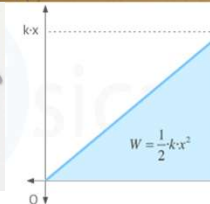
(c) barril



(d) reloj de arena



(e) cónico



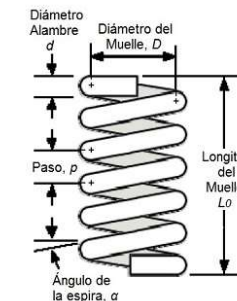
$$\vec{F} = k \cdot \vec{x}$$

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$$

- **IDEAL.**
- E_p : **energía potencial** del cuerpo. Julio (J)
- k : **Constante elástica del muelle.** Depende el propio muelle en sí, cuanto mayor es su valor, más trabajo cuesta estirar el muelle. (N/m)
- x : **Distancia hasta la posición de equilibrio.** (m)

REAL.

-pequeña pérdida de energía.

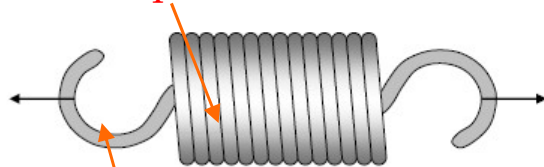


$$K = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot D^3 \cdot N_a}$$

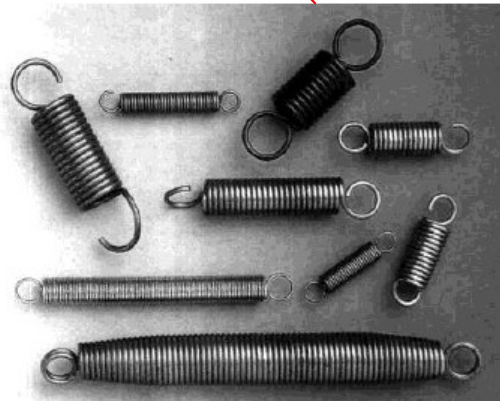
$$W_{\text{elástica}} = -\Delta E_p$$

○ Helicoidales de extensión (tracción)

Espiras unidas



Ojales



G es el módulo de cizalladura del alambre del muelle
 D es el diámetro de la espira del muelle
 d es el diámetro del alambre
 N_a es el número de espiras activas del muelle.

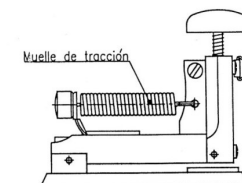


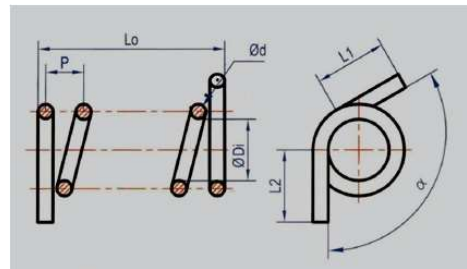
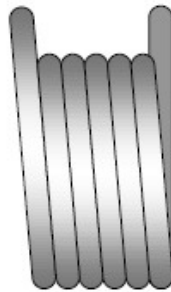
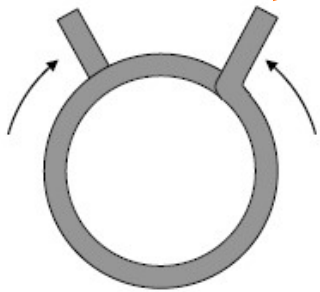
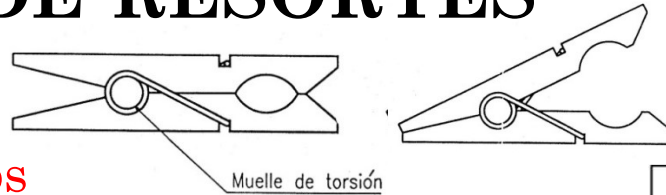
FIGURA 11.6. Muelle de tracción de una grapadora

DISEÑO DE RESORTES

2. TIPOS DE RESORTES

○ De Torsión

Brazos

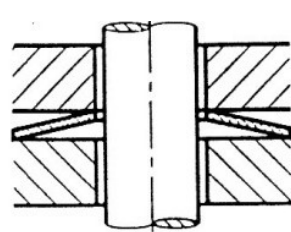
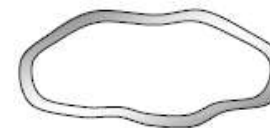


TIPO DE RESORTE	REPRESENTACION		
	ILUSTRACION	EN CORTE	SIMPLIFICADA
RESORTE HELICOIDAL CILINDRICO DE TORSIÓN			
BARRA DE TORSIÓN DE SECCIÓN REDONDA			
BARRA DE TORSIÓN FORMADA POR UNIÓN DE LÁMINAS DE SECCIÓN RECTANGULAR			

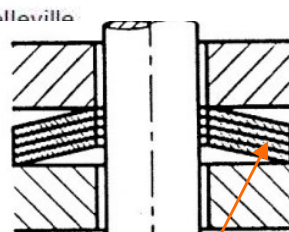
○ Roldanas de arandela

Una gran resistencia a la fatiga.

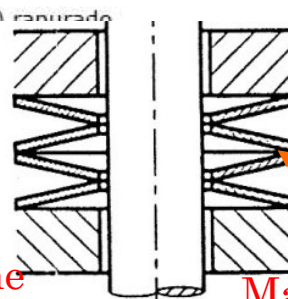
Ocupa poco pero la respuesta no es lineal.



(a) Belleville



(b) cono



(c) Ondulado

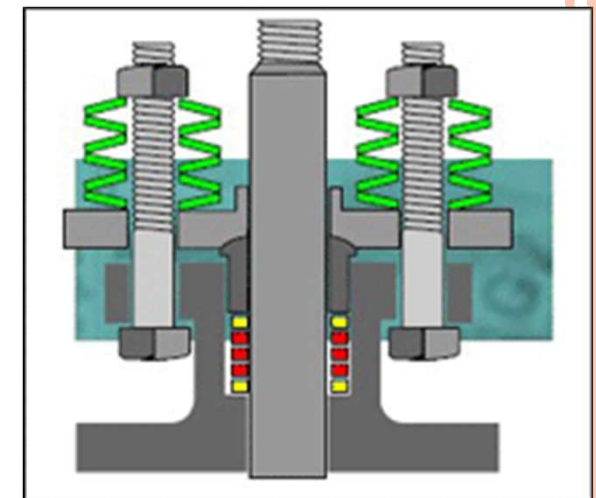


$$\vec{F} = k \cdot \vec{x}$$

Mayor F se mantiene el recorrido (X)

Mayor recorrido(X) se mantiene la F

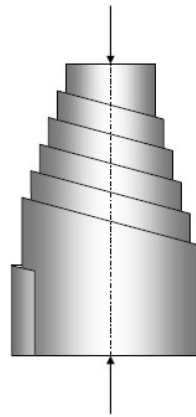
FIGURA 11.9. Arandelas Belleville.



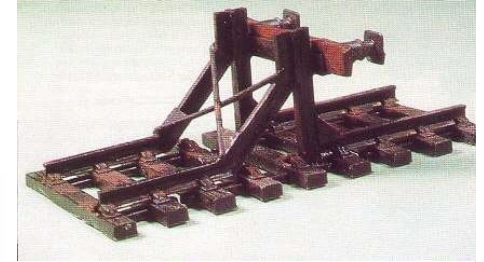
DISEÑO DE RESORTES

2. TIPOS DE RESORTES

○ De voluta de compresión

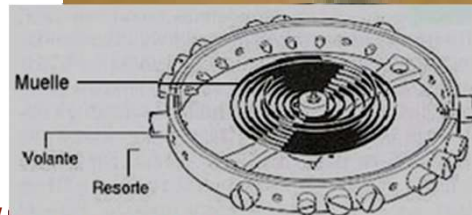
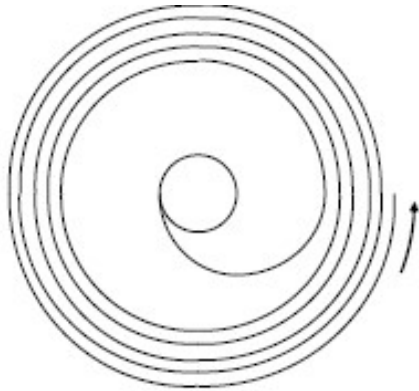


Este tipo de resorte se emplea principalmente para amortiguar fuerzas de choque de gran intensidad en un corto recorrido, por ejemplo en amortiguadores de topes de vagones de ferrocarril.



RESORTE HELICOIDAL CONICO DE COMPRESION CON HILO DE SECCION RECTANGULAR		
REPRESENTACION DETALLADA		REPRESENTACION SIMPLIFICADA
VISTA	CORTE	

○ De energía o motores

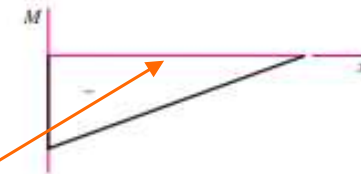
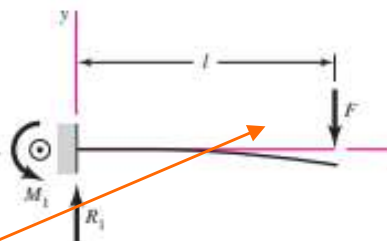
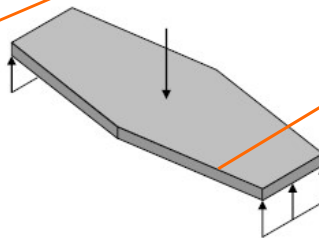
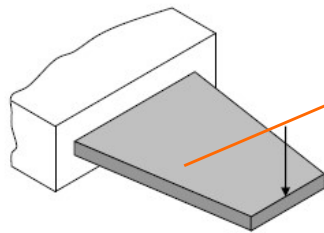


Tipo	Representación real
Resorte en espiral con lámina de sección rectangular	
Resorte de tracción de fuerza constante	
Resorte de fuerza constante - Motor B	
Resorte de fuerza constante - Motor A	

DISEÑO DE RESORTES

2. TIPOS DE RESORTES

○ Planos en forma de viga

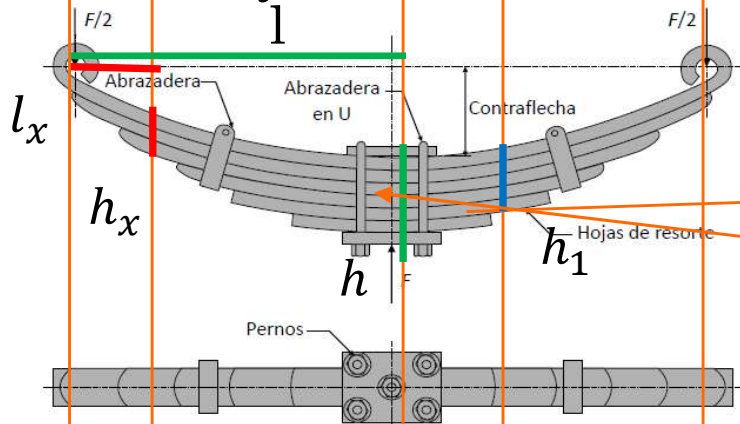


La sección varía a lo largo del elemento. Aumenta la sección donde se genera más momento. Esto implica que el aumento de sección atenúa el aumento de momento optimizando la distribución de tensiones del elemento.

$$R_1 = V = F \quad M_1 = Fl$$

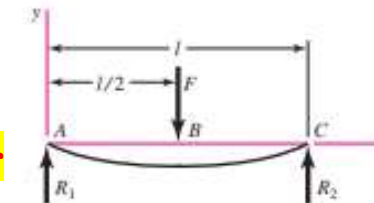
$$M = F(x - l)$$

○ De hojas o de ballesta



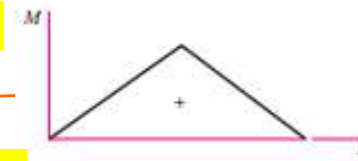
Se podría aproximar
Eficiente

Las laminas rozan entre sí perdiendo energía implica amortiguamiento lo que viene muy bien para su uso principal.



$$V_{AB} = R_1 \quad V_{BC} = -R_2$$

$$M_{AB} = \frac{Fx}{2} \quad M_{BC} = \frac{F}{2}(l - x)$$



Tipo	Representación real	Representación en alzado
Resorte de láminas sin ojos		
Resorte de láminas con ojos		
Resorte de láminas con ojos y resorte auxiliar superior		



DISEÑO DE RESORTES

3. CONSTANTE O TASA DEL RESORTE

- La **constante del resorte** se suele identificar con la letra ' k ', que se define como la **pendiente de su curva Fuerza-deflexión**.
- La pendiente de esta curva (en un punto concreto de la curva) se puede definir como:

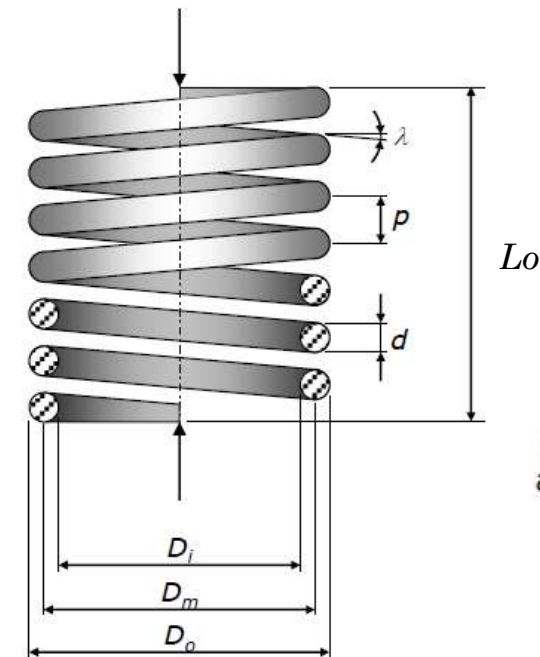
$$k = \frac{F}{\delta}$$

- ...donde ' F ' es la fuerza aplicada y ' δ ' es la deflexión o **deformación axial**. Unidad **N/m**.
- A la ' k ' también se le puede llamar “módulo”, “relación”, “escala”, “gradiente”, “tasa” o, cuando no varía “constante”
- **En materiales utilizados en su régimen elástico lineal el valor de k suele ser constante.**
- Su determinación es bastante sencilla a través de ensayos en los que se aplica una carga conocida y se mide externamente la deflexión de la pieza.



