La impedancia a la entrada de la línea 3 es:

$$Z_{in_3} = 100 \cdot \frac{Z_{L2} + j\,100 \cdot tg\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot 201\lambda\right)}{100 + j\,Z_{L2} \cdot tg\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot 201\lambda\right)} = Z_{L2}\ ,(\Omega)$$

→ caso del $\lambda/2$.

La impedancia a la entrada de la línea 4 es:

$$Z_{in_4} = 100 \cdot \frac{Z_{L3} + j\,100 \cdot tg\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot 101'25\lambda\right)}{100 + j\,Z_{L3}\ tg\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot 101'25\lambda\right)} = \left\{ tg\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot 101'25\lambda\right) = tg(202'5\,\pi) = \infty \right\} =$$

$$= \frac{100^2}{Z_{L3}}\ ,(\Omega)$$

→ fórmula del $\lambda/4$.

Por tanto como Z_{equi_2} es el paralelo de Z_{in_3} y Z_{in_4} tenemos que:

$$Z_{equi_2} = \frac{Z_{in_3} \cdot Z_{in_4}}{Z_{in_3} + Z_{in_4}} \quad \text{y debe ser} \quad \overbrace{12'5(1+j)}^{\text{Bilbao}} = Z_{equi_2}$$

Así pues:

$$12'5(1+j) = \frac{Z_{L2} \cdot \frac{100^2}{Z_{L3}}}{Z_{L2} + \frac{100^2}{Z_{L3}}} = \left\{ \text{Como } Z_{L3} = 100(1-j) \right\} =$$

$$= \frac{Z_{L2} \cdot \frac{100}{(1-j)}}{Z_{L2} + \frac{100}{(1-j)}} = \frac{100\,Z_{L2}}{Z_{L2}(1-j) + 100} = 12'5(1+j)$$

Operando obtenemos: $\boxed{Z_{L_2} = 16'66(1+j)\ ,(\Omega)}$

69

b) $\boxed{P_{gen} = -10\,dBm \cong 0'1\,mW = 100\,\mu W}$

Como existe adaptación y las dos primeras líneas que se ven desde generador son sintonizadores terminados en cortocircuito que no disipan potencia, tenemos que otros $100\,\mu W$ son los que llegan a Z_{plano_2}. Como $Z_{plano_2} = Z_{equi_1} + Z_{equi_2}$ y $Z_{equi_1} = Z_{equi_2}$ podemos decir que le llegan $50\,\mu W$ a la línea 2S' terminada en Z_{L1}, y $50\,\mu W$ al paralelo de las líneas 3 y 4.

Como la línea 2S' no tiene pérdidas podemos decir que:

$$\boxed{P_{disipada\ Z_{L1}} = 50\,\mu W}$$

Por otro lado, como la potencia disipada en una impedancia es:

$P_{dis} = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}[Z]\cdot|I|^2$ y $|V| = |Z|\cdot|I|$, tenemos que:

$P_{dis} = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}[Z]\cdot\frac{|V|^2}{|Z|^2}$, así como las líneas 3 y 4 están en paralelo y comparten $|V|$ podemos escribir:

$$\frac{\text{Potencia a la entrada de la línea 3}}{50\,\mu W} = \frac{\frac{1}{2}\mathrm{Re}[Z_{in_3}]\cdot\frac{|V|^2}{|Z_{in_3}|^2}}{\frac{1}{2}\mathrm{Re}[Z_{equi_2}]\cdot\frac{|V|^2}{|Z_{equi_2}|^2}} = \frac{\mathrm{Re}[Z_{in_3}]\cdot|Z_{equi_2}|^2}{\mathrm{Re}[Z_{equi_2}]\cdot|Z_{in_3}|^2} =$$

$$= \frac{16'66\cdot|12'5(1+j)|^2}{12'5\ \ |16'66(1+j)|^2} = 0'75 \Rightarrow \boxed{\text{Potencia a la entrada de la línea 3} = 37'5\,\mu W}$$

Analogamente:

$$\frac{\text{Potencia a la entrada de la línea 4}}{50\mu W} = \frac{\mathrm{Re}[Z_{in_4}]\cdot|Z_{equiv_2}|^2}{\mathrm{Re}[Z_{equiv_2}]\cdot|Z_{in_4}|^2} =$$

$$= \frac{\mathrm{Re}\left[\frac{100}{(1-j)}\right]\cdot|12'5(1+j)|^2}{12'5\cdot\left|\frac{100}{(1-j)}\right|^2} = 0'25 \Rightarrow \boxed{\text{Potencia a la entrada de la línea 4} = 12'5\,\mu W}$$

Como las líneas 3 y 4 no tienen pérdidas:

$$\boxed{\begin{aligned} P_{disipada\,ZL2} &= 37'5\,\mu W \\ P_{disipada\,ZL3} &= 12'5\,\mu W \end{aligned}}$$

c) Si la línea ① tuviera pérdidas de $\alpha = 0'6\ dB/\lambda$ como tiene una longitud de 10λ produce una atenuación total de 6dB, con lo que basta con dividir entre 4 todas las potencias anteriores para obtener el resultado pedido:

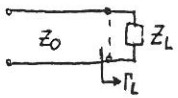
$P_{dis\,ZL1} = 12'5\,\mu W$; $P_{dis\,ZL2} = 9'375\,\mu W$; $P_{dis\,ZL3} = 3'125\,\mu W$.

Suponiendo despreciables las pérdidas a la hora de calcular las impedancias la impedancia vista en el plano de generador es de 50 Ω porque la red está perfectamente adaptada a esa impedancia.

70

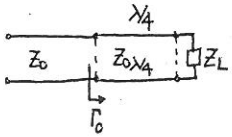
ADAPTACIÓN DE IMPEDANCIAS EN BANDA ANCHA (TRANSFORMADORES $\lambda/4$ DE MÚLTIPLES SECCIONES)

Primero tenemos



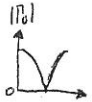
con $Z_L \in \mathbb{R}$ pero $Z_L \neq Z_0 \Rightarrow \Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \neq 0$

Para adaptar en BANDA ESTRECHA:

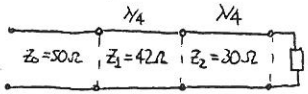


$Z_{0\lambda/4} = \sqrt{Z_L \cdot Z_0} \Rightarrow$

$\Rightarrow \Gamma_0 = 0$ ¡¡SÓLO A ESA FRECUENCIA!!



