

Tema 2

Cinemática

Cinemática: descripción del movimiento de los fluidos

Definiremos y explicaremos brevemente algunos conceptos de cinemática.

Veremos:

- descripciones lagrangiana y euleriana
- movimientos uniforme y estacionario, puntos de remanso
- trayectorias y sendas
- líneas de traza
- líneas, superficies y tubos de corriente
- líneas, superficies y volúmenes fluidos



Descripciones lagrangiana y euleriana

Dos opciones para describir el campo fluido:

Lagrangiana La descripción de un flujo se realiza especificando el movimiento de cada una de sus partículas fluidas. La variable fundamental en esta formulación es la **trayectoria**

$$\bar{x} = \bar{x}_T(\bar{x}_0, t_0; t)$$

La velocidad y la aceleración se obtienen por derivación

$$\bar{v} = \frac{d\bar{x}_T}{dt} \qquad \bar{a} = \frac{d^2\bar{x}_T}{dt^2}$$

Euleriana Consiste en considerar la posición $\bar{x}$ y el tiempo t como variables independientes y especificar el campo de velocidades como variable fundamental

$$\bar{v}(\bar{x}, t)$$

$\bar{v}(\bar{x}, t)$ debe entenderse como la velocidad de la partícula fluida que en el instante t se encuentra en la posición $\bar{x}$.

(ver ejemplo)

Utilizaremos la descripción Euleriana

Movimiento uniforme y estacionario

Movimiento uniforme Sin variaciones espaciales de las variables fluidas.

Un campo de velocidad es uniforme si $\bar{v} = \bar{v}(t)$.

Movimiento estacionario Sin variaciones temporales de las variables fluidas.

Un campo de velocidad es estacionario si $\bar{v} = \bar{v}(\bar{x})$.

La estacionariedad de un movimiento depende del sistema de referencia que se considere, peej, al estudiar el flujo alrededor de un cuerpo en movimiento.

Punto de remanso Punto en que la velocidad es nula, $\bar{v}(\bar{x}, t) = 0$.

Los puntos de remanso dependen del sistema de referencia elegido.

(ver ejemplo)

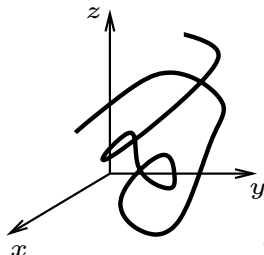
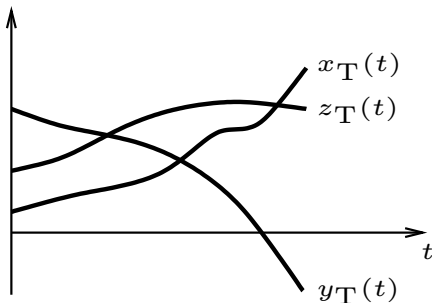
Trayectorias y sendas

En una descripción euleriana del movimiento, conocido el campo de velocidades $\bar{v}(\bar{x}, t)$, la trayectoria de la partícula fluida se determina por integración:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{x}}{dt} &= \bar{v}(\bar{x}, t) \\ \bar{x}(t = t_o) &= \bar{x}_o \end{aligned} \right\} \rightarrow \bar{x} = \bar{x}_T(\bar{x}_o, t_o; t)$$

La **trayectoria** es la posición de una partícula fluida en función del tiempo y contiene información sobre el camino recorrido por la partícula y la rapidez con la que lo recorre.

Eliminando el tiempo t en la expresión de la trayectoria, se obtiene la expresión de la **senda**, que es el camino que recorre la partícula, sin información del tiempo. Es una curva fija en el espacio.



(ver ejemplo)

Líneas de traza

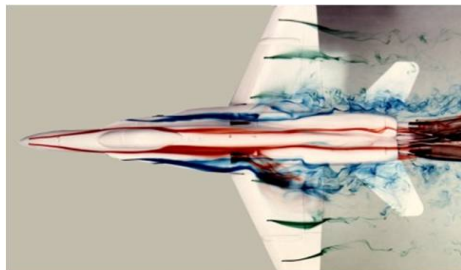
La **línea de traza** es el lugar geométrico de las partículas que en instantes anteriores pasaron por un punto dado.

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{x}}{dt} &= \bar{v}(\bar{x}, t) \\ \bar{x}(\tau \leq t) &= \bar{x}_o \end{aligned} \right\} \rightarrow \bar{x} = \bar{x}_T(\bar{x}_o, \tau; t)$$

Eliminando τ en la expresión, se obtiene la expresión de la línea de traza. Es una curva fija en el espacio para cada instante de tiempo t .

En un flujo estacionario, las líneas de traza coinciden con las sendas.