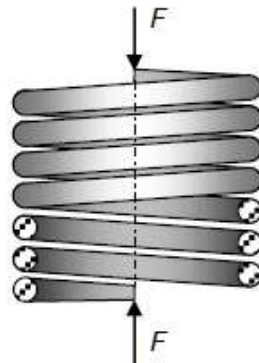
DISEÑO DE RESORTES

4. NOMENCLATURA

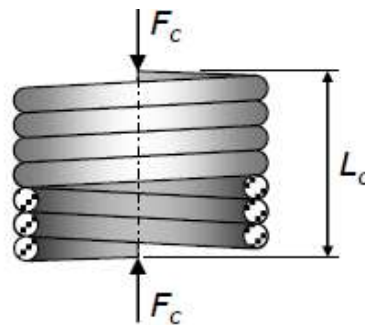


(a) Resorte sin deformar (la fuerza es cero)

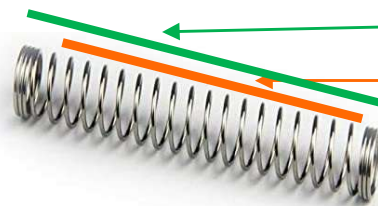
$$k = \frac{F}{\delta}$$



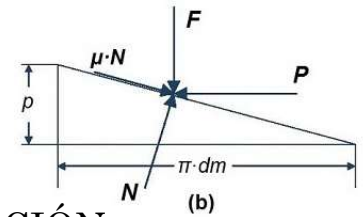
(b) Resorte deformado por la acción de la fuerza máxima de trabajo



(c) Resorte comprimido a cierre



EJEMPLO RESORTE HELICOIDAL DE SECCIÓN CIRCULAR



- Do : Diámetro exterior
- Dm : Diámetro medio
- Di : Diámetro interior
- Lo : Longitud libre (sin carga aplicada sobre el muelle)
- d : Diámetro del alambre
- λ : ángulo de hélice
- p : paso
- F_c : Fuerza de compresión “a cierre”
- L_c : Longitud “de cierre” o “a bloque” (máxima compresión del muelle, donde todas sus espiras están en contacto entre sí). Si se da el caso en el desarrollo del proceso, se produce un alto importante de rigidez del muelle a la del acero es como su fuese un choque. Por seguridad se colocan finales de carrera u otros elementos como resortes de emergencia de caucho por ejemplo.

○ N_t : Número de espiras totales

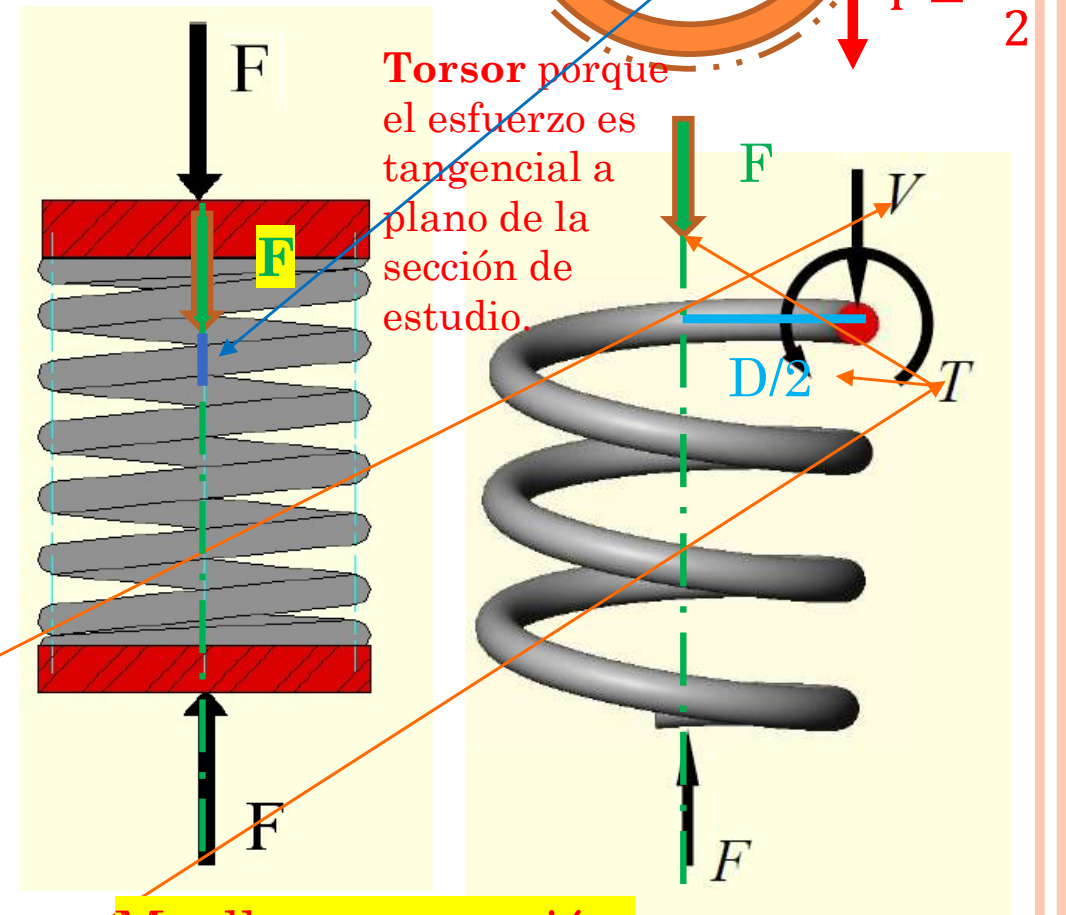
○ N_a o N : Número de espiras activas



DISEÑO DE RESORTES

5. TENSIONES EN EL RESORTE

- A partir de ahora se supondrá que se trabaja en un resorte helicoidal cilíndrico de alambre circular.
- El diagrama de cuerpo libre nos indica que si seccionamos el muelle por una sección cualquiera de sus espiras, tendremos dos tipos de esfuerzos:
 - Una **carga cortante directa V** .
 - Un **momento torsor T sobre la sección circular del alambre**.

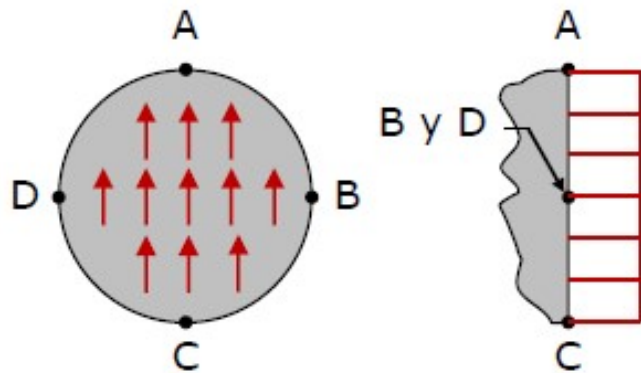


Muelle a compresión trabaja a cortante y torsión (τ -tensiones tangenciales que se sumaran).

DISEÑO DE RESORTES

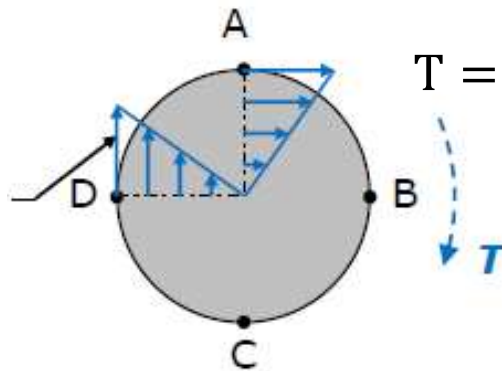
5. TENSIONES EN EL RESORTE

○ Tensiones:



$$\tau_V = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi d^2}$$

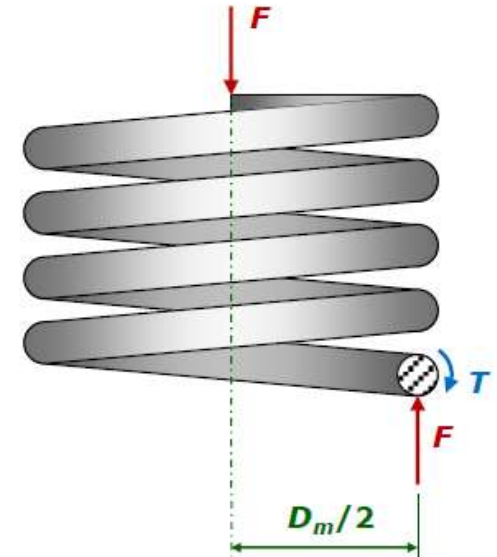
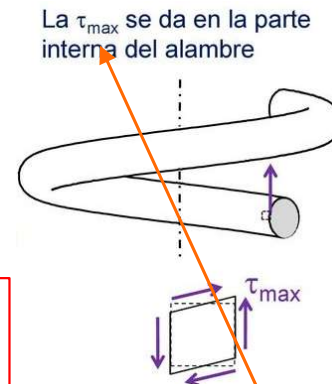
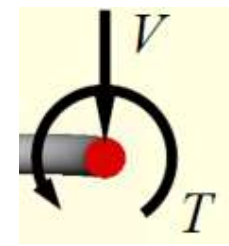
Distribución de **esfuerzos cortantes por F** suponiendo distribución uniforme



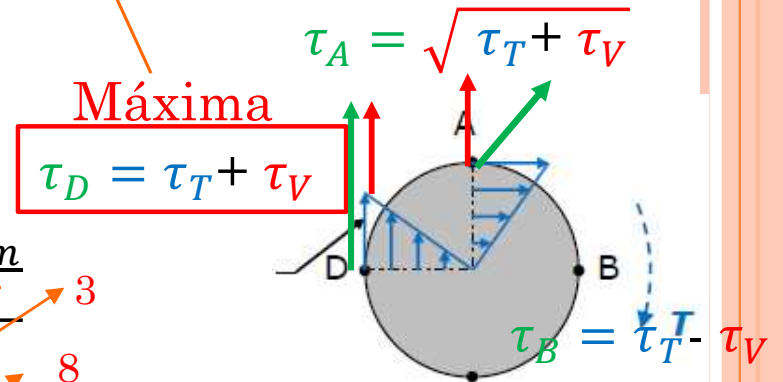
$$T = \frac{Fd}{2}; c = \frac{D_m}{2} \rightarrow \tau_T = \frac{Tc}{J} = \frac{\frac{Fd}{2} \frac{D_m}{2}}{\frac{\pi d^4}{32}}$$

$$\tau_T = \frac{Tc}{J} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{8FD_m}{\pi d^3}$$

Distribución de **esfuerzos cortantes producida por el par de torsión T** .



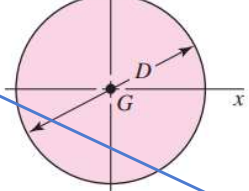
(a) Reacciones en el corte mostrado: fuerza cortante F y un par de torsión $T = FD_m/2$



Máxima

$$\tau_D = \tau_T + \tau_V$$

$$\tau_C = \sqrt{\tau_T + \tau_V}$$

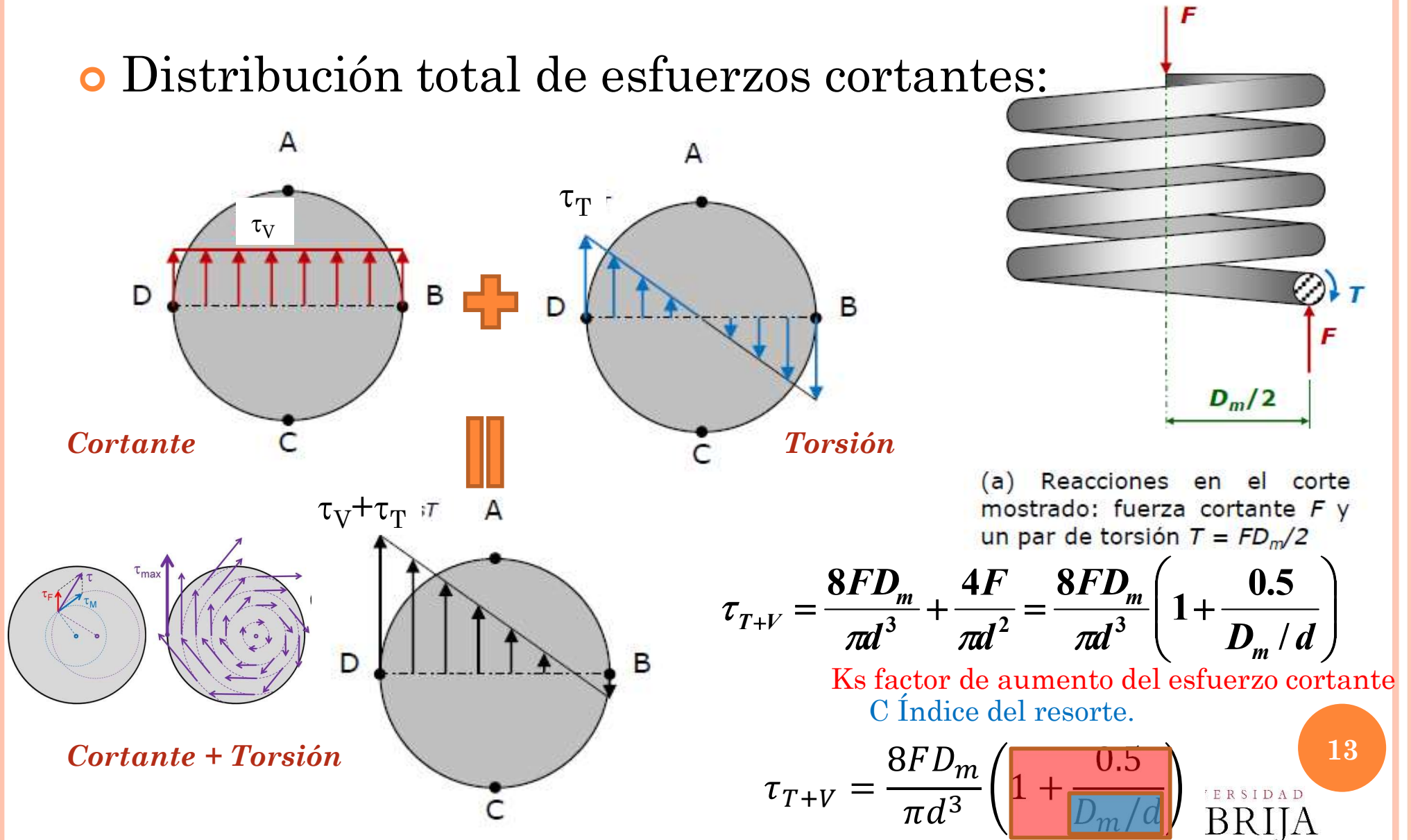


$$A = \frac{\pi D^2}{4} \quad I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64} \quad I_{xy} = 0 \quad J_0 = \frac{\pi D^4}{32}$$