Para aumentar el ancho de banda de adaptación se utilizan varias líneas $\frac{\lambda}{4}$ entre Z_L y Z_0, por ejemplo, con 2 secciones $\lambda/4$.

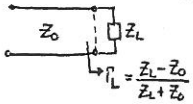


Las impedancias varían de forma monotona (creciente o decreciente) según corresponda.

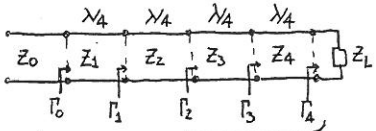
Para hacer esta adaptación de banda ancha se utiliza el transformador BINOMIAL o el transformador de CHEBYSHEV.

- **TRANSFORMADOR BINOMIAL** (o de máxima planicidad)

Esquema inicial:



Esquema final:



OJO, COEFICIENTES DE REFLEXIÓN PARCIALES

$$\Gamma_n = \frac{Z_{n+1} - Z_n}{Z_{n+1} + Z_n}$$

A partir de estos coef. de reflexión PARCIALES se calculan las impedancias características de las líneas intermedias.

Las expresiones generales para calcular las impedancias características intermedias si suponemos N el número de secciones es:

1er paso: Calcular un parámetro $A = \Gamma_L \cdot 2^{-N} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \cdot 2^{-N}$

2º paso: Calcular los coef. de reflexión parciales y las impedancias características:

$$\Gamma_0 = A \cdot C_0^N = A \cdot \frac{N!}{0!\,(N-0)!} \Rightarrow Z_1 = Z_0 \frac{1+\Gamma_0}{1-\Gamma_0}$$

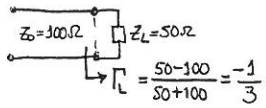
$$\Gamma_1 = A \cdot C_1^N = A \cdot \frac{N!}{1!\,(N-1)!} \Rightarrow Z_2 = Z_1 \cdot \frac{1+\Gamma_1}{1-\Gamma_1}$$

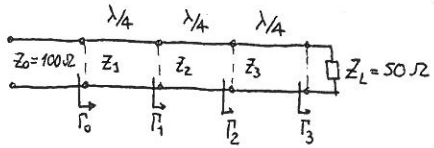
$$\Gamma_2 = A \cdot C_2^N = A \cdot \frac{N!}{2!\,(N-2)!} \Rightarrow Z_3 = Z_2 \cdot \frac{1+\Gamma_2}{1-\Gamma_2}$$

$$\Gamma_3 = A \cdot C_3^N = A \cdot \frac{N!}{3!\,(N-3)!} \Rightarrow Z_4 = Z_3 \cdot \frac{1+\Gamma_3}{1-\Gamma_3}$$

Ejemplo: Adaptar $Z_L = 50\Omega$ a una línea de $Z_0 = 100\Omega$ con $N = 3$ secciones.

SOLUCIÓN:





$$A = \Gamma_L \cdot 2^{-3} = \frac{-1}{24}$$

$$\Gamma_0 = A \cdot C_0^3 = \frac{-1}{24} \cdot \frac{3!}{0!\,(3-0)!} = \frac{-1}{24} \Rightarrow \boxed{Z_1 = Z_0 \frac{1+\Gamma_0}{1-\Gamma_0} = 100 \cdot \frac{1-\frac{1}{24}}{1+\frac{1}{24}} = 100 \cdot \frac{23}{25} = 92\ (\Omega)}$$

$$\Gamma_1 = A \cdot C_1^3 = \frac{-1}{24} \cdot \frac{3!}{1!\,(3-1)!} = \frac{-1}{8} \Rightarrow \boxed{Z_2 = Z_1 \cdot \frac{1+\Gamma_1}{1-\Gamma_1} = 92 \cdot \frac{1-\frac{1}{8}}{1+\frac{1}{8}} = 92 \cdot \frac{7}{9} = 71'\hat{5}\ (\Omega)}$$

$$\Gamma_2 = A \cdot C_2^3 = \frac{-1}{24} \cdot \frac{3!}{2!\,(3-2)!} = \frac{-1}{8} \Rightarrow \boxed{Z_3 = Z_2 \cdot \frac{1+\Gamma_2}{1-\Gamma_2} = 71'\hat{5} \cdot \frac{1-1/8}{1+1/8} = 71'\hat{5} \cdot \frac{7}{9} = 55'65\ (\Omega)}$$

FIN EJEMPLO.

COMENTARIO FINAL:

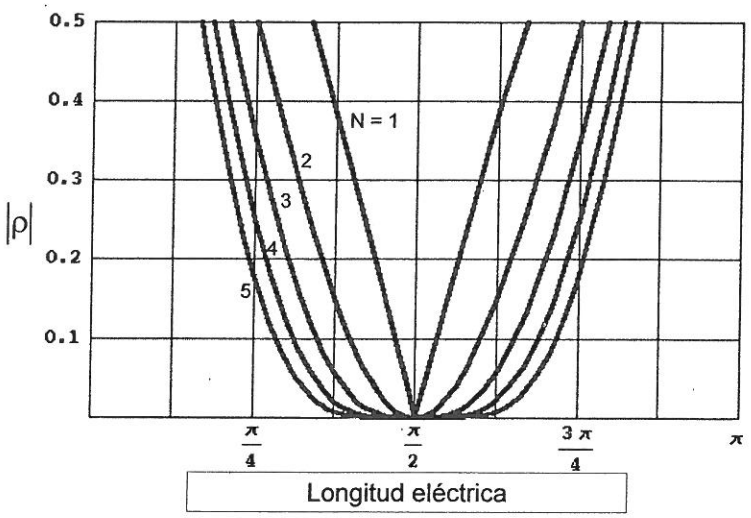
En los problemas de transformador binomial nos suelen pedir calcular el ANCHO DE BANDA RELATIVO de la red de adaptación dado el VALOR MÁXIMO DEL COEF. DE REFLEXIÓN TOTAL A LA ENTRADA (ρ_m), y la forma de calcularlo en la siguiente:

$$\text{ANCHO DE BANDA RELATIVO} \equiv \left(\frac{\Delta f}{f_0}\right) = 2 - \frac{4}{\pi} \cdot \arccos\left[\left(\frac{|\rho_m|}{|\Gamma_L|}\right)^{1/N}\right]$$