Se visualizan experimentalmente inyectando de forma continua partículas marcadas en un punto dado.



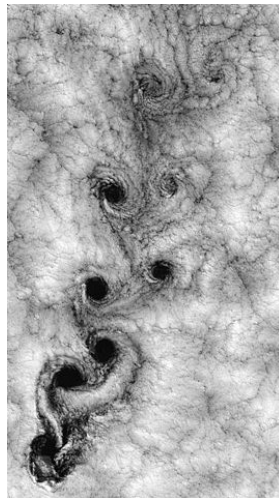
Líneas de traza

El trazador puede ser de cualquier tipo...

Calle de torbellinos de Kármán:



Tras un cilindro. Las líneas de trazas se muestran por precipitación electrolítica en agua.



Tras una isla. Las nubes muestran el patrón del flujo.

Líneas, superficies y tubos de corriente

Una **línea de corriente** es tangente en cada uno de sus puntos al vector velocidad local:

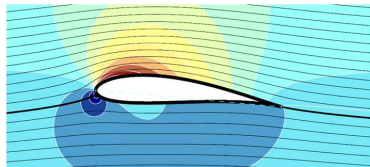
$$\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y} = \frac{dz}{v_z}$$

La constante de integración se determina fijando un punto de la línea de corriente.

Las líneas de corriente sólo pueden cruzarse en un punto de remanso.

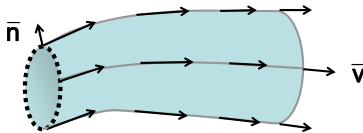
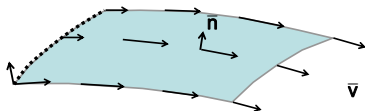
Coinciden con las sendas cuando el flujo es estacionario.

(ver ejemplo)



Una **superficie de corriente** está formada por todas las líneas de corriente que se apoyan sobre una línea arbitraria.

Si la línea es cerrada, la superficie de corriente forma un **tubo de corriente**.



Líneas, superficies y volúmenes fluidos

Línea fluida Si $\bar{v}(\bar{x}, t)$ es continua, entonces las partículas fluidas que se encuentran en el instante inicial a lo largo de una línea $\bar{x} = \bar{x}_l(\lambda)$ (λ es un parámetro) seguirán formando una línea en su movimiento posterior:

$$\bar{x} = \bar{x}_T(\bar{x}_l(\lambda); t)$$

Superficie fluida Análogamente, las partículas que se encuentren en el instante inicial sobre una superficie $\bar{x} = \bar{x}_s(\alpha, \beta)$ (α y β son parámetros) seguirán formando una superficie en su movimiento posterior:

$$\bar{x} = \bar{x}_T(\bar{x}_s(\alpha, \beta); t)$$

(ver ejemplo)

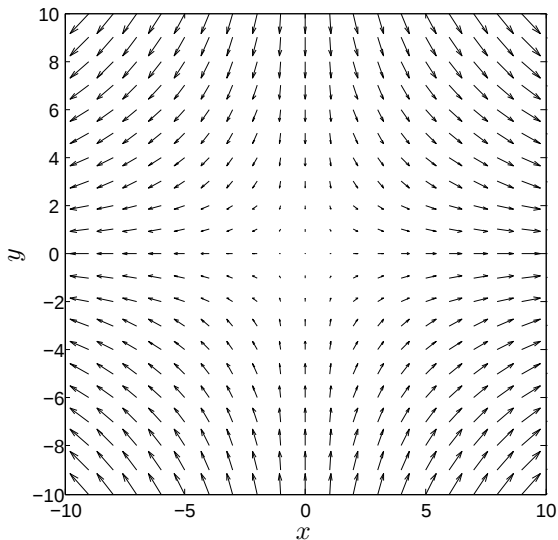
Volumen fluido Una superficie fluida cerrada, se mantiene cerrada, limitando un volumen fluido. Un volumen fluido es, simplemente, una **porción definida de fluido** y, por tanto, un **sistema cerrado**. El concepto de volumen fluido será útil en la aplicación de los principios de conservación que gobiernan el movimiento fluido.