DISEÑO DE RESORTES

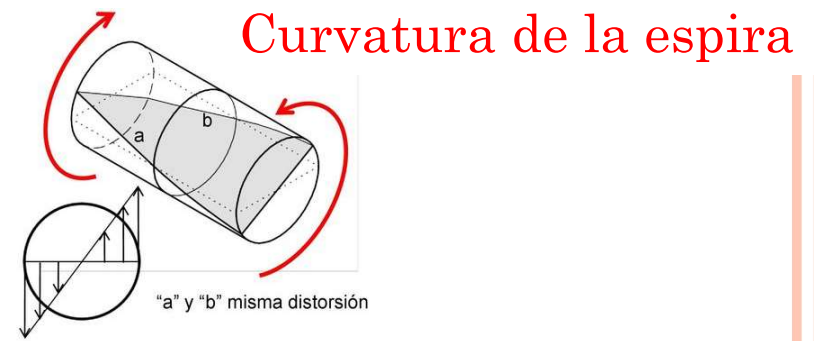
5. TENSIONES EN EL RESORTE

- Distribución total de esfuerzos cortantes:



DISEÑO DE RESORTES

5. TENSIONES EN EL RESORTE



- Índice del resorte (C), es una medida de la curvatura de las espiras. Se define como:

$$C = \frac{D_m}{d}$$

Mayor diámetro espira mayor índice de resorte y menor aumento de esfuerzo cortante K_s

- Se define también K_s como un factor de aumento del esfuerzo cortante y que viene dado por la ecuación:

$$K_s = 1 + \frac{0.5}{C}$$

$$\tau_T = \frac{8FD_m}{\pi d^3}$$

- Sustituyendo en la ecuación de la tensión tenemos:

$$\tau_{T+V} = \frac{8FD_m}{\pi d^3} \left(1 + \frac{0.5}{D_m/d} \right) = K_s \frac{8FD_m}{\pi d^3}$$

F (carga estática) S_{ys} (a cortante). Se aproxima a el S_y (a tracción)/2
 F (cíclica) se aplicará un criterio de fatiga (GOODMAN) a una τ_{max} , τ_{min} , τ_{alt} , τ_{med}

- Los valores de C, como orientación práctica, suele tomar el siguiente rango de valores:

$$4 \leq C \leq 12$$



UNIVERSIDAD
NEBRIJA

DISEÑO DE RESORTES

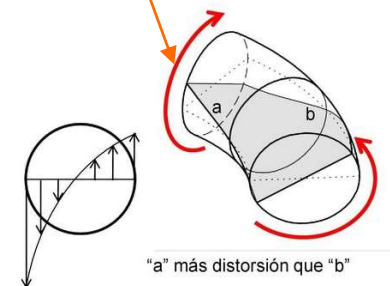
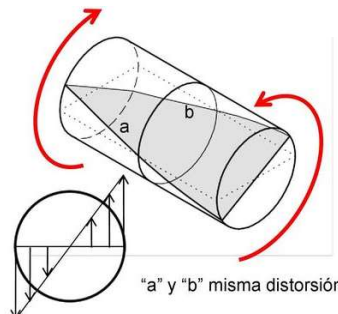
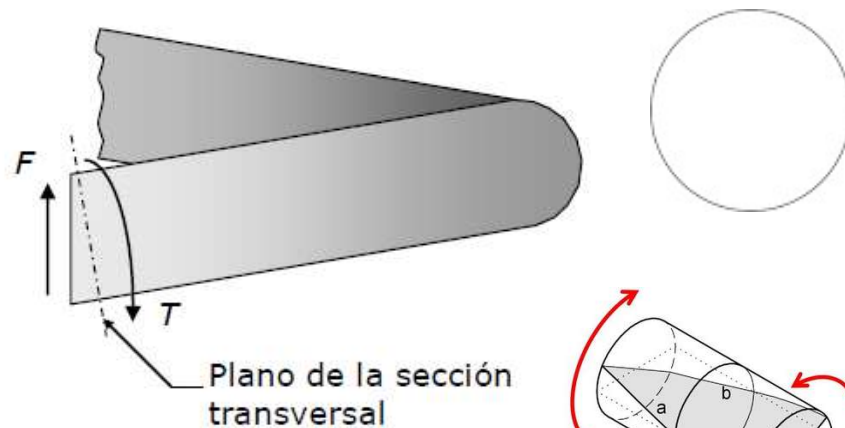
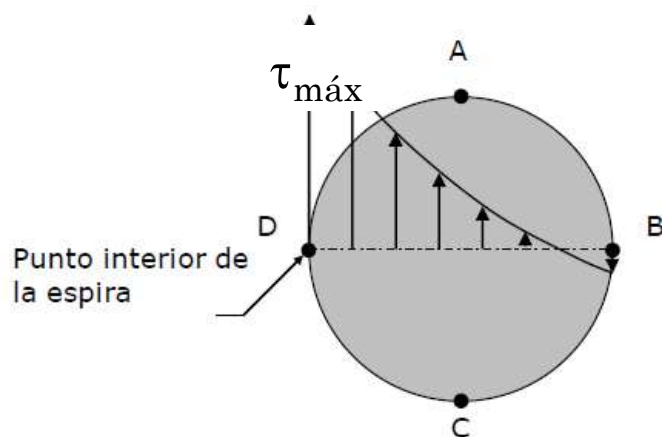
5. TENSIONES EN EL RESORTE

Al aplicar carga se retuerce y deforma hasta que se rigidiza.

Cortante y torsor

o Teniendo en cuenta la curvatura de las espiras:

- Importante resaltar que el K_s sólo considera los **efectos debidos a cortante puro**.
- Sin embargo, **en la realidad, existe un efecto adicional**. Por ejemplo, el punto D de la espira es un punto interior del resorte y el efecto de la curvatura del alambre hace que se encuentre sometido a compresión.
- En D, por tanto, hay unos esfuerzos residuales de flexión al curvar el alambre
- La sección de corte es ovalada.
- En condiciones de carga estática el efecto de la curvatura interior se puede despreciar debido al endurecimiento por deformación con la primera aplicación de carga.
- En condiciones de fatiga, el **esfuerzo debido a curvatura** es importante y, para ello, se utiliza un factor K_c que considera el efecto de la curvatura del alambre, haciendo las veces de un factor de concentración de esfuerzos.

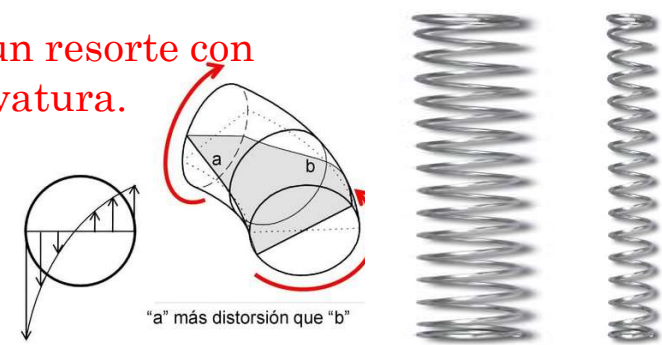


Cortante + Torsión + Flexión de curvatura

$C = \frac{D_m}{d}$; Si C muy grande $K_c \sim 1$ A mayor sea el factor un resorte con menor efecto de la curvatura.

DISEÑO DE RESORTES

5. TENSIONES EN EL RESORTE



- El **factor de curvatura**, desafortunadamente, hay que determinarlo de manera indirecta.
- Si en la ecuación del cortante obtenida **se reemplaza K_s por otro factor K que corrija tanto la curvatura como el cortante directo**, podemos tener alguna de las siguientes expresiones de la K

$$\tau_{T+V} = K_s \frac{8FD_m}{\pi d^3}$$

$$K_s = K_W = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0.615}{C}$$

$$K_s = K_B = \frac{4C+2}{4C-3}$$

Alternativas

K_W : Factor de Wahl

K_B : Factor de Bergsträsser

- Los resultados de estas ecuaciones difieren menos de un 1%. Se prefiere el K_B por simplicidad.
- De todo lo anterior se puede obtener el **factor de corrección por curvatura K_c** .

$$K_c = \frac{K_B}{K_s} = \frac{2C(4C+2)}{(4C-3)(2C+1)}$$

K_s sin curvatura

$$K_s = 1 + \frac{0.5}{C}$$

DISEÑO DE RESORTES

5. TENSIONES EN EL RESORTE

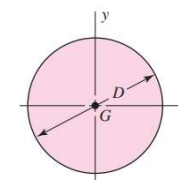
- Los K_s , K_B y K_c son factores de aumento del esfuerzo aplicado, mediante multiplicación a $(T \cdot r / J)$ en la ubicación crítica, con el objeto de calcular el esfuerzo particular.
- No hay factor de concentración de esfuerzo.
- A efectos de cálculo, para predecir el esfuerzo cortante máximo se empleará:

$$\tau = K_B \frac{8FD_m}{\pi d^3}$$

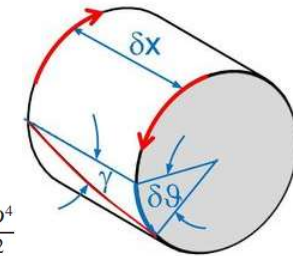
$$K_B = \frac{4C + 2}{4C - 3}$$

K_B : Factor de Bergsträsser





$$I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64} \quad I_{xy} = 0 \quad J_G = \frac{\pi D^4}{32}$$



$$G = \frac{\tau}{\gamma}$$

DISEÑO DE RESORTES

6. DEFLEXIÓN DEL RESORTE

- La **energía total de deformación de un resorte helicoidal** viene dada por:

Longitud total del cable del resorte.

$$U = \frac{T^2 l}{2GJ} + \frac{F^2 l}{2AG}$$

Torsor Cortante G : Módulo de elasticidad transversal

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

E : Módulo de elasticidad (Young)

μ : Coeficiente de Poisson

- Donde...

Módulo de cizalladura

- l es la longitud total del resorte = $\pi D_m N$

- Donde N es el número de espiras

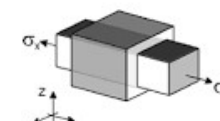
- T es el par torsor = $F \cdot D_m / 2$

- J es el momento polar de inercia = $\pi d^4 / 32$

- A es el área del alambre = $\pi d^2 / 4$

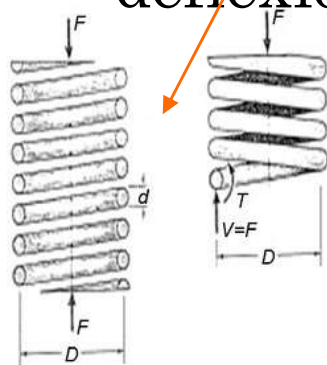
Parecido tornillos Coef. Poisson con μ o ν

Material	Modulus of Elasticity E		Modulus of Rigidity G		Poisson's Ratio ν
	Mpsi	GPa	Mpsi	GPa	
Aluminum (all alloys)	10.4	71.7	3.9	26.9	0.333
Beryllium copper	18.0	124.0	7.0	48.3	0.285
Brass	15.4	106.0	5.82	40.1	0.324
Carbon steel	30.0	207.0	11.5	79.3	0.292



$$\mu = - \frac{\epsilon_{transversal}}{\epsilon_{axial}}$$

- De donde, usando el **teorema de Castigliano** para hallar la deflexión total δ , se puede obtener la **constante del muelle**:

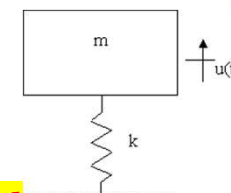


$$\delta = \frac{8FD_m^3 N}{d^4 G} \rightarrow k = \frac{F}{\delta} = \frac{d^4 G}{8D_m^3 N}$$

Rigidez o constante del muelle

Diseño en función de d , D_m y N_a . Se diseñara añadiendo restricciones. Por ej. Diámetro exterior y/o la frecuencia natural que queramos para el dispositivo. Recordemos:

Realmente espiras activas N o N_a



$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

DISEÑO DE RESORTES

6. DEFLEXIÓN DEL RESORTE

- A los resortes de compresión, en muchas aplicaciones, se les debe comprimir hasta el punto de que todas sus espiras se encuentren en contacto, por lo que deben determinarse parámetros como la longitud del resorte sin carga (longitud libre, L_o), la longitud del resorte totalmente comprimido (longitud sólida, L_c) y la deformación axial necesaria para convertir el resorte en un sólido (deformación al sólido, o totalmente comprimida, δ_c).
- Estos parámetros se relacionan a través de:

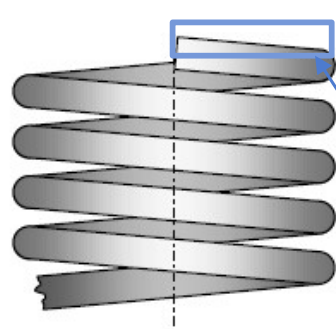
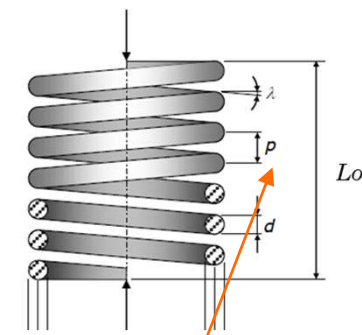
$$L_o = L_c + \delta_c$$