Así en el ejemplo anterior si queremos un coef. de reflexión máximo a la entrada de valor $\rho_m = 0'05$, el ancho de banda relativo es:

$$\left(\frac{\Delta f}{f_0}\right) = 2 - \frac{4}{\pi} \cdot \arccos\left[\left(\frac{0'05}{1/3}\right)^{1/3}\right] = 0'7132 \Rightarrow 71'32\%$$

Transformador Binomial



Banda ancha

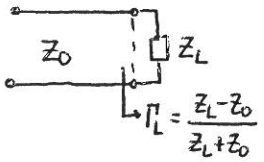
Transformador binomial

Z_L/Z_0	$N=2$		$N=3$			$N=4$			
	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_4/Z_0
1.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1.5	1.1067	1.3554	1.0520	1.2247	1.4259	1.0257	1.1351	1.3215	1.4624
2.0	1.1892	1.6818	1.0907	1.4142	1.8337	1.0444	1.2421	1.6102	1.9150
3.0	1.3161	2.2795	1.1479	1.7321	2.6135	1.0718	1.4105	2.1269	2.7990
4.0	1.4142	2.8285	1.1907	2.0000	3.3594	1.0919	1.5442	2.5903	3.6633
6.0	1.5651	3.8336	1.2544	2.4495	4.7832	1.1215	1.7553	3.4182	5.3500
8.0	1.6818	4.7568	1.3022	2.8284	6.1434	1.1436	1.9232	4.1597	6.9955
10.0	1.7783	5.6233	1.3409	3.1623	7.4577	1.1613	2.0651	4.8424	8.6110

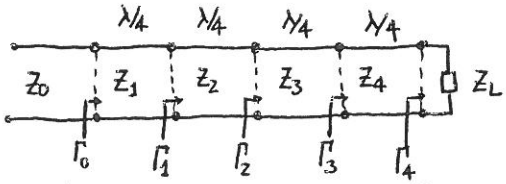
Z_L/Z_0	$N=5$					$N=6$					
	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_4/Z_4	Z_5/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_4/Z_0	Z_5/Z_0	Z_6/Z_0
1.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1.5	1.0128	1.0790	1.2247	1.3902	1.4810	1.0064	1.0454	1.1496	1.3048	1.4349	1.4905
2.0	1.0220	1.1391	1.4142	1.7558	1.9569	1.0110	1.0790	1.2693	1.5757	1.8536	1.9782
3.0	1.0354	1.2300	1.7321	2.4390	2.8974	1.0176	1.1288	1.4599	2.0549	2.6577	2.9481
4.0	1.0452	1.2995	2.0000	3.0781	3.8270	1.0225	1.1661	1.6129	2.4800	3.4302	3.9120
6.0	1.0596	1.4055	2.4495	4.2689	5.6625	1.0296	1.2219	1.8573	3.2305	4.9104	5.8275
8.0	1.0703	1.4870	2.8284	5.3800	7.4745	1.0349	1.2640	2.0539	3.8950	6.3291	7.7302
10.0	1.0789	1.5541	3.1623	6.4346	9.2687	1.0392	1.2982	2.2215	4.5015	7.7030	9.6228

- **TRANSFORMADOR CHEBYSHEV** (o de rizado constante en la banda de paso)

Esquema inicial:



Esquema final:



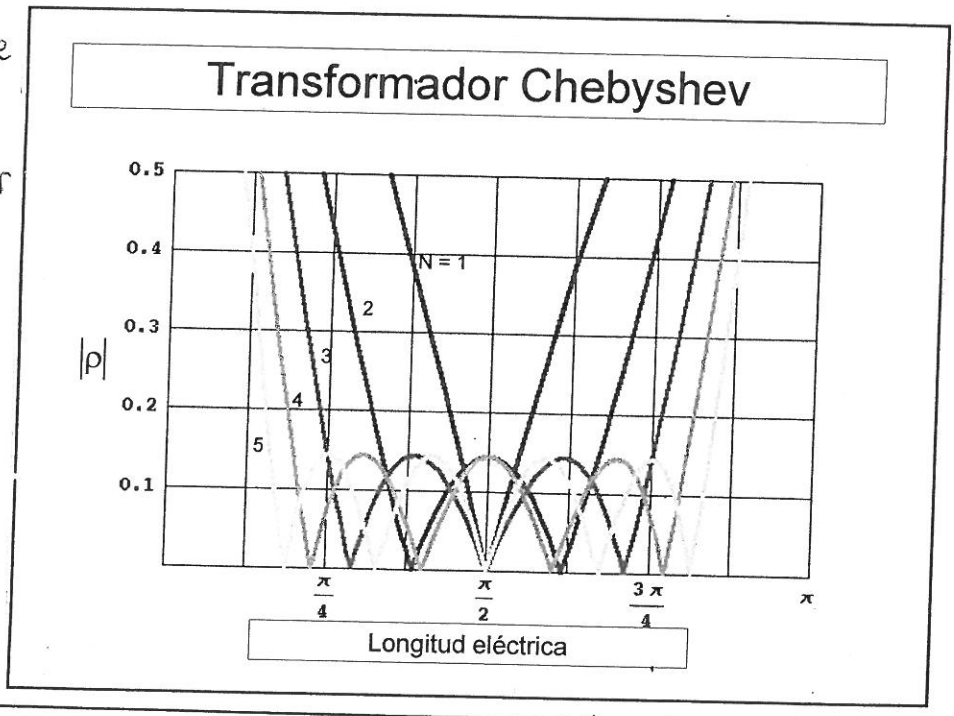
OJO, coef. de reflexión PARCIALES:

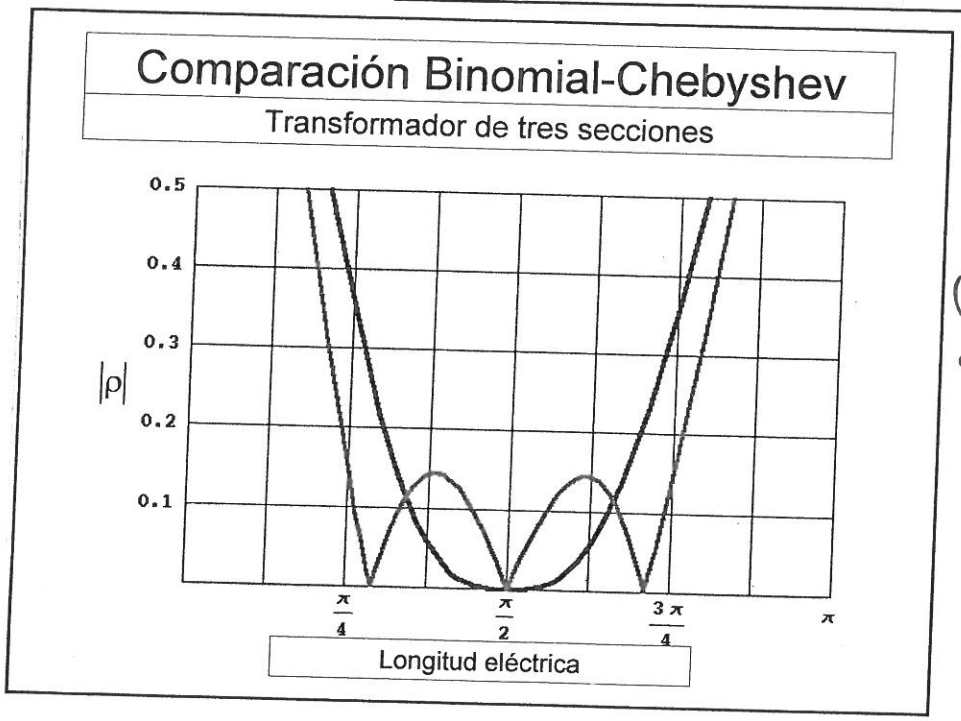
$$\Gamma_n = \frac{Z_{n+1} - Z_n}{Z_{n+1} + Z_n}$$

COMENTARIOS:

* El transformador de Chebyshev es un transformador simétrico, por tanto en el esquema anterior de 4 secciones $\Gamma_0 = \Gamma_4$ y $\Gamma_1 = \Gamma_3$. Si fuera de $N=3$ secciones sería $\Gamma_0 = \Gamma_3$ y $\Gamma_1 = \Gamma_2$.

* Para el mismo número de secciones, el transformador Chebyshev presenta mayor ancho de banda $\left(\frac{\Delta f}{f}\right)$ que el binomial, pero presenta un RIZADO en la banda de adaptación como se observa en las siguientes gráficas.





* Nota
En chebyshev, las secciones (N) son los pasos por 0.
(Los pasos por cero es de 0 a π)

Como en general el cálculo de las impedancias características de las líneas intermedias es muy complicado (polinomios de Chebyshev) se utiliza la siguiente tabla:

Banda ancha

Transformador Chebyshev

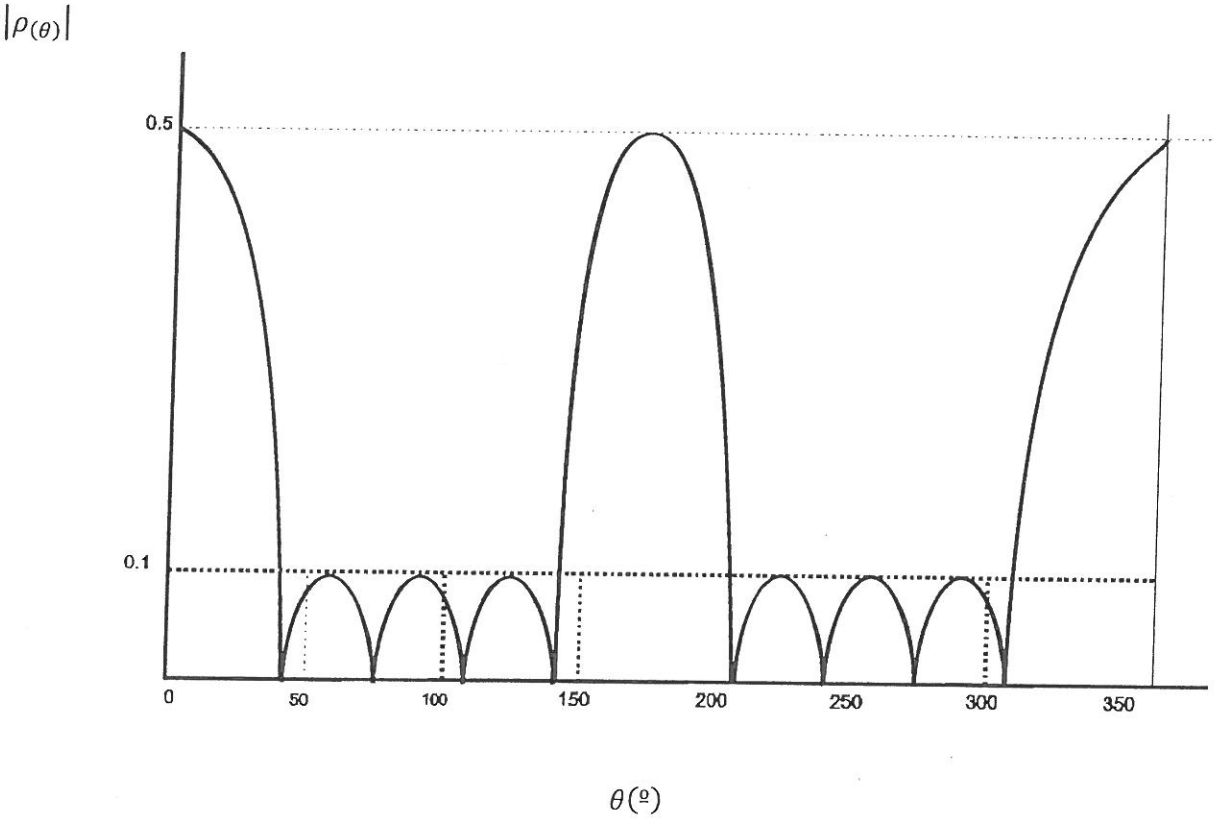
	$N = 2$				$N = 3$					
	$\Gamma_m = 0.05$		$\Gamma_m = 0.20$		$\Gamma_m = 0.05$			$\Gamma_m = 0.20$		
Z_L/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0
1.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1.5	1.1347	1.3219	1.2247	1.2247	1.1029	1.2247	1.3601	1.2247	1.2247	1.2247
2.0	1.2193	1.6402	1.3161	1.5197	1.1475	1.4142	1.7429	1.2855	1.4142	1.5558
3.0	1.3494	2.2232	1.4565	2.0598	1.2171	1.7321	2.4649	1.3743	1.7321	2.1829
4.0	1.4500	2.7585	1.5651	2.5558	1.2662	2.0000	3.1591	1.4333	2.0000	2.7908
6.0	1.6047	3.7389	1.7321	3.4641	1.3383	2.4495	4.4833	1.5193	2.4495	3.9492
8.0	1.7244	4.6393	1.8612	4.2983	1.3944	2.8284	5.7372	1.5766	2.8284	5.0742
10.0	1.8233	5.4845	1.9680	5.0813	1.4385	3.1623	6.9517	1.6415	3.1623	6.0920