Ejemplo: flujo en el entorno de un punto de remanso

Campo de velocidad:

$$\begin{cases} v_x = Kx \\ v_y = -Ky \end{cases}$$

(volver)



Ejemplo: flujo en el entorno de un punto de remanso

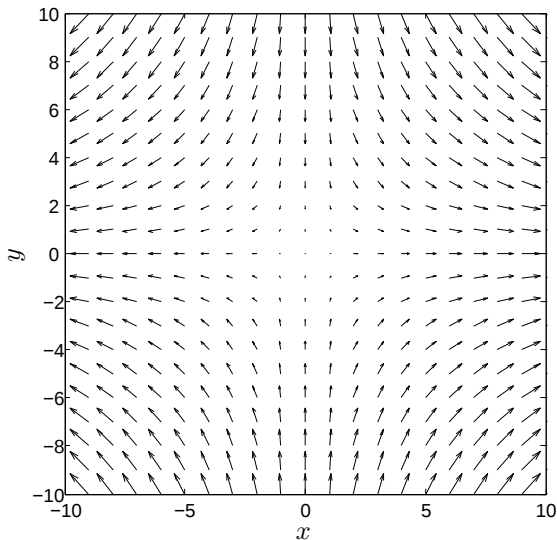
Campo de velocidad:

$$\begin{cases} v_x = Kx \\ v_y = -Ky \end{cases}$$

Flujo

- bidimensional
- no uniforme
- estacionario

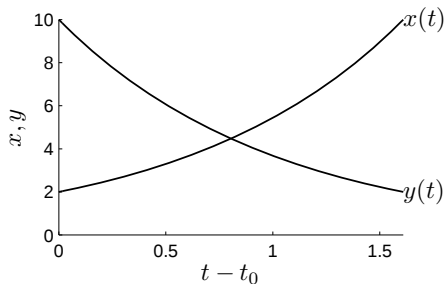
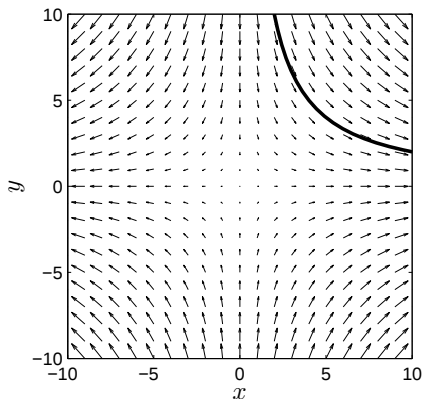
Punto de remanso en (0,0).



(volver)

Flujo en el entorno de un punto de remanso

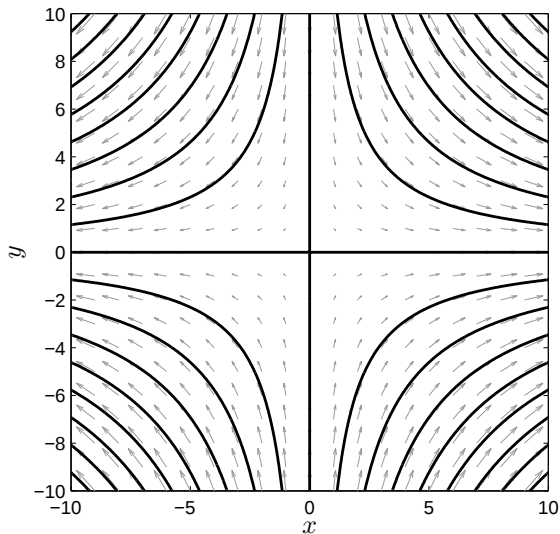
Senda y trayectoria de la partícula fluida situada inicialmente (en $t = t_0$) en el punto $(x_0, y_0) = (2, 10)$



(volver)

Flujo en el entorno de un punto de remanso

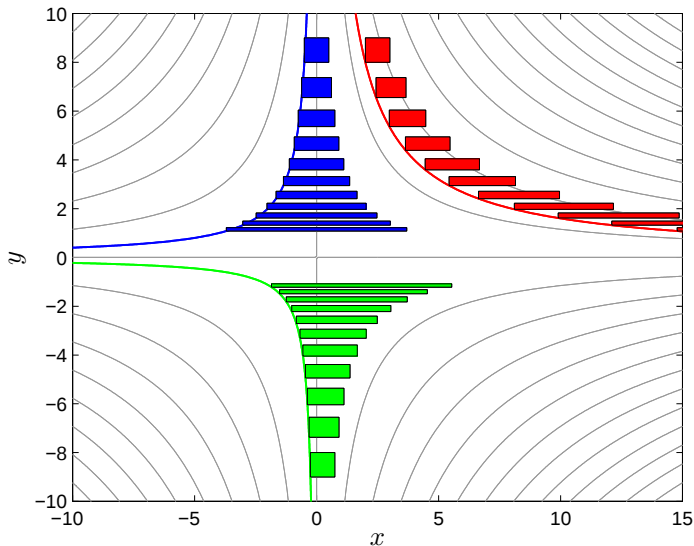
Lineas de corriente de flujo en el entorno de un punto de remanso



(volver)

Flujo en el entorno de un punto de remanso

Se muestra la evolución de tres superficies fluidas inicialmente cuadradas y situadas en distintos puntos del campo fluido



(volver)