- Para determinar el número de espiras activas es necesario conocer el tipo de terminaciones que tiene el resorte:

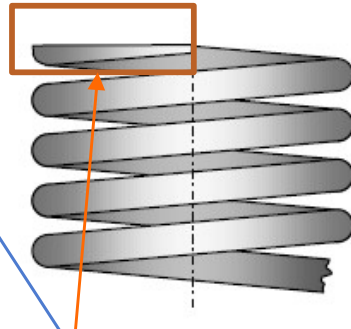


DISEÑO DE RESORTES

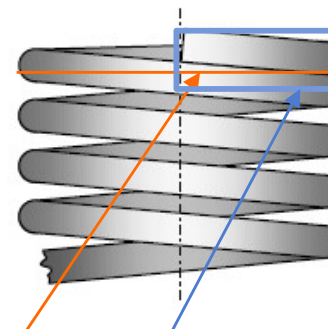
6. DEFLEXIÓN DEL RESORTE



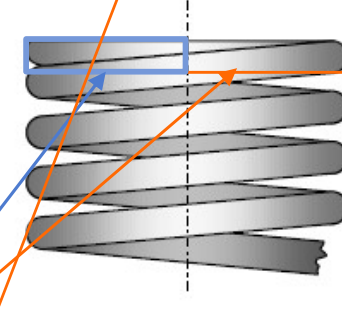
Extremo simple
o sencillo



Extremo simple
y esmerilado



Extremo cerrado
o escuadrado



Extremo cerrado
y esmerilado

Tipos de extremo o terminaciones del resorte	Número de espiras totales N_t	Longitud libre L_f	Longitud sólida L_s	Paso del resorte P
Simple o sencillo	N	$P * N + d$	$d * (N_t + 1)$	$\frac{L_o - d}{N}$
Simple y esmerilado	$N + 1$	$P * (N + 1)$	$d * (N_t)$	$\frac{L_o}{N + 1}$
Cerrado o escuadrado	$N + 2$	$P * N + 3 * d$	$d * (N_t + 1)$	$\frac{L_o - 3 * d}{N}$
Cerrado y esmerilado	$N + 2$	$p * N + 2 * d$	$d * N_t$	$(L_o - 2 * d) / N$

$L_o - L_s$ recorrido hasta que entran en contacto las espiras.

$N_t = n^\circ$ de espiras total
 N_a o $N - n^\circ$ espiras activas.
 d - diámetro alambre.

DISEÑO DE RESORTES

7. PANDEO



- Si la longitud libre de un resorte helicoidal cilíndrico de compresión es comparativamente mucho mayor que su diámetro medio, entonces dicho resorte podría pandear bajo el efecto de cargas relativamente bajas.
- Este fenómeno es similar al pandeo de columnas delgadas y largas, cuando la carga de trabajo sobrepasa el valor de la carga crítica.
- Para tener en cuenta lo anterior la condición para lograr una estabilidad absoluta para el caso de resortes de acero, en función de la llamada “constante de apoyo de extremo”, β , es:

$$\frac{L_o}{D_m} < \frac{2.63}{\beta}$$

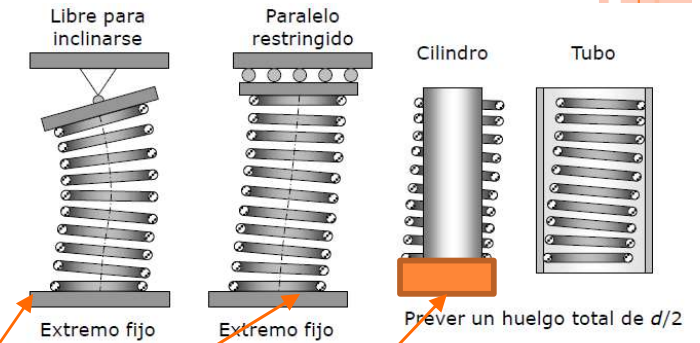
Depende de las propiedades geométricas de una estructura y de las condiciones de contorno.

DISEÑO DE RESORTES

7. PANDEO

- La constante β puede obtenerse a través de la siguiente tabla:

Forma de sujeción	Constante β
Resortes con extremos cerrados y esmerilados soportado entre superficies planas paralelas (extremos fijos)	0.5
Resorte con un extremo sobre una superficie plana perpendicular a su eje (fijo) y el otro extremo articulado (pivotado)	0.707
Resorte con ambos extremos articulados (pivotados)	1
Resorte con un extremo con sujeción y el otro libre.	2

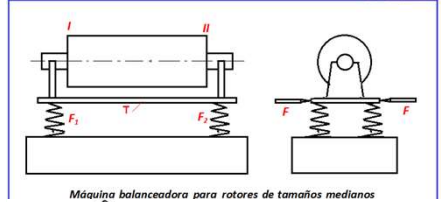


$$\frac{L_o}{D_m} < \frac{2.63}{\beta}$$

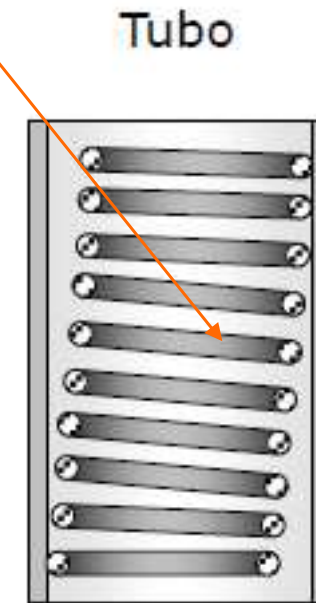
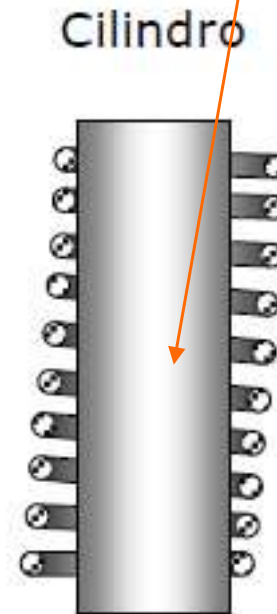
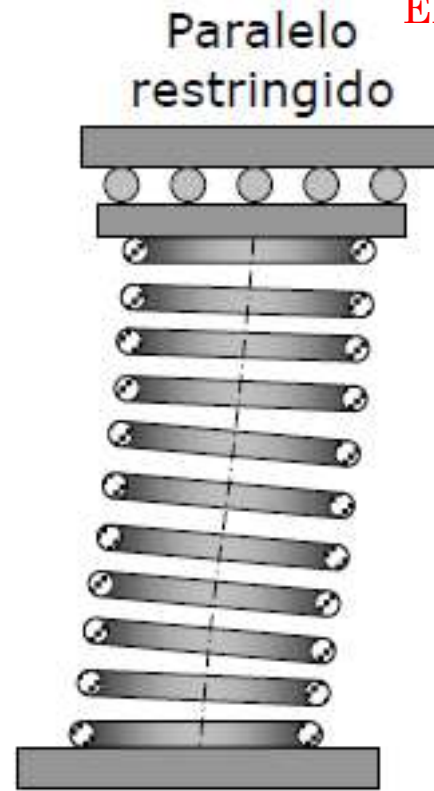
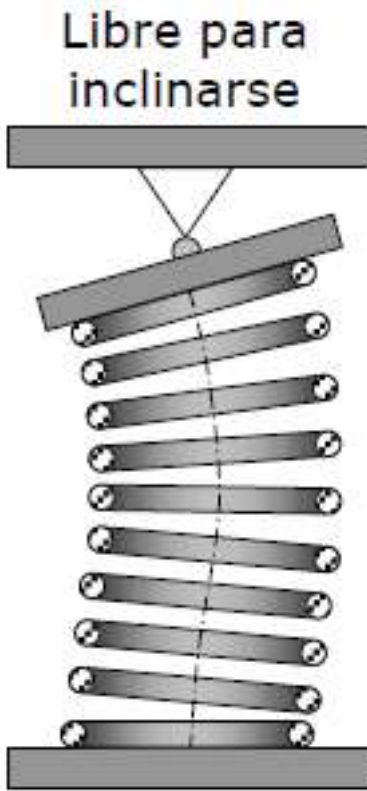
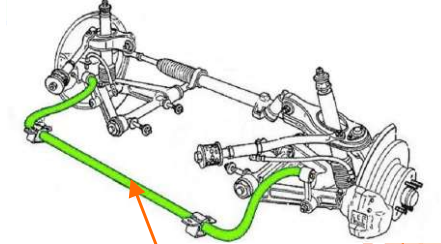


DISEÑO DE RESORTES

7. PANDEO



Forma de prevenir el pandeo.
Guía cilíndrica y tubular.
El rozamiento generaría desgaste.

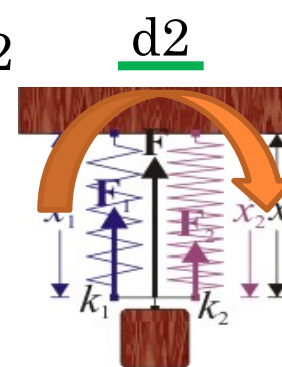
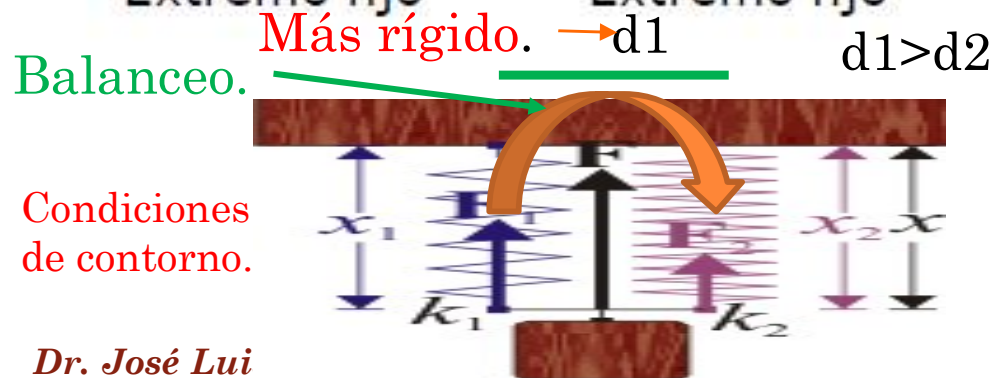


Barra de torsión.

Extremo fijo

Extremo fijo

Prever un huelgo total de $d/2$



$$x_1 = x_2 = x$$

$$F = F_1 + F_2 :$$

$$F = -(k_1 + k_2)x$$

$$k = k_1 + k_2$$

NEBRIJA

DISEÑO DE RESORTES

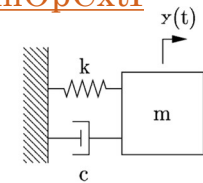


Figura 2 - Esquema del sistema masa resorte amortiguador

8. FRECUENCIA CRÍTICA → Frecuencia natural dentro del resorte.

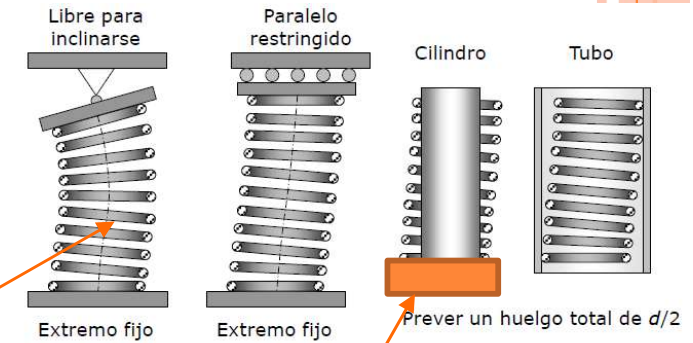
- Si una **perturbación** aparece en el extremo de un resorte, se producirá una oscilación en éste que viajará a lo largo del mismo y se reflejará en el otro extremo. El movimiento continuará hacia delante y hacia atrás hasta que, finalmente, se amortigüe.
- Estas perturbaciones son “**ondas de compresión**” en muelles que trabajan a compresión. Estas perturbaciones pueden provocar oscilaciones violentas (se han filmado a cámara lenta) y **puede ocasionar que el resorte salte fuera del contacto** con las placas del extremo.
- Cuando estos resortes se emplean en **aplicaciones que requieren un movimiento recíproco rápido**, hay que asegurarse que las propias dimensiones del resorte no provocan una frecuencia vibratoria natural cercana a la frecuencia de la fuerza aplicada, pues podría ocurrir el fenómeno de **resonancia**.
- **La frecuencia crítica fundamental de un resorte debe ser de 15 a 20 veces la frecuencia de la fuerza o movimiento del resorte**, para evitar la resonancia con las armónicas.
- La ecuación que gobierna un resorte entre dos placas planas paralelas es la siguiente ecuación de onda.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} < \frac{W}{kgl^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$



DISEÑO DE RESORTES

8. FRECUENCIA CRÍTICA



- La solución es armónica y depende de las propiedades físicas, así como de las condiciones de contorno del resorte.
- Para **resorte entre placas planas y paralelas** (el caso más deseable por dar mayor valor de la frecuencia), o para placa fija y extremo guiado por senoide se tiene (**caso fijo-fijo**):

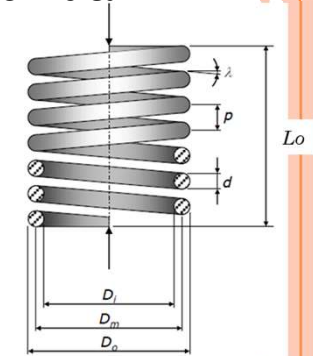
Donde...

$$\omega = m\pi \sqrt{\frac{k \cdot g}{W}} \text{ en } \left[\frac{\text{rad}}{\text{sg}} \right] \xrightarrow{\text{Ciclo } 2\pi} f_n = \frac{m}{2} \sqrt{\frac{k \cdot g}{W}} \text{ en } [\text{Hz}], m = 1, 2, 3, \dots$$