	$N = 4$							
	$\Gamma_m = 0.05$				$\Gamma_m = 0.20$			
Z_L/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_4/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_4/Z_0
1.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1.5	1.0892	1.1742	1.2775	1.3772	1.2247	1.2247	1.2247	1.2247
2.0	1.1201	1.2979	1.5409	1.7855	1.2727	1.3634	1.4669	1.5715
3.0	1.1586	1.4876	2.0167	2.5893	1.4879	1.5819	1.8965	2.0163
4.0	1.1906	1.6414	2.4369	3.3597	1.3692	1.7490	2.2870	2.9214
6.0	1.2290	1.8773	3.1961	4.8820	1.4415	2.0231	2.9657	4.1623
8.0	1.2583	2.0657	3.8728	6.3578	1.4914	2.2428	3.5670	5.3641
10.0	1.2832	2.2268	4.4907	7.7930	1.5163	2.4210	4.1305	6.5950

NOTA: Si $Z_L < Z_0$ las impedancias $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 \ldots$ se colocan al revés.

2º TEST TPO I (24/11/10)

Una impedancia Z_l se adapta a una LDT de $Z_0 = 100\Omega$. mediante la utilización de N secciones de línea de transmisión de igual longitud eléctrica. La siguiente figura representa el módulo del coeficiente de reflexión que se ha medido $|\rho_{(\theta)}|$.



1º/ La adaptación es:

a) Chebyshev con N = 3 secciones
b) " " N = 4 "
c) Binomial con N= 3 secciones
d) " " N=4 "

2º/ Z_l *que se adapta*:

a) $Z_l = 25\ \Omega$
b) $Z_l = 50\ \Omega$
c) $Z_l = 200\ \Omega$
d) $Z_l = 300\ \Omega$

3º/ La impedancia característica más cercana al generador es:

a) $Z_1 = 31.76\ \Omega$
b) $Z_1 = 82.12\ \Omega$
c) $Z_1 = 121.74\ \Omega$
d) $Z_1 = 182.12\ \Omega$

4º/ Las LDTs son cables coaxiales de bajas pérdidas. $\varepsilon_r = 4$,
la frecuencia central es 300 MHz
¿ La long. Física de la línea es?

a) 6.25 cm.
b) 12.50 cm.
c) 25 cm.
d) Ninguna

73

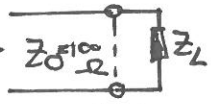
Banda Ancha. Test.

2º Test TPO (24/11/10)

1º

Chebyshev N=4 → (b)

2º ¿Z_L?

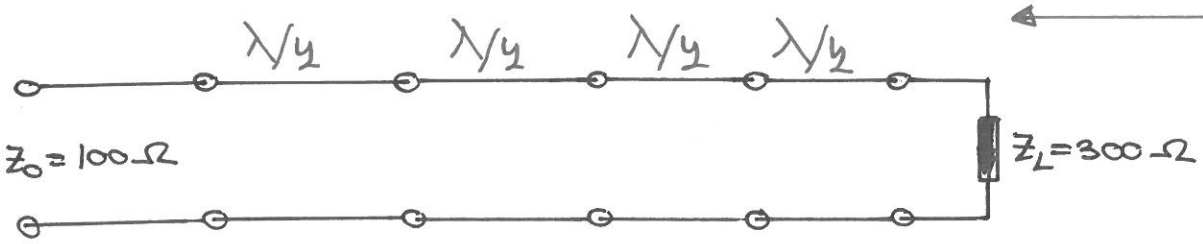
Si θ=0 → 

$|\Gamma_L|=0,5$

Si $Z_L=25\Omega \rightarrow \frac{25-100}{25+100}=\frac{-75}{125}\neq 0'5$ Si $Z_L=200 \rightarrow \frac{200-100}{200+100}\neq 0,5$

Si $Z_L=50\Omega \rightarrow \frac{50-100}{50+100}=\frac{-50}{150}\neq 0'5$ Si $Z_L=300 \rightarrow \frac{300-100}{300+100}=0,5 \rightarrow$ (d)

3º



Calculado por las tablas sale 132 Ω.

(a) y (b) son mag bajas → descarte

(d) → Puedes bajar 110Ω en 3 secciones, pero no se en la última solamente.
Descarte.

