$$i_c = C\frac{dv_c}{dt} \rightarrow \frac{dv_c}{dt} = \frac{i_c}{C} = \frac{I_0}{C} = 0$$

$$-250\,A_1 - 1000\,A_2 = 0$$

$A_1 = -64\,V$

$A_2 = 16\,V$

- Paso 6:

$$\underline{V_c(t) = 48 - 64e^{-2500t} + 16e^{-10000t}\ V} \qquad t \geq 0$$

(24/03/21)

Sobre todo del examen

RÉG. SINUSOIDAL PERMANENTE:

1. INTRO:

La tensión y corriente varían en el tiempo en forma de ondas.

RAZONES DE LAS ONDAS:

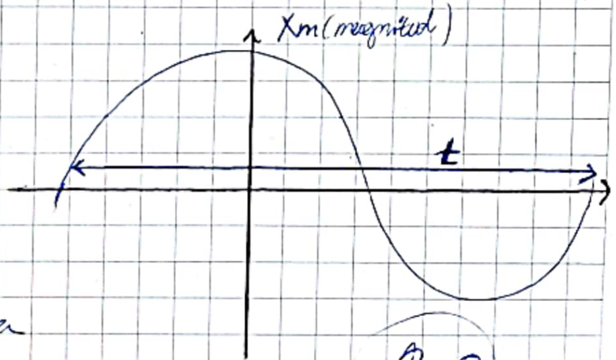
1. Generalización, transmisión, distribución y consumo.
2. Su comprensión → señales de cualquier naturaleza.
3. Comportamiento sinusoidal facilita mucho la resolución.

2. ANÁLISIS EN C.A: ← corriente alterna.

Señal: $x(t) = X_m \cos(\omega t + \phi)$

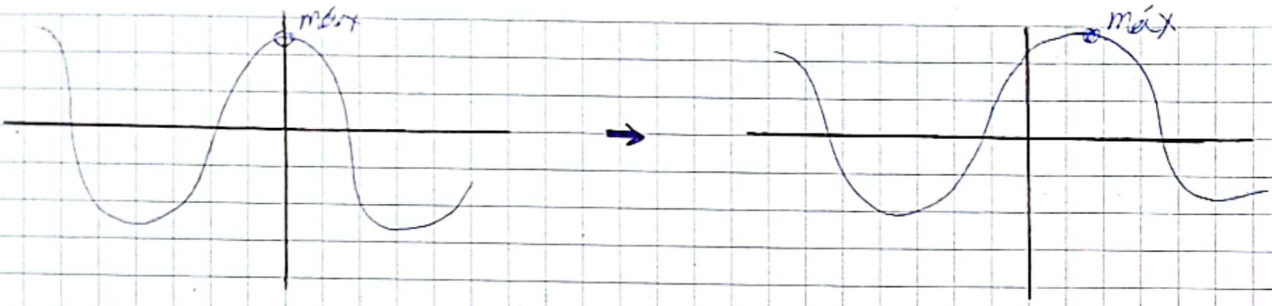
La señal se repite a una frecuencia angular (ω). en [rad]

- $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ • $f = \frac{1}{t}$



La señal está en fase, la fase se denomina Φ, en el origen de tiempos. Esto significa que corresponde con el $|$máx$|$ de la onda.
en [rad]

$\frac{\Phi}{2\pi} = 0$

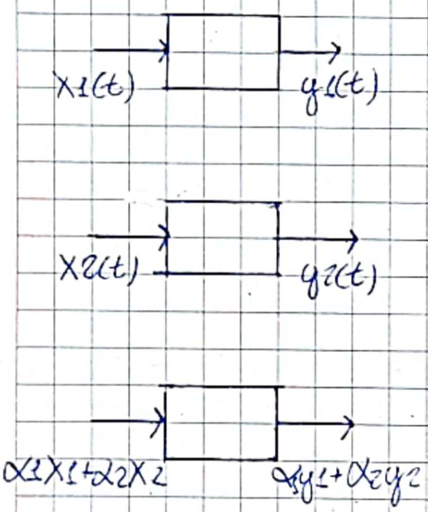


en fase.   desfasada.

Valor eficaz (r.m.s) se define según:

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{t}\int_{t_0}^{t+t_0} V_m^2 \cos^2(\omega t+\phi)\,dt} \rightarrow \boxed{V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}}$$

Para resolver estos sist. necesitaremos nº complejos.