- ω [rad/s]: frecuencia armónica
- m : Número que indica la frecuencia que se quiere obtener. $m=1$ es la primera frecuencia, $m=2$ la segunda,...
- W [N]: Peso del resorte. En N porque utilizo el peso específico.
- k : Razón del resorte. Rigidez N/m
- γ : Peso específico
- g [m/s²]: Aceleración debida a la gravedad

- Si el resorte está apoyado en una placa (**caso fijo-libre**) y tiene el otro extremo libre:

$$f_n = \frac{m}{4} \sqrt{\frac{k \cdot g}{W}} \text{ en } [\text{Hz}], m = 1, 2, 3, \dots$$



$$W = AL\gamma = \frac{\pi d^2}{4} L (\pi D N_a) \gamma = \frac{\pi^2 d^2 D N_a \gamma}{4}$$



DISEÑO DE RESORTES

9. DISEÑO ESTÁTICO RESORTE A COMPRESIÓN

- El diseño de un resorte a compresión, habitualmente, es un proceso donde hay que tomar muchas decisiones y **no arroja una única solución.**
- Existen muchos programas que permiten al diseñador simplificar el problema de diseño.
- Datos de diseño:
 - Fuerza máxima (y mínima)
 - Limitaciones de espacio
 - Deformación máxima (y mínima)
 - Disponibilidad de material
- Determinar: **Material, D_m , d , L , N_t , N_a**
- Verificar:
 - Resistencia estática o a la fatiga (según se necesite)
 - Resistencia de compresión a cierre
 - Posibilidad de pandeo
 - Frecuencias naturales

*D_m : Diámetro medio
 L_o : Longitud libre
 d : Diámetro del alambre
 N_t : Número de espiras totales
 N_a o N : Número de espiras activas*

Verificar no falle

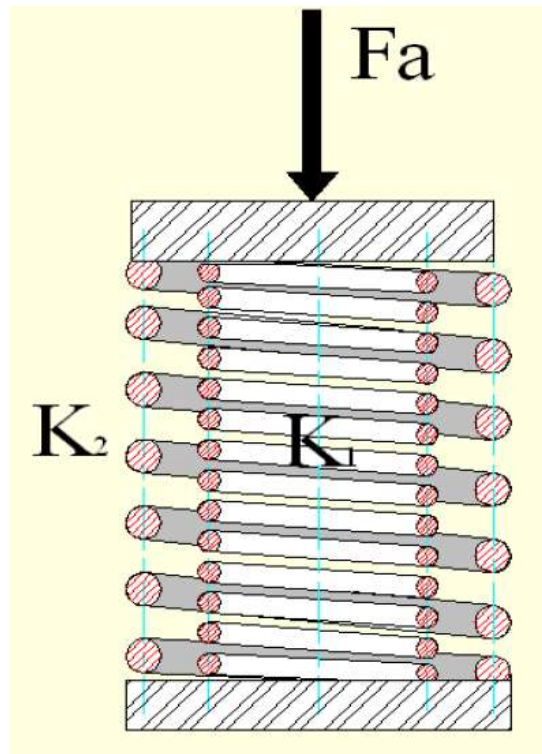


UNIVERSIDAD
NEBRIJA

DISEÑO DE RESORTES

9. DISEÑO ESTÁTICO RESORTE A COMPRESIÓN

- En ocasiones se pueden utilizar dos o más resortes helicoidales sujetos a la misma deformación axial.
- Esto corresponde a una disposición en paralelo.



$$K_t = \sum_1^N K_i$$

$$C = \frac{D_m}{d}$$

DISEÑO DE RESORTES

9. DISEÑO ESTÁTICO RESORTE A COMPRESIÓN

- El **intervalo preferido del índice C** del resorte está entre **4 y 12**. Los índices más bajos son más difíciles de formar (agrietamiento de la superficie) y los mayores tienden a enredarse.
- El **intervalo recomendado de vueltas activas N_a** está entre **3 y 15**. Para mantener la linealidad cuando el resorte se cierra, es necesario evitar el contacto gradual de las espiras (por un paso imperfecto).
- El resorte de espiras helicoidales es habitualmente **lineal**, excepto para cargas muy bajas y en situaciones cerca de la compresión a cierre. Se suele **limitar el punto de operación del resorte** como mínimo al 75% del rango central de operación entre 0 y la fuerza de cierre F_c , con lo que $F_{max} \leq 7/8 F_c$

$$F_c = (1 + \xi) F_{max} \leq (1 + \xi) \frac{7}{8} F_c \rightarrow \xi \geq 0.15 \quad \leftarrow \text{Linealidad robusta}$$

- El **factor de seguridad al cierre n_s** (altura sólida) se suele recomendar ≥ 1.2

F_c : Fuerza de compresión “a cierre”

DISEÑO DE RESORTES

9. DISEÑO ESTÁTICO RESORTE A COMPRESIÓN

○ Estrategia de diseño

- Se toman las decisiones “a priori”
- Primero elegir el alambre de acero estirado duro.
- Elegir el tamaño del alambre d .
- Tras tomar decisiones, generar una columna de parámetros d , D_m , C , D_o , D_i , N_a , L_c , L , n_s y cifra de mérito (cdm).

$$cdm = -(\text{costo relativo material}) \frac{\gamma \pi^2 d^2 N_t D}{4}$$

$$W = \frac{\pi^2 d^2 D N_a \gamma}{4} \text{ parecido}$$

peso velocidad crítica.

- Se incrementan los tamaños disponibles de alambre y se aplican las recomendaciones de diseño.
- Se elige el diseño de alambre con la mayor cdm compatible con las restricciones comentadas.
- En resortes que se fabrican según son enrollados (más baratos) se puede llegar a una expresión para seleccionar el C del resorte:

$$C = \frac{2\alpha - \beta}{4\beta} + \sqrt{\left(\frac{2\alpha - \beta}{4\beta}\right)^2 - \frac{3\alpha}{4\beta}}$$

$$\alpha = \frac{S_{sy}}{n_s}; \quad \beta = \frac{8(1 + \xi)F_{\max}}{\pi d^2}$$

Material	ASTM núm.	Exponente m	Diámetro, pulg.	A_s kpsi · pulg ²	Diámetro, mm	A_s MPa · mm ²	Costo relativo del alambre
Alambre de piano*	A228	0.145	0.0040-0.256	201	0.106-5	2 211	2.6
Alambre T y R en aceite†	A229	0.187	0.0200-0.500	147	0.5-12.7	1 855	1.3
Alambre estirado duro‡	A227	0.190	0.0280-0.500	140	0.7-12.7	1 783	1.0
Alambre al cromo vanadio§	A232	0.168	0.0320-0.437	169	0.8-11.1	2 005	3.1
Alambre al cromo silicio	A401	0.108	0.0630-0.375	202	1.6-9.5	1 974	4.0
Alambre inoxidable 302*	A313	0.146	0.0130-0.10	169	0.32-5	1 867	7.6-11
		0.263	0.100-0.20	128	2.5-5	2 065	
		0.478	0.200-0.40	90	5-10	2 911	
Alambre de bronce fosforado**	B159	0	0.0040-0.022	145	0.10-6	1 000	8.0
		0.028	0.0220-0.075	121	0.6-2	913	
		0.064	0.0750-0.30	110	2-7.5	932	

DISEÑO DE RESORTES

9. DISEÑO ESTÁTICO RESORTE A COMPRESIÓN

- Tras diseñar el resorte hay que revisar los **catálogos** de los proveedores para encontrar el que más se asemeje a nuestra mejor selección.
- La **deflexión y carga máxima** suelen listarse en las **características**.
- Verificar si se permite comprimir el **resorte hasta la longitud sólida sin daño** (normalmente no).
- Las razones del resorte pueden ser aproximadas.
- Se piden unos cuantos resortes comerciales para probarlos.
- La decisión final suele estar más relacionada con la economía que con la cercanía del resorte al ideal diseñado.



DISEÑO DE RESORTES

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

9. DISEÑO A FATIGA (RES. COMP)

- Lo habitual es que los resortes estén sometidos a fatiga.
- Si se les aplica un tratamiento exterior de **shot peening o martillado**, la resistencia a fatiga torsional del muelle puede incrementarse por un 20%.
- Zimmerli descubrió que las componentes de la resistencia a fatiga de vida infinita son:
- Sin martillar: $S_{sa}=241 \text{ MPa}$, $S_{sm}=379 \text{ MPa}$ Alternadas y medias.
- Martillado: $S_{sa}=398 \text{ MPa}$, $S_{sm}=534 \text{ MPa}$

- A partir de aquí, con el módulo de ruptura a torsión $S_{su}=0.67 \cdot S_{ut}$ se puede hallar la S_{se} equivalente (por ejemplo a través de Goodman). De la tabla siguiente pagina.

$$\frac{S_{sa}}{S_{se}} + \frac{S_{sm}}{S_{su}} = 1 \rightarrow S_{se} = \frac{S_{sa}}{1 - \frac{S_{sm}}{S_{su}}}$$

Con todos los valores se aplica por ej. GOODMAN

$$\frac{\tau_a}{S_{se}} + \frac{\tau_m}{S_{su}} \leq \frac{1}{CS}$$

Sse-limite a fatiga cortante.

- El límite de fatiga a torsión del material (S_{se}) cambia para cada alambre, ya que en última instancia es función de S_{ut} (ver siguiente diapositiva).
- En el caso de muelles no suele ser habitual la carga de fatiga totalmente reversible (a tracción y compresión).
- Además, a menudo se ensamblan con una precarga, de manera que la carga de trabajo es adicional.
- A partir de las fuerzas máxima y mínima se pueden hallar la F_a y F_m . Con ellas, se puede calcular la amplitud el esfuerzo cortante y el esfuerzo cortante medio.

$$K_s = K_B = \frac{4C + 2}{4C - 3}$$

$$\tau_a = K_B \frac{8F_a D}{\pi d^3}; \tau_m = K_B \frac{8F_m D}{\pi d^3}$$

K_B : Factor de Bergsträsser



UNIVERSIDAD
NEBRIJA

DISEÑO DE RESORTES

9. DISEÑO A FATIGA (RES. COMP)

- Estimación de la resistencia de tensión mínima S_{ut} de alambres para fabricar resortes comunes.
- Shigley, pag. 507, Tabla 10-4

En función del material indica el S_u en función de A el diámetro y m

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

Tabla 10-4

Constantes A y m de $S_{ut} = A/d^m$ para estimar la resistencia de tensión mínima de alambres para fabricar resortes comunes

Fuente: De *Design Handbook*, 1987, p. 19. Cortesía de Associated Spring.

Material	ASTM núm.	Exponente m	Diámetro, pulg	A , kpsi · pulg ^{m}	Diámetro, mm	A , MPa · mm ^{m}	Costo relativo del alambre
Alambre de piano*	A228	0.145	0.004-0.256	201	0.10-6.5	2 211	2.6
Alambre T y R en aceite†	A229	0.187	0.020-0.500	147	0.5-12.7	1 855	1.3
Alambre estirado duro‡	A227	0.190	0.028-0.500	140	0.7-12.7	1 783	1.0
Alambre al cromo vanadio§	A232	0.168	0.032-0.437	169	0.8-11.1	2 005	3.1
Alambre al cromo silicio¶	A401	0.108	0.063-0.375	202	1.6-9.5	1 974	4.0
Alambre inoxidable 302*	A313	0.146	0.013-0.10	169	0.3-2.5	1 867	7.6-11
		0.263	0.10-0.20	128	2.5-5	2 065	
		0.478	0.20-0.40	90	5-10	2 911	
Alambre de bronce fosforado**	B159	0	0.004-0.022	145	0.1-0.6	1 000	8.0
		0.028	0.022-0.075	121	0.6-2	913	
		0.064	0.075-0.30	110	2-7.5	932	

*La superficie es lisa, sin defectos y tiene un acabado brillante y lustroso.

†Tiene escamas ligeras debido al tratamiento térmico, que se deben remover antes del galvanizado.

‡La superficie es lisa y brillante sin marcas visibles.

§Alambre revenido de calidad aeronáutica; también se obtiene recocido.

¶Revenido a Rockwell C49, pero se puede obtener sin revenir.

*Acero inoxidable tipo 302.

**Temple CA510.

Intervalo diámetros.



UNIVERSIDAD
NEBRIJA

DISEÑO DE RESORTES

9. DISEÑO A FATIGA (RES. COMP)

- Propiedades mecánicas de algunos alambres para resorte.
- Shigley, pag. 508, Tabla 10-5

Tabla 10-5

Propiedades mecánicas de algunos alambres para resorte

Material	Límite elástico, porcentaje de S_{UT} tensión, torsión		Diámetro d , pulg	E		G	
				Mpsi	GPa	Mpsi	GPa
Alambre de piano A228	65-75	45-60	<0.032	29.5	203.4	12.0	82.7
			0.033-0.063	29.0	200	11.85	81.7
			0.064-0.125	28.5	196.5	11.75	81.0
			>0.125	28.0	193	11.6	80.0
Resorte estirado duro A227	60-70	45-55	<0.032	28.8	198.6	11.7	80.7
			0.033-0.063	28.7	197.9	11.6	80.0
			0.064-0.125	28.6	197.2	11.5	79.3
			>0.125	28.5	196.5	11.4	78.6
Templado en aceite A239	85-90	45-50		28.5	196.5	11.2	77.2
Resorte de válvula A230	85-90	50-60		29.5	203.4	11.2	77.2
Cromo vanadio A231	88-93	65-75		29.5	203.4	11.2	77.2
A232	88-93			29.5	203.4	11.2	77.2
Cromo silicio A401	85-93	65-75		29.5	203.4	11.2	77.2
Acero inoxidable							
A313*	65-75	45-55		28	193	10	69.0
17-7PH	75-80	55-60		29.5	208.4	11	75.8
414	65-70	42-55		29	200	11.2	77.2
420	65-75	45-55		29	200	11.2	77.2
431	72-76	50-55		30	206	11.5	79.3
Bronce fosforado B159	75-80	45-50		15	103.4	6	41.4
Cobre al berilio B197	70	50		17	117.2	6.5	44.8
	75	50-55		19	131	7.3	50.3
Aleación inconel X-750	65-70	40-45		31	213.7	11.2	77.2

Modulo elasticidad

Modulo cizalladura



DISEÑO DE RESORTES

9. DISEÑO A FATIGA (RES. COMP)

- Esfuerzos de torsión máximos permisibles de resortes helicoidales de compresión en aplicaciones estáticas.
- Shigley, pag. 508, Tabla 10-6
- P.e. para alambre de piano... $S_{sy}=0.45 \cdot S_{ut}$

Tabla 10-6

Esfuerzos de torsión máximos permisibles de resortes helicoidales de compresión en aplicaciones estáticas

Fuente: Robert E. Joerres, "Springs", cap. 6, en Joseph E. Shigley, Charles R. Mischke y Thomas H. Brown, Jr. (eds.), *Standard Handbook of Machine Design*, 3a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, 2004.