Respuesta buena → (c)

4º $\varepsilon_r=4$ $\quad l_f=\frac{\lambda}{4}=\frac{V}{4f}=\frac{c}{4f\sqrt{\varepsilon_r}}=\frac{3\cdot 10^8}{4\cdot 3\cdot 10^8\cdot 2}=12,5\,cm \rightarrow$ (b)

f=300 MHz

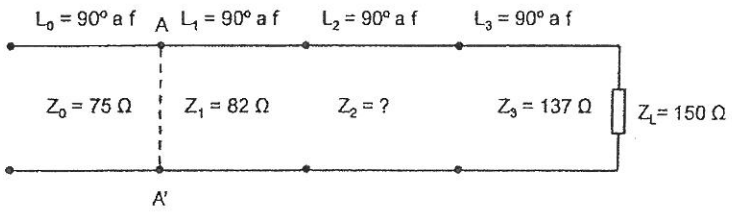
Todas las líneas son λ/4.

Febrero 2011

Ejercicio Banda Ancha

PROBLEMA 3 (4 puntos)

Se desea adaptar a la frecuencia f una carga $Z_L = 150\ \Omega$ a una línea de impedancia característica $Z_0 = 75\ \Omega$. Para ello se utiliza una estructura basada en un transformador binomial tal como se muestra en la figura, donde las longitudes eléctricas de todas las líneas son de 90º a la frecuencia f.



a) Calcule el valor de Z_2 con el que se consigue adaptación.

Supuesto que se ha conseguido adaptar a la frecuencia f:

b) Calcule el coeficiente de reflexión en el plano AA' a la frecuencia 3f

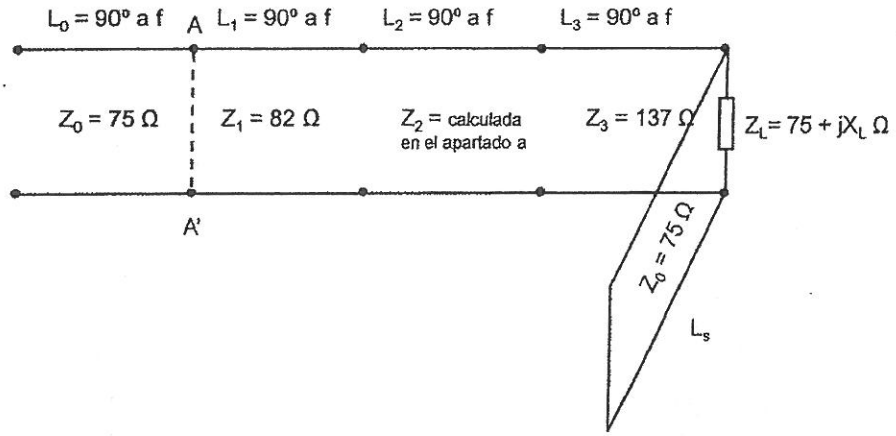
c) Calcule el coeficiente de reflexión en el plano AA' a la frecuencia 2f

d) Calcule el coeficiente de reflexión en el plano AA' a la frecuencia f/2

e) Calcule el ancho de banda relativo para el que se obtiene un coeficiente de reflexión inferior a -20 dB.

Ejercicio normal Adaptación

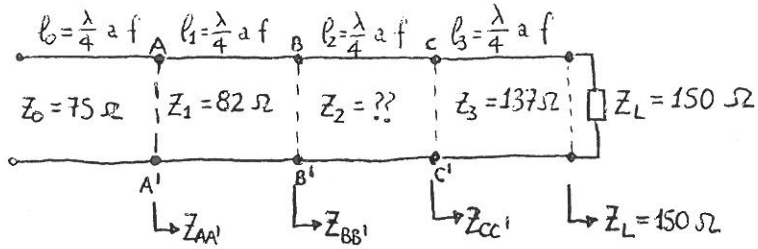
Se desea utilizar la misma estructura para adaptar a la frecuencia f a una línea de impedancia característica $Z_0 = 75\ \Omega$, una carga compleja $Z_L = R_L + jX_L$ siendo $R_L = 75\ \Omega$. Para ello se añade un sintonizador en paralelo terminado en cortocircuito de impedancia característica $Z_0 = 75\ \Omega$, tal como se muestra en la siguiente figura.



f) Determine para qué valores de X_L, la carga $Z_L = R_L + jX_L$ (siendo $R_L = 75\ \Omega$) se puede adaptar y calcule para cada solución obtenida la longitud eléctrica del sintonizador para conseguir adaptación.

75

PROB 3 FEB 2011



a) $Z_{CC'} = \left\{\text{Como } \ell_3 = \frac{\lambda}{4}\right\} = \frac{137^2}{150} = 125'126\,\Omega$

$Z_{BB'} = \left\{\text{Como } \ell_2 = \frac{\lambda}{4}\right\} = \frac{Z_2^2}{Z_{CC'}} = \frac{Z_2^2}{125'126}$

CLAVE

Para que exista adaptación $Z_{AA'} = 75^* = 75\,\Omega$

$Z_{AA'} = \left\{\text{Como } \ell_1 = \frac{\lambda}{4}\right\} = \frac{Z_1^2}{Z_{BB'}} = \frac{82^2 \cdot 125'126}{Z_2^2} = 75 \Rightarrow \boxed{Z_2 = 82 \cdot \sqrt{\frac{125'126}{75}} = 105'91}\,(\Omega)$

$\lambda = 3\lambda'$

b) Si $f' = 3f \Rightarrow \lambda' = \frac{v}{f'} = \frac{\lambda}{3} \Rightarrow$ Todas las longitudes son $\ell = \frac{3\lambda'}{4}$ que es equivalente $\ell = \frac{\lambda'}{4}$

por tanto: $\boxed{\rho'_{AA'} = \frac{Z'_{AA'} - 75}{Z'_{AA'} + 75} = 0}$ ya que sigue siendo $Z'_{AA'} = 75\,\Omega$ → lo mismo que el apartado anterior.

c) Si $f'' = 2f \Rightarrow \lambda'' = \frac{v}{f''} = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$ Todas las longitudes son $\ell = \frac{\lambda''}{2}$ y por tanto:

$Z''_{AA'} = Z_L = 150\,\Omega \Rightarrow \boxed{\rho''_{AA'} = \frac{150-75}{150+75} = \frac{75}{225} = \frac{1}{3}}$ → Gozando!

d) Si $f''' = \frac{f}{2} \Rightarrow \lambda''' = \frac{v}{f'''} = 2\lambda \Rightarrow$ Todas las longitudes son $\ell = \frac{\lambda'''}{8}$ y por tanto:

$Z'''_{CC'} = 137 \cdot \frac{150 + j\,137 \cdot tg\left(\frac{2\pi}{\lambda'''} \cdot \frac{\lambda'''}{8}\right)}{137 + j\,150 \cdot 1} = 137 \cdot \frac{150 + j\,137}{137 + j\,150} = 136'439 - j\,12'386\,(\Omega)$

Aunque lo voy a hacer matemáticamente se puede hacer con carta de Smith.