- $X(t) = X_m \cos(\omega t+\phi)$
- $X_2(t) = X_m \operatorname{sen}(\omega t+\phi)$

$\alpha_1 = -1$

$\alpha_2 = i$

- $X_m(\cos \omega t+\phi) + i \operatorname{sen}(\omega t+\phi)$

[Solo nos quedaremos con la parte $\mathbb{R}$].

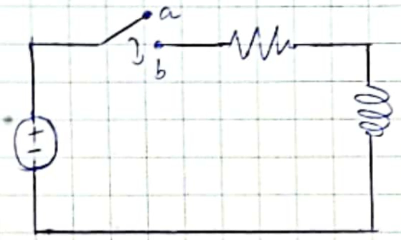
Fórmula de Euler: $e^{i\alpha} = \cos\alpha + i \operatorname{sen}\alpha$

$X(t) = X_m e^{i(\omega t+\phi)}$

Finalmente conseguimos la def. de fasor $\tilde{X} = X_m e^{i\phi}$

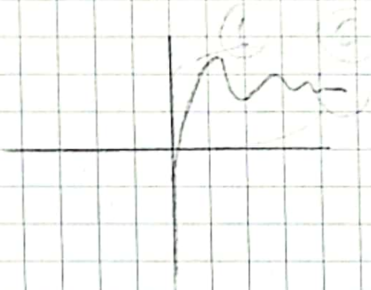
$V_0 = 5e^{i\pi}$ ⇝ $5\cos(\omega t+\pi)$ ← Esto sí sería un fasor.

3. RESPUESTA SINUSOIDAL:



$$L\frac{di}{dt} + Ri = V_S$$

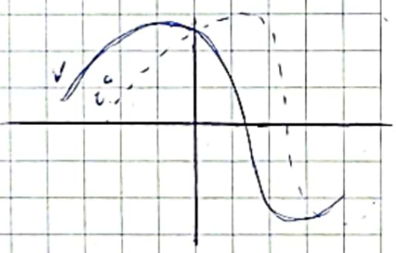
$$i = \underbrace{\frac{-V_m}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\cos(\phi-\theta)e^{-\frac{R}{L}t}}_{(1)\text{ Rég. transitorio de la func.}} + \underbrace{\frac{V_m}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\cos(\omega t+\phi+\theta)}_{(2)\text{ Rég. estacionario de la función.}}$$



4. RELACIÓN ENTRE LA TENSIÓN Y CORRIENTE EN ELEMENTOS PASIVOS:

4.1 Resistencia:

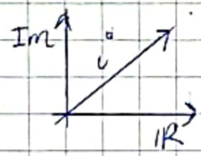
- $V(t) = X_m\cos(\omega t+\phi) = X_m e^{i\omega t}e^{i\phi}$
- $i = \frac{V}{R} = \frac{V_m}{R}e^{i\omega t}e^{i\phi}$



Si calculamos sus fasores:

$\phi = 0 \Rightarrow$ • $\tilde{V} = V_m$

• $\tilde{V} = \tilde{I}\cdot R$



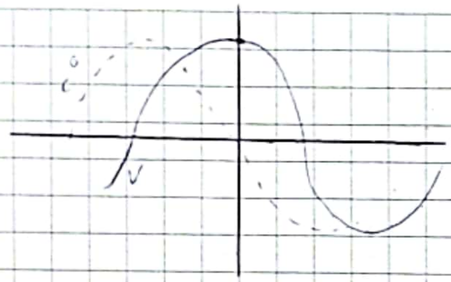
4.2 Condensador:

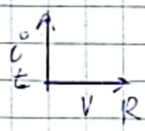
$V = V_m\cos\omega t \quad \phi = 0$

$i = C\frac{dV}{dt} = C\omega\cdot V_m\,\mathrm{sen}(\omega t) = C\omega V_m\cos(\omega t+\pi/2) = C\omega V_m e^{i\omega t}e^{i\pi/2}$