Material	Porcentaje máximo de la resistencia a la tensión	
	Antes de la remoción de la deformación (incluye K_W o K_s)	Después de la remoción de la deformación (incluye K_s)
Alambre de piano y acero al carbono estirado en frío	45	60-70
Acero al carbono templado y revenido y acero de baja aleación	50	65-75
Aceros inoxidables austeníticos	35	55-65
Aleaciones no ferrosas	35	55-65

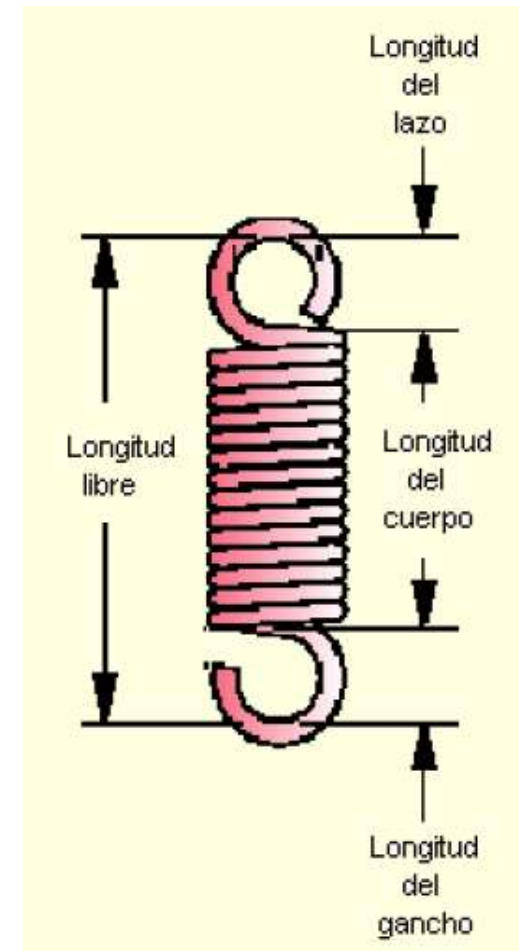
DISEÑO DE RESORTES

Precarga



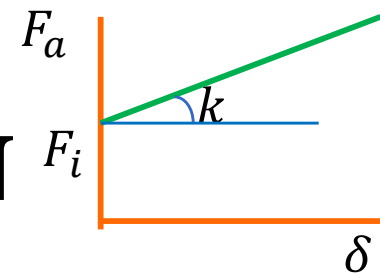
10. RESORTES DE EXTENSIÓN

- Estos resortes, a diferencia de los de compresión, se bobinan con las espiras cerradas.
- Durante el proceso de conformado se les induce una tracción inicial como resultado del par torsional generado sobre el alambre, a medida que se enrolla el mandril conformador.
- Por esta razón, en la mayoría de los casos, a estos resortes se les debe aplicar una determinada carga para que las espiras comiencen a separarse.
- Se suelen definir:
 - D_i : diámetro interior
 - D_e : diámetro exterior
 - D_m : diámetro medio
- Las expresiones matemáticas son iguales.



DISEÑO DE RESORTES

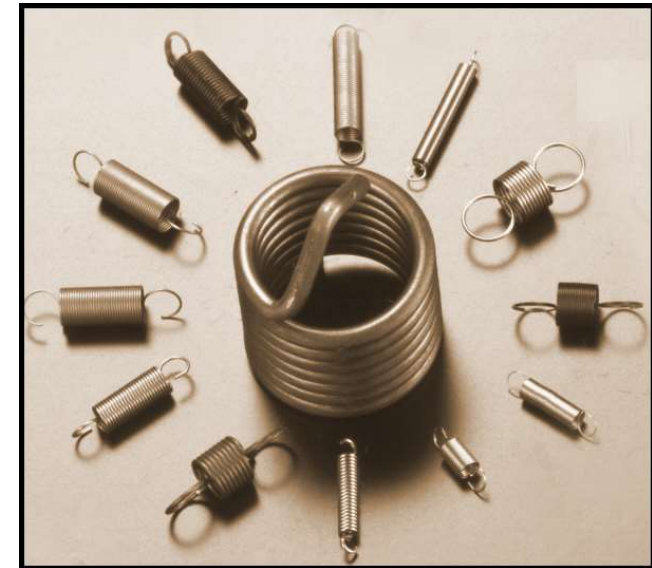
10. RESORTES DE EXTENSIÓN



- Según el índice del resorte los intervalos de tracción inicial para resortes de acero:

$$C = \frac{D_m}{d}$$

ÍNDICE DEL RESORTE (C)	INTERVALO DE ESFUERZO (τ_i)	
	(Mpa)	(psi)
4	115 – 183	16700 - 26600
6	95 – 160	13800 - 23200
8	82 – 127	1900 – 18400
10	60 – 106	8710 – 15400
12	48 – 86	6970 – 12500
14	37 – 60	5370 - 8710
16	25 – 50	3630 - 7260



- Si la carga de tracción inicial no supera el valor de la tracción inicial inducida, las espiras del resorte no se separan. Tracción.
- Cuando se separan se puede aplicar la Ley de Hooke

$$F_a = F_i + k\delta$$

- Donde:

- F_a : Carga axial de tracción
- F_i : Precarga o tracción inicial

$$F_i \leq \frac{\pi \tau_i d^3}{8 D_m}$$

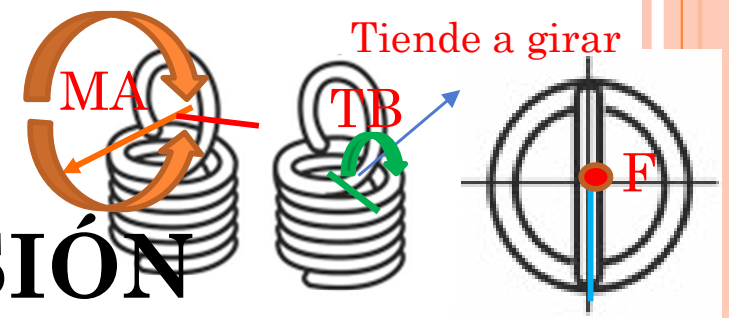
$$\tau = K_B \frac{8 F D_m}{\pi d^3}$$

análogos

Formula compresión.

DISEÑO DE RESORTES

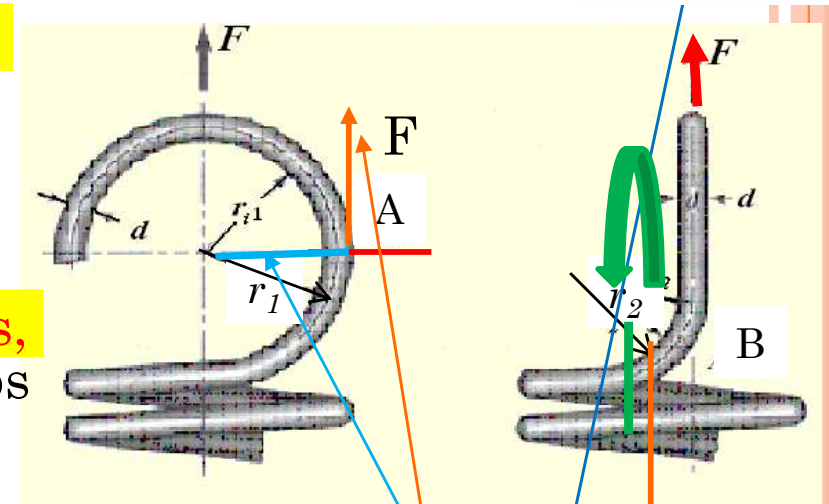
10. RESORTES DE EXTENSIÓN



- Si no existe F_i , las ecuaciones de los resortes de compresión se aplican sin modificaciones en cuanto al cálculo de esfuerzo cortante en el cuerpo del resorte, su deformación y su constante.
- Los resortes de tracción poseen **zonas débiles, como la espira terminal** para formar ganchos para transmitir la carga.
- En esas zonas existen **concentraciones de esfuerzos por la doble curvatura**, resultando imposible diseñar los extremos con la misma resistencia que el cuerpo. (**Suelen ser la parte más débil**)
- El factor concentrador de esfuerzos para estas zonas terminales viene dado experimentalmente por:**

$$(K)_A = \frac{4C_1^2 - C_1 - 1}{4C_1(C_1 - 1)}, C_1 = \frac{2r_1}{d} \rightarrow \sigma_A = F \left[(K)_A \frac{16D}{\pi d^3} + \frac{4}{\pi d^2} \right]$$

$$(K)_B = \frac{4C_2 - 1}{4C_2 - 4}, C_2 = \frac{2r_2}{d} \rightarrow \tau_B = (K)_B \frac{8FD}{\pi d^3}$$



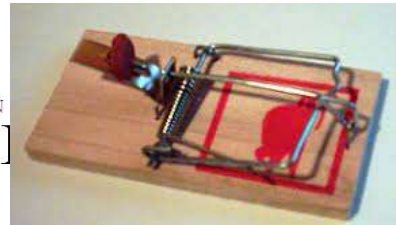
- Zona A:** Esfuerzos de carga axial y momento flector.
- Zona B:** Esfuerzos debidos a torsión.

Factor concentración
tensiones curvatura
torsor

DISEÑO DE RESORTES

11. RESORTES DE TORSIÓN

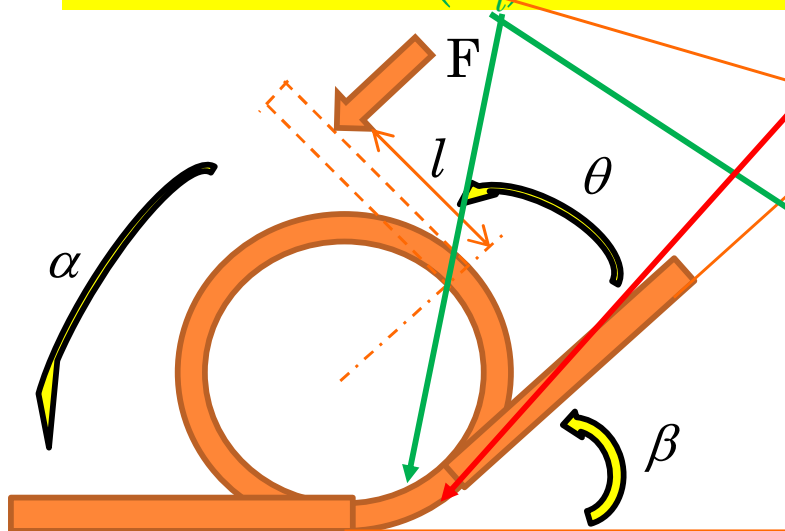
- Los extremos de los resortes de torsión conectan una fuerza respecto al eje de las espiras, con objeto de aplicar un par de torsión.
- Se suelen usar con una varilla o mandril, para tener soporte reactivo cuando los extremos no se pueden incorporar, para mantener la alineación y proporcionar resistencia al pandeo.
- El alambre de un resorte de torsión trabaja bajo flexión (nótese que en los de tracción y compresión trabajaban a torsión).
- Los resortes se diseñan para que se enrollen de manera más apretada durante el servicio, por lo que el diámetro interior de la espira disminuye. (Cuidado de no pinzar el pasador).



DISEÑO DE RESORTES

11. RESORTES DE TORSIÓN

- Un resorte de torsión tiene un **momento flexionante** inducido en las espiras.
- Los esfuerzos residuales que se incorporan durante el enrollamiento están en la misma dirección, pero con signo opuesto a los esfuerzos de trabajo durante el servicio (siempre que la carga siempre se aplique en el sentido del enrollamiento)
- El esfuerzo se obtiene a partir de la **teoría de la viga curva**, donde K es un factor de corrección de esfuerzo.
- K depende de la forma de la sección del alambre y de si es una fibra interior (K_i) o exterior (K_o) [Wahl].



$$\sigma = K \frac{Mc}{I}, \quad \frac{I}{c} = \frac{d^3}{32} \rightarrow \sigma = K \frac{32M}{\pi d^3}$$

$$K_i = \frac{4C^2 - C - 1}{4C(C - 1)}, \quad K_o = \frac{4C^2 + C - 1}{4C(C + 1)}$$

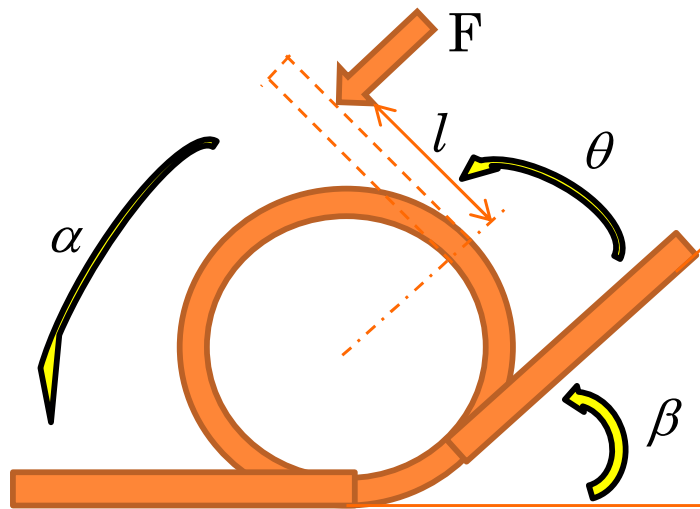
DISEÑO DE RESORTES

11. RESORTES DE TORSIÓN

$$T = k_{\theta} \theta$$

- En los resortes de torsión la **deflexión es angular** (**radianes o vueltas**). k se expresa en [$N \cdot m / rad$ ó rev].
- El momento M es **proporcional al ángulo θ** expresado en las unidades que correspondan.