$Z'''_{BB'} = 105'91 \cdot \frac{Z'''_{CC'} + j\,105'91 \cdot 1}{105'91 + j\,Z'''_{CC'} \cdot 1} = 93'864 - j\,24'528\,(\Omega)$

$Z'''_{AA'} = 82 \cdot \frac{Z'''_{BB'} + j\,82 \cdot 1}{82 + j\,Z'''_{BB'} \cdot 1} = 62'6175 - j\,10'934\,(\Omega)$

$\boxed{\rho'''_{AA'} = \frac{Z'''_{AA'} - 75}{Z'''_{AA'} + 75} = -0'08314 - j\,0'086}$

e) El ancho de banda relativo en el transformador binomial viene dado por:

CHOLETARIO

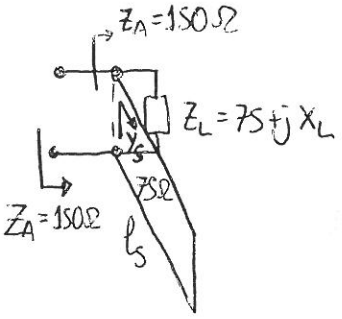
$\frac{\Delta f}{f_0} = 2 - \frac{4}{\pi} \cdot \arccos\left[\frac{1}{2}\left(\frac{|\rho_m|}{|A|}\right)^{1/N}\right] = \left\{\begin{array}{l} \bullet\, N = 3 \text{ secciones} \\ \bullet\, 20 \log|\rho_m| = -20\,dB \Rightarrow |\rho_m| = 0'1 \\ \bullet\, A = 2^{-N} \cdot \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = 2^{-3} \cdot \frac{150-75}{150+75} = \frac{1}{24} \end{array}\right\} = 0'934 \cong 93'4\,\%$

clave → pilbola en el enunciado

es la misma fórmula.

$A = \Gamma_1 \cdot 2^{-N}$

f) Lógicamente como después de la carga y del sintonizador en paralelo hay que adaptar con el mismo circuito del apartado a), se trata de conseguir con la nueva carga $Z_L = 75 + jX_L$ y con el sintonizador en paralelo una impedancia de $150\,\Omega$, es decir se trata de adaptar el siguiente esquema:



Hay muchas formas de hacerlo, pero la más fácil es:

- Normalizar Z_L a $150\,\Omega$ y posicionarla en la C.S.: $\bar{Z}_L\big]_{150} = 0'5 + j\frac{X_L}{150}$

  Observamos que $\bar{Z}_L\big]_{150}$ estará en $\mathrm{Re}(\,) = 0'5$.
- Pasamos todas estas $\bar{Z}_L\big]_{150}$ a admitancias girándolas todas $\frac{\lambda}{4}$.
- A esta $\bar{Y}_L\big]_{150}$ debemos sumarle algo imaginario para llegar a $\bar{Y}_A\big]_{150} = 1$, por tanto $\mathrm{Re}(\bar{Y}_L\big]_{150}) = 1$.

De estos puntos de corte obtenemos:

$$\begin{cases} \bar{Y}_L'\big]_{150} = 1 + j \Rightarrow \bar{Z}_L'\big]_{150} = 0'5 - j0'5 \Rightarrow \boxed{X_L' = -75\,\Omega} \\ \bar{Y}_L''\big]_{150} = 1 - j \Rightarrow \bar{Z}_L''\big]_{150} = 0'5 + j0'5 \Rightarrow \boxed{X_L'' = +75\,\Omega} \end{cases}$$

Para $X_L' = -75\,\Omega \Rightarrow \bar{Y}_L'\big]_{150} = 1 + j \Rightarrow \bar{Y}_S'\big]_{150} = -j \Rightarrow \bar{Y}_S'\big]_{75} = -j0'5 \Rightarrow \boxed{\ell_S' = 0'176\lambda = 63'36^\circ}$