$= C\omega V_m\, j\, e^{i\omega t}$

ya que $(\mathrm{sen}(\omega t)) = (\cos(\omega t+\pi/2))$





$$\boxed{\tilde{I} = j\omega C \tilde{V}}$$

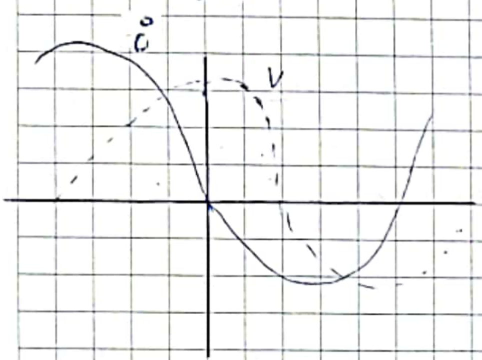
$$\boxed{\tilde{V} = \frac{\tilde{I}}{j\omega C}}$$

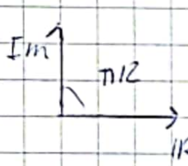
4.3 Bobina:

$i = I_m \cos(\omega t)$

$V = L\dfrac{di}{dt} = -L\, I_m\, \mathrm{sen}(\omega t)\,\omega = \omega L\, I_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) = \omega L\, I_m e^{j\omega t} e^{j\pi/2}$

$V = \omega L\, I_m\, j\, e^{j\omega t}$





$$\boxed{\tilde{V} = j\omega L \tilde{I}}$$

4.4 IMPEDANCIA, REACTANCIA, ADMITANCIA:

$$Z = R + jX$$

- Resistencia: $Z = \dfrac{\tilde{V}}{\tilde{I}} = R$
- Condensador: $Z_C = \dfrac{\tilde{V}}{\tilde{I}} = \dfrac{-1}{j\omega C} = \dfrac{1}{\omega C} \cdot e^{-j\pi/2}$
- Bobina: $Z_L = \dfrac{\tilde{V}}{\tilde{I}} = j\omega L = \omega L e^{j\pi/2}$

$$Y = \frac{1}{R}$$

→

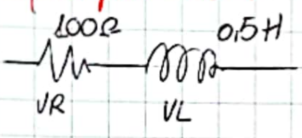
- Resistencia: $Y_R = \dfrac{1}{R}$
- Condensador: $Y_C = j\omega C$
- Bobina: $Y_L = \dfrac{1}{j\omega L}$

X: $\to R = 0$

$\to C = 1/\omega C$

$\to L = \omega L$

Ejemplo 9.6:



$i = 50\cos(1000t + 45°)\ mA$

a) $Z_R = R = 100\ \Omega$

b) $Z_L = j\omega L = 50j\ \Omega$

la impedancia se mide en ohmios.

c) $I = 0{,}05\, e^{j\pi/4} = 0{,}05 \angle 45°$

d) $\tilde{V}_R = \tilde{I} \cdot R$

$\tilde{V}_R = 100 \cdot 0{,}05\, e^{j\pi/4} = 5e^{j\pi/4}\ V$

e) $\tilde{V}_L = Z_L \cdot \tilde{I} = j1000 \cdot 50 \cdot 10^{-3} e^{j\pi/4} = 2{,}5e^{j\pi/4}\ V$

5. ANÁLISIS Y MÉTODOS:

Paso 1:

Si $\omega \neq$ en ambas → Principio de Superposición.

Paso 2: Con varias ftes indep:

Le ves aplicando $\phi = 0$ a cada una. Luego aplicamos fasores.

Paso 3:

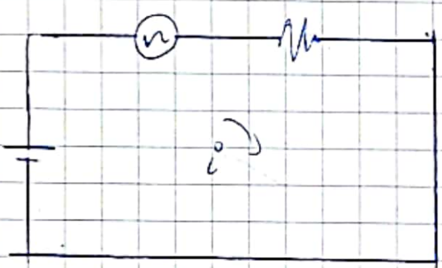
Elemento → Z → V y I proporcionales.

Paso 4:

Establecer ecuaciones.

Paso 5:

Resolución de ecuaciones.



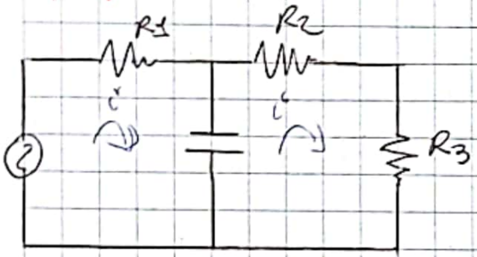
Paso 6:

Dependencia temporal.