$$k = \frac{M_1}{\theta_1} = \frac{M_2}{\theta_2} = \frac{M_2 - M_1}{\theta_2 - \theta_1}$$



- La deflexión angular total en [rad] queda:

$$\theta_t = \frac{64MD_m}{d^4E} \left(N_b + \frac{l_1 + l_2}{3\pi D_m} \right) = \frac{64MD_m}{d^4E} N_a$$

Lo girado por el cuerpo

Lo girado por las patillas

- Con l_1 y l_2 las longitudes de los **extremos** del muelle
- Siendo N_b el n° de vueltas en el cuerpo libre del resorte => **$N_b = \text{entero} + \beta/360^\circ$**
- Siendo N_a el número equivalente de vueltas activas

$$N_a = N_b + \frac{l_1 + l_2}{3\pi D_m}$$



DISEÑO DE RESORTES

11. RESORTES DE TORSIÓN

- La **constante del muelle** queda:

$$k = \frac{F \cdot r}{\theta_t} = \frac{d^4 E}{64 D_m N_a} [N \cdot m / rad] = \frac{d^4 E}{10.2 D_m N_a} [N \cdot m / rev]$$

$$(\text{experimentalmente}) \Rightarrow \frac{d^4 E}{10.8 D_m N_a} [N \cdot m / rev]$$

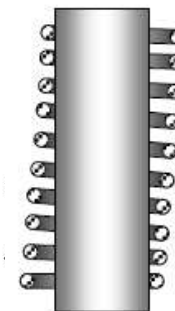
Rigidez en realidad un poco menor

- Al aplicar la carga, el diámetro de las espiras se reduce. Hay que asegurar que hay holgura suficiente frente al pasador (D_p) que puede haber en su interior.
- El **nuevo diámetro de espira** queda D_m' .
- De donde se puede despejar el número de espiras necesarias para tener cierta holgura Δ para cierta deflexión angular del cuerpo de la espira θ_c .

$$D_m' = \frac{N_b D_m}{N_b + \theta_c}, \text{ donde } \theta_c = \frac{10.8 M D_m N_b}{d^4 E}$$

$$\Delta_{\text{diametral}} = D_m' - d - D_p = \frac{N_b D_m}{N_b + \theta_c} - d - D_p \Rightarrow N_b = \frac{\theta_c (\Delta + d + D_p)}{D_m - \Delta - d - D_p}$$

Cilindro

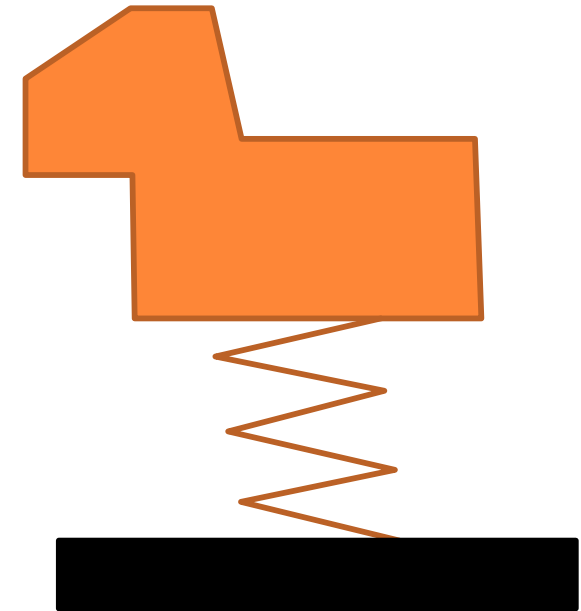


DISEÑO DE RESORTES

12. EJERCICIOS

Caballo parque infantil

- *En la figura se muestra un caballito de los que se pueden encontrar en un parque infantil. La parte superior es rígida, sobre la que se monta el niño y la inferior es un resorte helicoidal que une el elemento rígido al suelo y permite al niño el movimiento.*
- *El niño, una vez subido, puede dar botes arriba y abajo. Se estima que cuando el niño está en el punto más alto, el resorte queda descargado. A partir de ahí el resorte se comprime hasta detener al niño.*
- *Considerar un peso medio de 20 Kg.*
- *Determinar:*
 - *A) Diámetro del alambre sabiendo que:*
 - *Se utiliza acero A-232 con módulo de Poisson 0.3*
 - *El diámetro de la espira es de 25 cm y sus extremos están escuadrados*
 - *Longitud natural del resorte es 60 cm*
 - *La reducción de longitud que experimenta bajo carga máxima es de 10%*
 - *Proteger el resorte frente a sobrecarga 25%*
 - *B) Calcular el coeficiente de seguridad en la resistencia a fatiga del resorte a vida infinita.*
 - *C) Estudiar la posible existencia de pandeo.*



DISEÑO DE RESORTI

12. EJERCICIOS

Caballo parque infantil

- En la figura se muestra un caballito de los que se pueden encontrar en un parque infantil. La parte superior es rígida, sobre la que se monta el niño y la inferior es un resorte helicoidal que une el elemento rígido al suelo y permite al niño el movimiento.
- El niño, una vez subido, puede **dar botes arriba y abajo**. Se estima que cuando el niño está en el punto más alto, el resorte queda descargado. A partir de ahí el resorte se comprime hasta detener al niño.
- Considerar un **peso medio de 20 Kg**.
- Determinar:
 - A) **Diámetro del alambre sabiendo que:**
 - Se utiliza acero A-232 con módulo de Poisson 0.3
 - El diámetro de la espira es de 25 cm y sus extremos están escuadrados
 - Longitud natural del resorte es 60 cm
 - La reducción de longitud que experimenta bajo carga máxima es de 10%
 - Proteger el resorte frente a sobrecarga 25%
 - B) **Calcular el coeficiente de seguridad en la resistencia a fatiga del resorte a vida infinita.**
 - C) **Estudiar la posible existencia de pandeo.**

Material	ASTM núm.	Exponente m	Diámetro, pulg	A, kpsi · pulg ^m	Diámetro, mm	A, MPa · mm ^m	Costo relativo del alambre
Alambre de piano*	A228	0.145	0.004-0.256	201	0.10-6.5	2 211	2.6
Alambre T y R en aceite†	A229	0.187	0.020-0.500	147	0.5-12.7	1 855	1.3
Alambre estirado duro‡	A227	0.190	0.028-0.500	140	0.7-12.7	1 783	1.0
Alambre al cromo vanadio§	A232	0.168	0.032-0.437	169	0.8-11.1	2 005	3.1

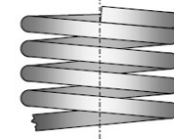
$$S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

$$D=25 \text{ mm}$$

$$C \text{ entre } 4 \text{ y } 12$$

$$C = \frac{D_m}{d}$$

Dm=	250 mm	
c=	4	d= 62,50
c=	12	d= 20,83
c=	22,52	d= 11,10
intervalo materiales 0,8 a 11,1		



Extremo cerrado a escuadrado

Tipos de extremo o terminaciones del resorte	Número de espiras totales N_t	Longitud libre L_o	Longitud sólida L_s	Paso del resorte P
Cerrado o escuadrado	$N+2$	$P * N + 3 * d$	$d * (N_t + 1)$	$\frac{L_o - 3 * d}{N}$

Tabla 10-5

Propiedades mecánicas de algunos alambres para resorte

Material	Limite elástico, porcentaje de S_{ut} tensión, torsión	Diámetro d, pulg	Mpsi	E GPa	Mpsi	G GPa
Alambre de piano A228	65-75	45-60	<0.032	29.5	203.4	12.0
			0.033-0.063	29.0	200	11.85
			0.064-0.125	28.5	196.5	11.75
			>0.125	28.0	193	11.6
Resorte estirado duro A227	60-70	45-55	<0.032	28.8	198.6	11.7
			0.033-0.063	28.7	197.9	11.6
			0.064-0.125	28.6	197.2	11.5
			>0.125	28.5	196.5	11.4
Templado en aceite A239	85-90	45-50		28.5	196.5	11.2
Resorte de válvula A230	85-90	50-60		29.5	203.4	11.2
Cromo vanadio A231	88-93	65-75		29.5	203.4	11.2
				29.5	203.4	11.2

DISEÑO DE RESORTI

12. EJERCICIOS

Caballo parque infantil

- En la figura se muestra un caballito de los que se pueden encontrar en un parque infantil. La parte superior es rígida, sobre la que se monta el niño y la inferior es un resorte helicoidal que une el elemento rígido al suelo y permite al niño el movimiento.
- El niño, una vez subido, puede **dar botes arriba y abajo**. Se estima que cuando el niño está en el punto más alto, el resorte queda descargado. A partir de ahí el resorte se comprime hasta detener al niño.
- Considerar un **peso medio de 20 Kg**.
- Determinar:
 - A) Diámetro del alambre sabiendo que:
 - Se utiliza acero A-232 con módulo de Poisson 0.3
 - El diámetro de la espira es de 25 cm y sus extremos están escuadrados
 - Longitud natural del resorte es 60 cm
 - La reducción de longitud que experimenta bajo carga máxima es de 10%
 - Proteger el resorte frente a sobrecarga 25%
 - B) Calcular el coeficiente de seguridad en la resistencia a fatiga del resorte a vida infinita.
 - C) Estudiar la posible existencia de pandeo.

Material	ASTM núm.	Exponente m	Diámetro, pulg	A, kpsi · pulg ³	Diámetro, mm	A, MPa · mm ³	Costo relativo del alambre
Alambre de piano*	A228	0.145	0.004-0.256	201	0.10-6.5	2 211	2.6
Alambre T y R en aceite†	A229	0.187	0.020-0.500	147	0.5-12.7	1 855	1.3
Alambre estirado duro‡	A227	0.190	0.028-0.500	140	0.7-12.7	1 783	1.0
Alambre al cromo vanadio§	A232	0.168	0.032-0.437	169	0.8-11.1	2 005	3.1

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

$$D=25 \text{ mm}$$

$$G=77,2 \text{ GPa}$$

$$C = \frac{D_m}{d}$$

Dm=	250	mm	
c=	4	d=	62,50
c=	12	d=	20,83
c=	22,52	d=	11,10
intervalo materiales 0,8 a 11,1			

Tipos de extremo o terminaciones del resorte	Número de espiras totales N_t	Longitud libre L_o	Longitud sólida L_s	Paso del resorte P
Cerrado o escuadrado	$N + 2$	$P * N + 3 * d$	$d * (N_t + 1)$	$\frac{L_o - 3 * d}{N}$

F=	m	g		
	20	9,8	F=	196 N
Fc=	ns=25%			
	1,25	196	Fc=	245 N



UNIVERSIDAD
NEBRIJA

DISEÑO DE RESORTI

12. EJERCICIOS

Caballo parque infantil

- En la figura se muestra un caballito de los que se pueden encontrar en un parque infantil. La parte superior es rígida, sobre la que se monta el niño y la inferior es un resorte helicoidal que une el elemento rígido al suelo y permite al niño el movimiento.
- El niño, una vez subido, puede **dar botes arriba y abajo**. Se estima que cuando el niño está en el punto más alto, el resorte queda descargado. A partir de ahí el resorte se comprime hasta detener al niño.
- Considerar un **peso medio de 20 Kg**.
- Determinar:
 - A) Diámetro del alambre sabiendo que:
 - Se utiliza acero A-232 con módulo de Poisson 0.3
 - El diámetro de la espira es de 25 cm y sus extremos están escuadrados
 - Longitud natural del resorte es 60 cm
 - La reducción de longitud que experimenta bajo carga máxima es de 10%
 - Proteger el resorte frente a sobrecarga 25%
 - B) Calcular el coeficiente de seguridad en la resistencia a fatiga del resorte a vida infinita.
 - C) Estudiar la posible existencia de pandeo.

Material	ASTM núm.	Exponente m	Diámetro, pulg	A, kpsi · pulg ^m	Diámetro, mm	A, MPa · mm ^m	Costo relativo del alambre
Alambre de piano*	A228	0.145	0.004-0.256	201	0.10-6.5	2 211	2.6
Alambre T y R en aceite†	A229	0.187	0.020-0.500	147	0.5-12.7	1 855	1.3
Alambre estirado duro‡	A227	0.190	0.028-0.500	140	0.7-12.7	1 783	1.0
Alambre al cromo vanadio§	A232	0.168	0.032-0.437	169	0.8-11.1	2 005	3.1

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

$$D=25 \text{ mm}$$

$$G=77,2 \text{ GPa}$$

$$C = \frac{D_m}{d}$$

Dm=	250	mm	
c=	4	d=	62,50
c=	12	d=	20,83
c=	22,52	d=	11,10
intervalo materiales 0,8 a 11,1			

Tipos de extremo o terminaciones del resorte	Número de espiras totales N_t	Longitud libre L_0	Longitud sólida L_s	Paso del resorte P
Cerrado o escuadrado	$N + 2$	$P * N + 3 * d$	$d * (N_t + 1)$	$\frac{L_0 - 3 * d}{N}$

LF	0,54	m	$\delta = \frac{8FD_m^3 N}{d^4 G} \rightarrow N = \frac{\delta d^4 G}{8FD_m^3}$	
L0	0,6	m		
$\delta=10\%$	0,06	m		
LS (25%)				
	δ	d^4	G	
N=	0,06	1,5181E-08	7,72E+10	
	8 F	Dm3		
	8	245	0,015625	
N=	2,30	Nt= N+2	4,30	
	d	Nt+1		
LS=d*(Nt+1)=	0,0111	5,30	0,06	m
L0=PN+3d	(L0	-3d)	/N	
P=(L0-3d)/N	0,6	-0,0333	2,30	P

DISEÑO DE RESORTI

12. EJERCICIOS

Caballo parque infantil

- En la figura se muestra un caballito de los que se pueden encontrar en un parque infantil. La parte superior es rígida, sobre la que se monta el niño y la inferior es un resorte helicoidal que une el elemento rígido al suelo y permite al niño el movimiento.
- El niño, una vez subido, puede **dar botes arriba y abajo**. Se estima que cuando el niño está en el punto más alto, el resorte queda descargado. A partir de ahí el resorte se comprime hasta detener al niño.
- Considerar un **peso medio de 20 Kg**.
- Determinar:
 - A) **Diámetro del alambre sabiendo que:**
 - Se utiliza acero A-232 con módulo de Poisson 0.3
 - El diámetro de la espira es de 25 cm y sus extremos están escuadrados
 - Longitud natural del resorte es 60 cm
 - La reducción de longitud que experimenta bajo carga máxima es de 10%
 - Proteger el resorte frente a sobrecarga 25%
 - B) **Calcular el coeficiente de seguridad en la resistencia a fatiga del resorte a vida infinita.**
 - C) **Estudiar la posible existencia de pandeo.**

Material	ASTM núm.	Exponente m	Diámetro, pulg	A, kpsi · pulg ^m	Diámetro, mm	A, MPa · mm ^m	Costo relativo del alambre
Alambre de piano*	A228	0.145	0.004-0.256	201	0.10-6.5	2 211	2.6
Alambre T y R en aceite†	A229	0.187	0.020-0.500	147	0.5-12.7	1 855	1.3
Alambre estirado duro‡	A227	0.190	0.028-0.500	140	0.7-12.7	1 783	1.0
Alambre al cromo vanadio§	A232	0.168	0.032-0.437	169	0.8-11.1	2 005	3.1

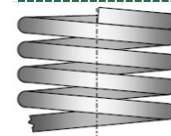
$$S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

$$D=25 \text{ mm}$$

C entre 4 y 12

$$C = \frac{D_m}{d}$$

Dm=	25 mm		
c=	4	d=	6,25
c=	8	d=	3,13
c=	12	d=	2,08
Intervalo materiales 0,8 a 11,1			



Extremo cerrado a escuadrado

Tipos de extremo o terminaciones del resorte	Número de espiras totales N_t	Longitud libre L_o	Longitud sólida L_s	Paso del resorte P
Cerrado o escuadrado	$N+2$	$P * N + 3 * d$	$d * (N_t + 1)$	$\frac{L_o - 3 * d}{N}$

Tabla 10-5

Propiedades mecánicas de algunos alambres para resorte

Material	Limite elástico, porcentaje de S_{ut} tensión, torsión	Diámetro d, pulg	Mpsi	E GPa	G Mpsi	G GPa
Alambre de piano A228	65-75	45-60	<0.032	29.5	203.4	12.0
			0.033-0.063	29.0	200	11.85
			0.064-0.125	28.5	196.5	11.75
			>0.125	28.0	193	11.6
Resorte estirado duro A227	60-70	45-55	<0.032	28.8	198.6	11.7
			0.033-0.063	28.7	197.9	11.6
			0.064-0.125	28.6	197.2	11.5
			>0.125	28.5	196.5	11.4
Templado en aceite A239	85-90	45-50		28.5	196.5	11.2
Resorte de válvula A230	85-90	50-60		29.5	203.4	11.2
Cromo vanadio A231	88-93	65-75		29.5	203.4	11.2
	A232	88-93		29.5	203.4	11.2

DISEÑO DE RESORTI

12. EJERCICIOS

Caballo parque infantil

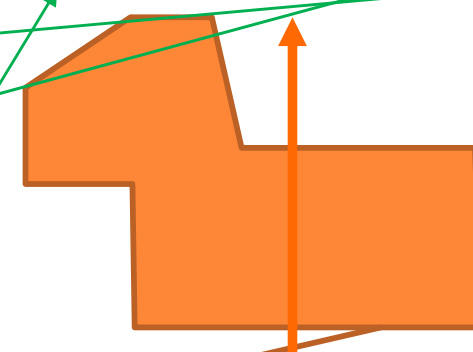
- En la figura se muestra un caballito de los que se pueden encontrar en un parque infantil. La parte superior es rígida, sobre la que se monta el niño y la inferior es un resorte helicoidal que une el elemento rígido al suelo y permite al niño el movimiento.
- El niño, una vez subido, puede **dar botes arriba y abajo**. Se estima que cuando el niño está en el punto más alto, el resorte queda descargado. A partir de ahí el resorte se comprime hasta detener al niño.
- Considerar un **peso medio de 20 Kg**.
- Determinar:
 - A) Diámetro del alambre sabiendo que:
 - Se utiliza acero A-232 con módulo de Poisson 0.3
 - El diámetro de la espira es de 25 cm y sus extremos están escuadrados
 - Longitud natural del resorte es 60 cm
 - La reducción de longitud que experimenta bajo carga máxima es de 10%
 - Proteger el resorte frente a sobrecarga 25%
 - B) Calcular el coeficiente de seguridad en la resistencia a fatiga del resorte a vida infinita.
 - C) Estudiar la posible existencia de pandeo.

Material	ASTM núm.	Exponente m	Diámetro, pulg	A, kpsi · pulg ^m	Diámetro, mm	A, MPa · mm ^m	Costo relativo del alambre
Alambre de piano*	A228	0.145	0.004-0.256	201	0.10-6.5	2 211	2.6
Alambre T y R en aceite†	A229	0.187	0.020-0.500	147	0.5-12.7	1 855	1.3
Alambre estirado duro‡	A227	0.190	0.028-0.500	140	0.7-12.7	1 783	1.0
Alambre al cromo vanadio§	A232	0.168	0.032-0.437	169	0.8-11.1	2 005	3.1

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

$$D=25 \text{ mm}$$

$$G=77,2 \text{ GPa}$$



$$C = \frac{D_m}{d}$$

Dm=	25	mm		
c=	4	d=	6,25	
c=	8	d=	3,13	
c=	12	d=	2,08	
intervalo materiales 0,8 a 11,1				

Tipos de extremo o terminaciones del resorte	Número de espiras totales N_t	Longitud libre L_o	Longitud sólida L_s	Paso del resorte P
Cerrado o escuadrado	$N + 2$	$P * N + 3 * d$	$d * (N_t + 1)$	$\frac{L_o - 3 * d}{N}$

$$L_s = d(N + 2) \rightarrow \frac{L_s}{d} = N + 2 \rightarrow N = \frac{L_s}{d} - 2$$

F=	m	g		
	20	9,8	F=	196 N
ns=25%				
Fc=	1,25	196	Fc=	245 N



UNIVERSIDAD
NEBRIJA

DISEÑO DE RESORTI

12. EJERCICIOS

Caballo parque infantil

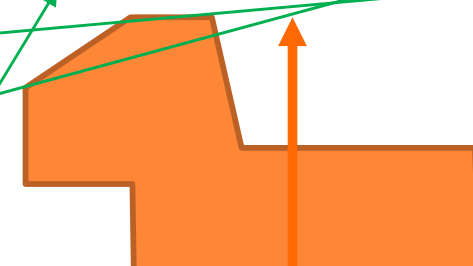
- En la figura se muestra un caballito de los que se pueden encontrar en un parque infantil. La parte superior es rígida, sobre la que se monta el niño y la inferior es un resorte helicoidal que une el elemento rígido al suelo y permite al niño el movimiento.
- El niño, una vez subido, puede **dar botes arriba y abajo**. Se estima que cuando el niño está en el punto más alto, el resorte queda descargado. A partir de ahí el resorte se comprime hasta detener al niño.
- Considerar un **peso medio de 20 Kg**.
- Determinar:
 - A) Diámetro del alambre sabiendo que:
 - Se utiliza acero A-232 con módulo de Poisson 0.3
 - El diámetro de la espira es de 25 cm y sus extremos están escuadrados
 - Longitud natural del resorte es 60 cm
 - La reducción de longitud que experimenta bajo carga máxima es de 10%
 - Proteger el resorte frente a sobrecarga 25%
 - B) Calcular el coeficiente de seguridad en la resistencia a fatiga del resorte a vida infinita.
 - C) Estudiar la posible existencia de pandeo.

Material	ASTM núm.	Exponente m	Diámetro, pulg	A, kpsi · pulg ²	Diámetro, mm	A, MPa · mm ²	Costo relativo del alambre
Alambre de piano*	A228	0.145	0.004-0.256	201	0.10-6.5	2 211	2.6
Alambre T y R en aceite†	A229	0.187	0.020-0.500	147	0.5-12.7	1 855	1.3
Alambre estirado duro‡	A227	0.190	0.028-0.500	140	0.7-12.7	1 783	1.0
Alambre al cromo vanadio§	A232	0.168	0.032-0.437	169	0.8-11.1	2 005	3.1

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

$$D=25 \text{ mm}$$

$$G=77,2 \text{ GPa}$$



	m	g			
F=	20	9,8	F=	196 N	

Dm=	25 mm		
c=	4	d=	6,25
c=	8	d=	3,13
c=	12	d=	2,08

intervalo materiales 0,8 a 11,1

$$C = \frac{D_m}{d}$$

Tipos de extremo o terminaciones del resorte	Número de espiras totales N_t	Longitud libre L_o	Longitud sólida L_s	Paso del resorte P
Cerrado o escuadrado	$N+2$	$P \cdot N + 3 \cdot d$	$d \cdot (N_t + 1)$	$\frac{L_o - 3 \cdot d}{N}$

	N	N1	Na	N2
d		3	10	15
d1	2,08	10,4	24,96	35,36
da	4,8	37,2	57,6	81,6
d2	6,28	31,4	75,36	106,76

$$\delta = \frac{8FD_m^3N}{d^4G} \rightarrow k = \frac{F}{\delta} = \frac{d^4G}{8D_m^3N}$$

LF	0,54			
L0	0,6			
δ=10%	0,06			
δ=	8	196	0,000015625	10
		5,3084E-10	77200000000	
δ=	0,00598 m		5,98 mm	

DISEÑO DE RESORTI

12. EJERCICIOS

Caballo parque infantil

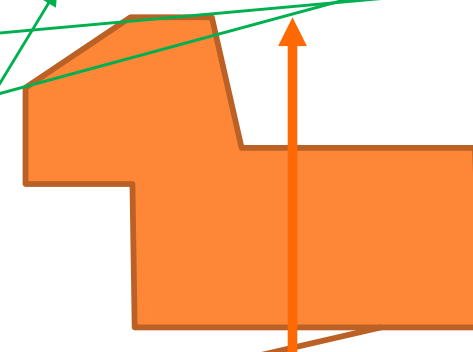
- En la figura se muestra un caballito de los que se pueden encontrar en un parque infantil. La parte superior es rígida, sobre la que se monta el niño y la inferior es un resorte helicoidal que une el elemento rígido al suelo y permite al niño el movimiento.
- El niño, una vez subido, puede **dar botes arriba y abajo**. Se estima que cuando el niño está en el punto más alto, el resorte queda descargado. A partir de ahí el resorte se comprime hasta detener al niño.
- Considerar un **peso medio de 20 Kg**.
- Determinar:
 - A) Diámetro del alambre sabiendo que:

Material	ASTM núm.	Exponente m	Diámetro, pulg	A, kpsi · pulg ^m	Diámetro, mm	A, MPa · mm ^m	Costo relativo del alambre
Alambre de piano*	A228	0.145	0.004-0.256	201	0.10-6.5	2 211	2.6
Alambre T y R en aceite†	A229	0.187	0.020-0.500	147	0.5-12.7	1 855	1.3
Alambre estirado duro‡	A227	0.190	0.028-0.500	140	0.7-12.7	1 783	1.0
Alambre al cromo vanadio§	A232	0.168	0.032-0.437	169	0.8-11.1	2 005	3.1

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

$$D=25 \text{ mm}$$

$$G=77,2 \text{ GPa}$$



$$C = \frac{D_m}{d}$$

Dm=	25 mm	
c=	4	d= 6,25
c=	8	d= 3,13
c=	12	d= 2,08
intervalo materiales 0,8 a 11,1		

Tipos de extremo o terminaciones del resorte	Número de espiras totales N_t	Longitud libre L_o	Longitud sólida L_s	Paso del resorte P
Cerrado o escuadrado	$N+2$	$P * N + 3 * d$	$d * (N_t + 1)$	$\frac{L_o - 3 * d}{N}$

	N	N1	Na	N2
d		3	11	15
d1	2,08	10,4	27,04	35,36
da	4,6	37,2	59,8	78,2
d2	6,28	31,4	81,64	106,76

$$\delta = \frac{8FD_m^3N}{d^4G} \rightarrow k = \frac{F}{\delta} = \frac{d^4G}{8D_m^3N}$$

	F	Dm3	N
δ=	8	196	0,000015625
	4,4775E-10	77200000000	
δ=	0,00780 m	7,80 mm	

	N	N1	Na	N2
d		3	10,5	15
d1	2,08	10,4	26	35,36
da	4,8	37,2	60	81,6
d2	6,28	31,4	78,5	106,76

$$\delta = \frac{8FD_m^3N}{d^4G} \rightarrow k = \frac{F}{\delta} = \frac{d^4G}{8D_m^3N}$$

	F	Dm3	N
δ=	8	196	0,000015625
	5,3084E-10	77200000000	
δ=	0,00628 m	6,28 mm	

DISEÑO DE RESORTES

12. EJERCICIOS

Ex. Extraordinario 12-13

- Se quiere diseñar un muelle de torsión que, en reposo, posea la geometría que se ve en la figura adjunta, con un acero estirado en frío, de resistencia última 500 MPa, límite de fluencia $S_y=300$ MPa y módulo elástico $E=210$ GPa.

La carga P que debe soportar el muelle oscilará en servicio entre 1000 y 250 N.

Para la fabricación del muelle sólo se dispone de alambre de diámetro 12mm y el hueco en altura del que se dispone para alojar el muelle es de 70mm. Calcular:

- (0,8 puntos) El número de espiras N necesarias y, eligiendo un índice del resorte razonable y razonado, el diámetro D_m del resorte.
- (0,4 puntos) La rigidez del resorte
- (0,4 puntos) La deflexión angular mínima y máxima (en grados) del resorte.
- (0,4 puntos) El diámetro del pasador a montar en el interior del resorte para tener una holgura radial de 1 mm en la peor situación.
- (0,8 puntos) La tensión máxima en el resorte y en qué punto del mismo se dará.
- (0,7 puntos) Evaluación del diseño. Conocida la tensión máxima obtenida en el apartado e), ¿Considera usted que el diseño del resorte es seguro para la aplicación dada? Si es seguro, indique por qué. Si no es seguro, indique por qué y qué haría al respecto.