Paso 7:

Repetimos.

Ejemplo 1:



$$\begin{cases} \tilde{V}_S = \tilde{I}_1 \cdot Z_{R1} + (\tilde{I}_1 - \tilde{I}_2)\, Z_C \\ 0 = (\tilde{I}_2 - \tilde{I}_1)\, Z_C + \tilde{I}_2 (Z_L + Z_{R2}) \end{cases}$$

$$0 = \tilde{I}_1 R + (I_1 - I_2)\frac{1}{j\omega C}$$

$$(\tilde{I}_2 - \tilde{I}_1)\frac{1}{j\omega C} + (\tilde{I}_2(j\omega L + R_2))$$

$V_S = V_m e^{j0}$

Z_C

Despejamos $\tilde{I}_2 = \dfrac{j\omega C \tilde{V}_S}{-\omega^2 LC - \omega^2 C^2 R_1 R_2 + j\omega(CR_1 + \omega R_2 C^2 L + CR_2)}$

$$|I_2| = \frac{\omega C V_m}{\sqrt{(\omega^2 LC + \omega^2 C^2 R_1 R_2)^2 + \omega^2 (CR_1 - \omega^2 C^2 L R_1 + CR_2)^2}}$$

módulo: $|X| = \sqrt{\mathrm{Re}^2 + \mathrm{Im}^2}$

fase: $\theta = \operatorname{arctg} \dfrac{\mathrm{Im}}{\mathrm{R}}$

$$\Phi_1 = \operatorname{arctg} \frac{\omega C V_m}{\to 0} - \operatorname{arctg} \frac{\omega(CR_1 + \omega^2 R_1 C^2 L + CR^2)}{\omega^2 LC + C^2(R_1 R_2)}$$

No tiene parte real

$$\Phi = \frac{\pi}{2} - (\Phi_1)$$

$f = 50\,kHz$

$V_m = 10\,V$

$C = 100\,nF$

$R_1 = 100\,\Omega$

$L = 1\,mH$

$R_2 = 10\,k\Omega$

Sol: $\Phi = -1{,}29$ rad

$I_2 = 0{,}3$ mA

(6/04/21)

+(cj. clase anterior).

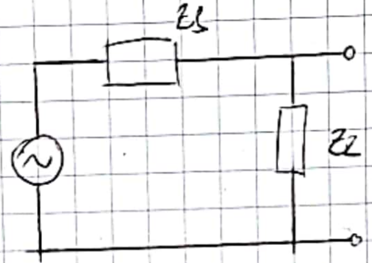
$$\tilde{V}_0 = I_{Pm} \cdot R_2 = 0{,}3e^{-j1{,}29} mA \cdot 10K\Omega = 3e^{-j1{,}29} V$$

$$\rightarrow V_0 = 3\cos(\omega t - 1{,}29)$$

Ejemplo 2:

V_0?

$\rightarrow$



$Z_1 = R$

$Z_2 = Z_C \| Z_L$

$$Z_2 = \frac{Z_C Z_L}{Z_C + Z_L} = \frac{j\omega L}{1-\omega^2 LC}$$

- Frecuencia de resonancia

si $\omega^2 = \frac{1}{LC}$

$Z \rightarrow \infty$

sería $\frac{\infty}{\infty} = 1$, $\tilde{V}_0 = \tilde{V}_S$

$\phi = 0$

Div. tensión:

$$\tilde{V}_0 = \tilde{V}_0 \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \tilde{V}_0 \frac{\frac{j\omega L}{1-\omega^2 LC}}{R + \frac{j\omega L}{1-\omega^2 LC}}$$

$$= \tilde{V}_S \frac{j\omega L}{R(1-\omega^2 LC) + j\omega L}$$

Ahora:

$$|V_0| = \frac{V_n \omega L}{\sqrt{R(1-\omega^2 LC)^2 + \omega^2 L^2}} \leftarrow \sqrt{\mathbb{R}^2 + \mathbb{I}^2}$$

(numerador - denominador)

$$\phi = \arctg \frac{\mathbb{I}}{\mathbb{R}} \leftarrow \frac{\text{imag.}}{\text{Real}} = \arctg \frac{\omega L}{0} - \arctg \frac{\omega L}{R(1-\omega^2 LC)}$$

cuando arctg tiende ∞, tiende a $\pi/2$.

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{\omega L}{R(1-\omega^2 LC)}$$

- Si $\omega \rightarrow 0$,

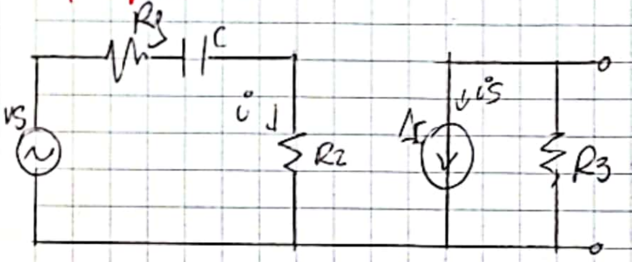
$\tilde{V}_0 = 0V$

$|V_0| = 0$

- Si $\omega \rightarrow \infty$

$|V_0| = 0V$

Ejemplo 3:



$i_S = A_I \cdot i$

$V_o \rightarrow i_S \rightarrow i$

$$\tilde{I} = \frac{\tilde{V}_S}{Z_{R1} + Z_C + Z_{R2}} = \frac{\tilde{V}_S}{R_1 + \frac{1}{j\omega C} + R_2}$$

$$\tilde{I}_S = A_I \cdot \tilde{I} = \frac{A_I \cdot V_S}{R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$= \frac{A_I \cdot V_S \cdot j\omega C}{1 + j\omega C(R_1 + R_2)}$$

$$\tilde{V}_o = -I_S \cdot R_3 = -A_I \cdot R_3 \cdot V_S \cdot \frac{j\omega C}{1 + j\omega C(R_1 + R_2)}$$

q te va al revés

Calculamos módulo y fase.

$$|V_o| = A_I R_3 V_S \cdot \frac{\omega C}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 (R_1 + R_2)^2}}$$

$$\phi = \operatorname{arctg} \frac{-A_I R_3 V_S \omega C}{0} - \operatorname{arctg} \frac{\omega C(R_1 + R_2)}{1}$$

$$\phi = \frac{-\pi}{2} - \operatorname{arctg} \omega C(R_1 + R_2)$$

$$V_o = |V_o| \cdot \cos(\omega t + \phi)$$

6. ANÁLISIS DE FOURIER

$f(t) = f(t) + T)$ si T es una señal periódica.

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} = c_0 + c_1 e^{j\omega t} + c_2 e^{j2\omega t} + c_3 e^{j3\omega t} \dots$$

frec vale 0

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

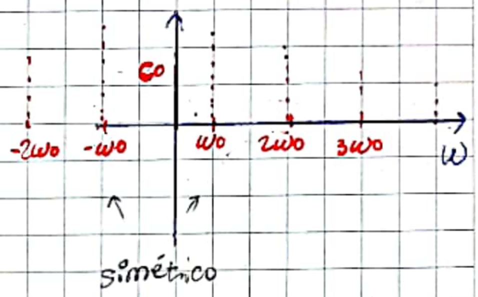
Armónicos de señal $c_1 e^{j\omega t}$ → primer orden

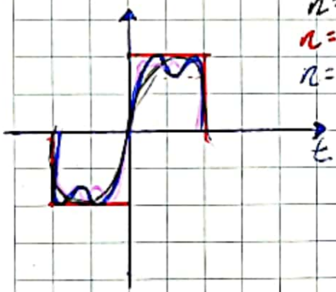
$c_2 e^{j2\omega t}$ → 2° orden

$\{c_k\}$ = Espectro de una señal.

$\{c_k\} \Rightarrow |c_k| = |c_{-k}|$

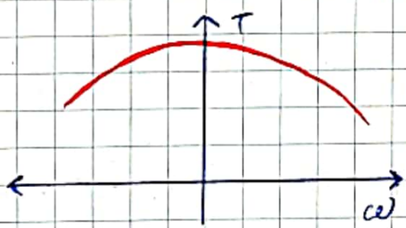
Cualquier señal periódica tiene la forma





cuanto más aumenta, más parecido es a ∞ (señal cuadrada).

Esto se puede aplicar a frecuencias no periódicas.

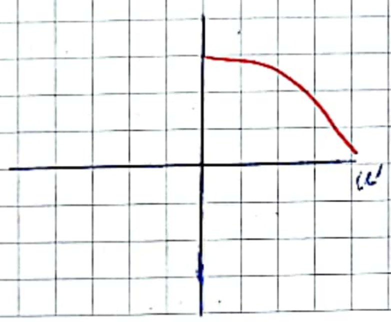


7. CONCEPTO DE FILTRO

Un filtro es un sist. capaz de actuar distinto sobre diferentes bandas de frecuencia.

(1) <u>Filtro paso bajo</u>

Permite el paso de baja frec. y atenúa alta frec.



② Filtro paso alto:

Deja pasar altas frec y atenúa las bajas.

③ Filtro paso banda:

8. VALORES MEDIOS Y EFICACES. POTENCIA.

- Valor medio: $\overline{X(t)} = \frac{1}{T}\int_0^T X(t)\,dt$

$$X(t) = X_m \cos(\omega t + \phi)$$

$$\overline{X}(t) = \frac{1}{T}\int_0^T X_m\cos(\omega t+\phi)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T X_m(\cos\omega t\cos\phi - \operatorname{sen}\omega t\,\operatorname{sen}\phi)\,dt =$$

$$= \frac{X_m}{T}\left[(\cos\phi)\int_0^T \cos\omega t\,dt - (\operatorname{sen}\phi)\int \operatorname{sen}\omega t\,dt\right]$$

$$= \frac{X_m}{T}\cos\phi\left[\frac{\operatorname{sen}\omega t}{\omega}\right]_0^T + \operatorname{sen}\phi\left[\frac{\cos\omega t}{\omega}\right]_0^T = 0$$

- Valor eficaz: $X_{ef} = \sqrt{\overline{X^2(t)}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x(t)^2\,dt}$

$$= X_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T X_m^2\cos^2(\omega t+\phi)\,dt} = \frac{X_m}{\sqrt{2}}$$

- $P = I \cdot V \rightarrow$ Pot. Continua
- Pot. instantánea:

$$P(t) = i(t) \cdot V(t) = I_m \cos(\omega t + \phi) \cdot V_m \cos(\omega t)$$

- Pot. activa:

$$P_a = \overline{P(t)} = \frac{1}{T}\int_0^T I_m \cos(\omega t + \phi)\ V_m \cos(\omega t)\, dt = \frac{I_m \cdot V_m \cdot \cos\phi}{2}$$

$$\boxed{P_a = I_{ef} \cdot V_{ef} \cos\phi}$$

$\cos\phi$ = factor de potencia

- $R \rightarrow \cos\phi = 1$, $i = \frac{V}{R}$ ← se denomina potencia aparente: $P_{ap} = I_{ef} \cdot V_{ef}$
- $C \rightarrow \cos\phi = 0$
- $L \rightarrow \cos\phi = 0$

} ← Potencia reactiva (energía almacenada promedio): $P_R = I_{ef} \cdot V_{ef} \cdot \operatorname{sen}\phi$

- Potencia compleja:

$$S = \frac{1}{2} I^* \cdot V$$

$$S = \frac{1}{2} I_m e^{-i\phi} \cdot V_m e^{i\theta} = \frac{1}{2} I_m V_m e^{-i\overbrace{(\phi - \theta)}^{\phi}}$$

$$S = I_{ef} \cdot V_{ef}\, e^{-i\phi} \Rightarrow S = I_{ef} V_{ef} (\cos\phi - i \operatorname{sen}\phi) = I_{ef} V_{ef} \cos\phi - i\, I_{ef} \cdot V_{ef} \operatorname{sen}\phi$$

$$S = P_a - i P_R$$

$$V_{ef} \rightarrow \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

$$I_{ef} \rightarrow \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{cases} I = I_m e^{i\phi} \\ V = V_m e^{i\theta} \end{cases}$$

Ejemplo:

Pa?

Pr?

$$\begin{cases} R \to 150\,\Omega \\ C \to 2{,}2\,mF \\ f \to 1000\,Hz \end{cases}$$

$10V \to$ —R—||—

$$S = \frac{1}{2} I^* \cdot V$$

$$S = \frac{1}{2}\frac{V^*}{Z^*}\cdot V = \frac{|V^2|}{Z^*}$$

$$= \frac{10^2}{166{,}5e^{j0{,}45}} = 0{,}3e^{-0{,}45j}$$

$$Z = R + \frac{1}{j\omega C} = R - j\frac{1}{\omega C}$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} = \sqrt{150^2 + \frac{1}{(2\pi 1000)^2 (2{,}2\cdot 10^{-3})^2}}$$

$$= 160{,}5$$

$$\theta = \operatorname{arctg}\frac{-1/\omega C}{R} = -\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\omega C R}\right)$$

$$= -0{,}45\,rad$$

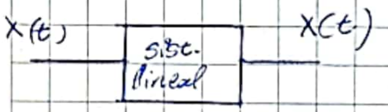
$$Z = 160{,}5e^{-0{,}45j}$$

$Pa = \mathrm{Re}\,S = 0{,}3\cos(-0{,}45) = 0{,}27W$

$Pr = \mathrm{Im}\,S = 0{,}3\,\mathrm{sen}(-0{,}45) = -0{,}13W$

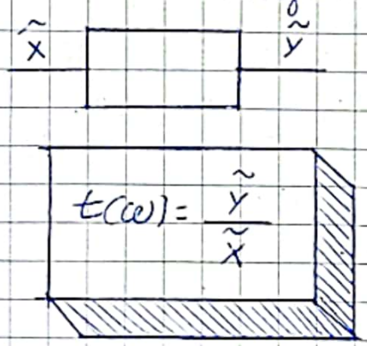
9. RESPUESTA EN FRECUENCIA:

9.1 función de transferencia:



→ se resuelve por la transformada de Laplace.

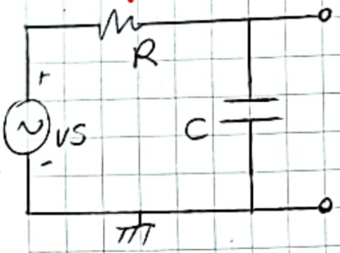
- Función de transferencia



$$\tilde{x} = x_m e^{j\varphi_x}$$

$$T(\omega) = |T(\omega)|e^{j\varphi t} \to \tilde{y} = |t(\omega)|x_m e^{j\varphi_x}$$

Ejemplos:

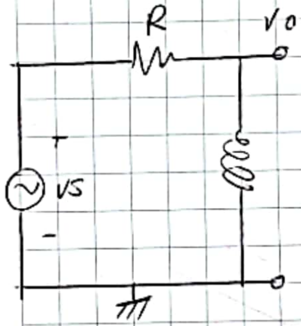


$$T(\omega) = \frac{\tilde{V_o}}{\tilde{V_S}} = \qquad \check{V_o} = \tilde{V_o} \cdot \frac{Z_C}{Z_C + Z_R} = \frac{Z_C}{Z_C + Z_R}$$

$$T(\omega) = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} = \boxed{\frac{1}{1 + Rj\omega C}}$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega L}$$

$$Z_R = R$$



$$\check{V_o} = V_s \frac{Z_L}{Z_L + Z_R} \rightarrow t(\omega) = \tilde{V_o}$$

9.2 Diagrama de Bode.

Conjunto de 2 gráficos en los que se representan módulo y fase de la func. de transferencia.

1) Eje X $\rightarrow \log(f)$ o $\log(\omega)$ $\rightarrow$ las unidades son décadas

2) Módulo $\rightarrow$ " " $\rightarrow$ decibelio (dB)

$$|T(\omega)|_{dB} = 20 \log(T(\omega)) = 20 \log \left|\frac{Y}{X}\right| = 10 \log \left|\frac{P_{out}}{P_{in}}\right|$$

ω_1 y ω_2 $\rightarrow$ $\omega_2 = 10\omega_1$

Si su módulo $\left|\frac{Y}{X}\right| = 0{,}1 \rightarrow |t(\omega)|_{dB} = 20 \log(0{,}1) = -20 dB$

$\left|\frac{Y}{X}\right| = 0{,}01 \rightarrow |H(\omega)|_{dB} = 20 \log(0{,}01) = -40 dB$ } Atenuando $(0>\ )$

$\frac{Y}{X} = 10 \rightarrow |t(\omega)|_{dB} = 20 \log(10) = 20 dB$ } Amplificando $(0<\ )$