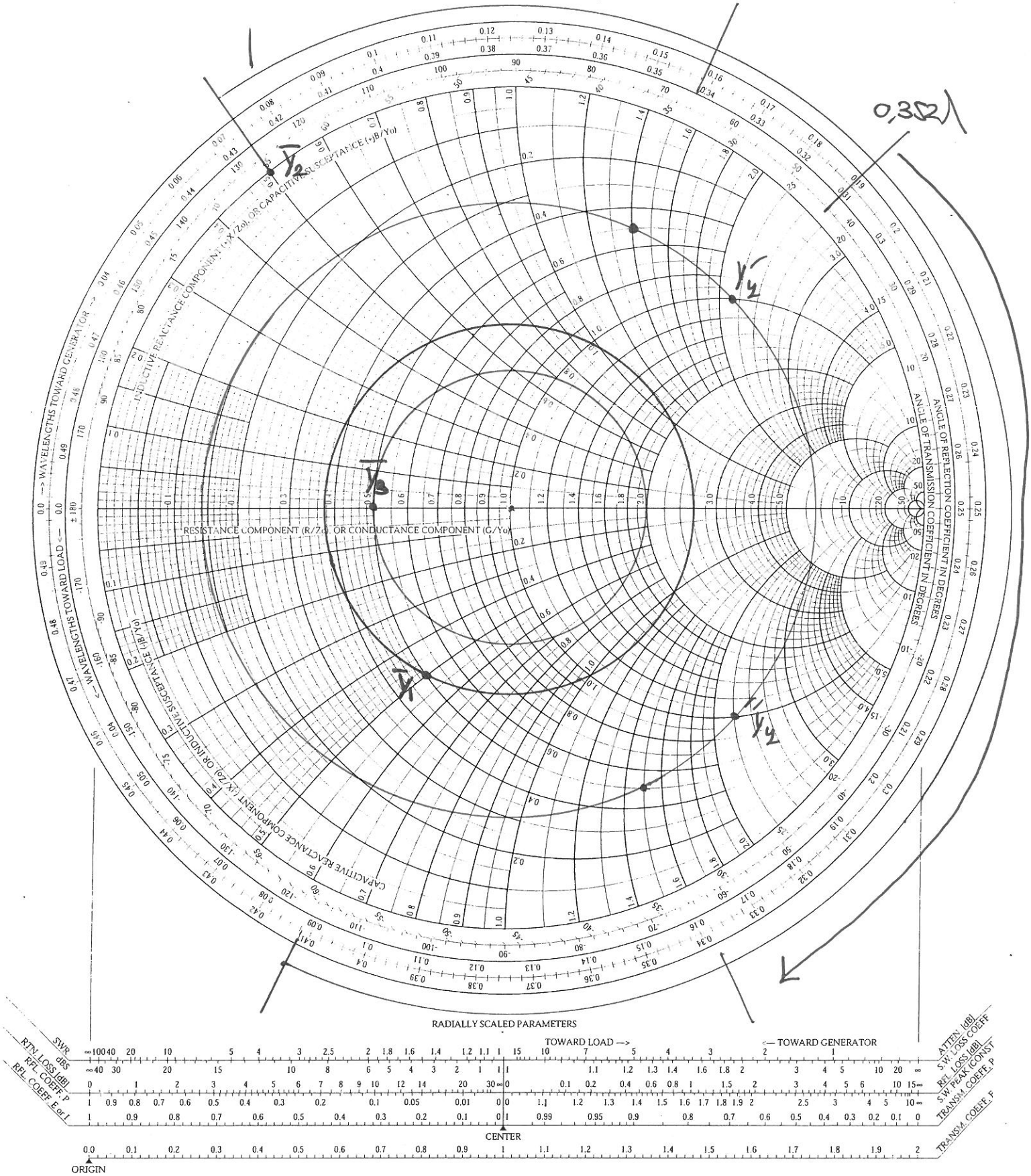
Para $X_L'' = +75\,\Omega \Rightarrow \bar{Y}_L''\big]_{150} = 1 - j \Rightarrow \bar{Y}_S''\big]_{150} = +j \Rightarrow \bar{Y}_S''\big]_{75} = +j0'5 \Rightarrow \boxed{\ell_S'' = 0'324\lambda = 116'64^\circ}$

[redacted]

test

Carta de Smith

Electromagnetismo. Universidad de Valladolid



80

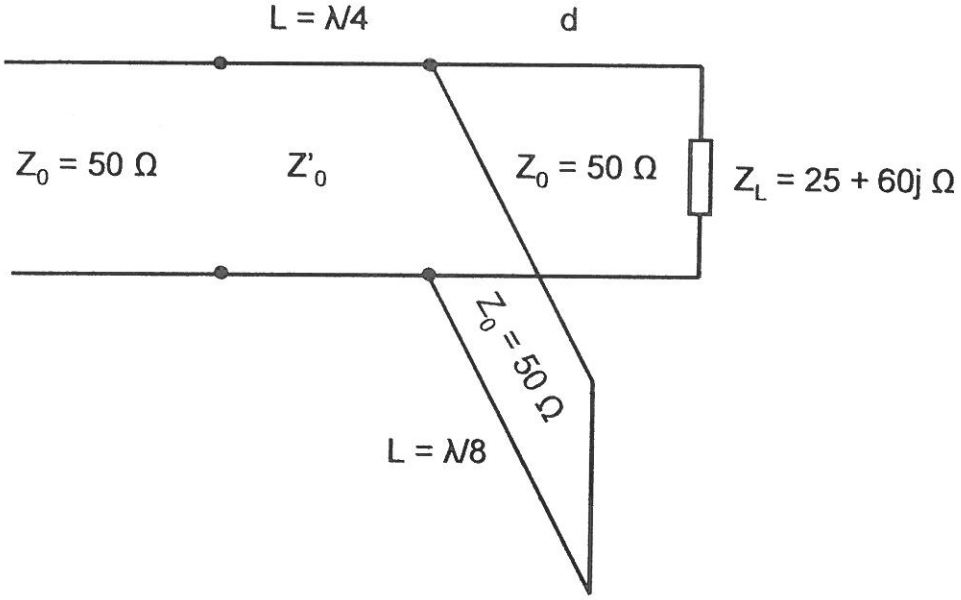
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA AUDIOVISUAL
Y COMUNICACIONES

TRANSMISIÓN Y PROPAGACIÓN DE ONDAS I

SEPTIEMBRE 2006

PROBLEMA 1 (4 Puntos)

Se pretende realizar la adaptación de una impedancia de carga $Z_L = 25 + 60j\ \Omega$ a una línea de impedancia característica $Z_0 = 50\ \Omega$ insertando a una distancia *d* de la carga un sintonizador paralelo terminado en cortocircuito de longitud $\lambda/8$ y un transformador $\lambda/4$ de impedancia característica desconocida, tal como se muestra en la figura.

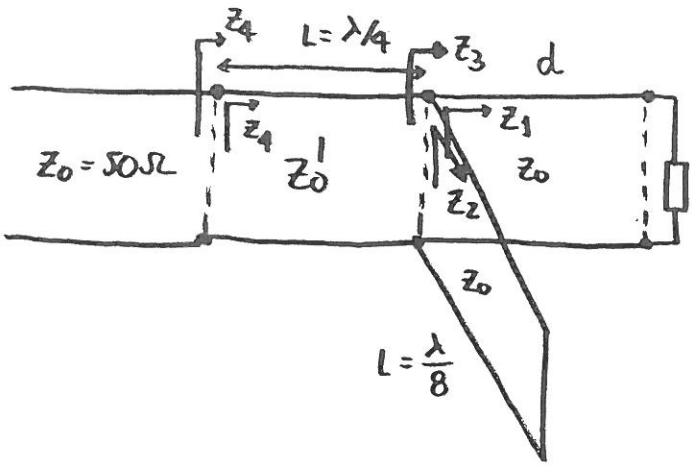


a) Determine el valor de la distancia a la carga *d* a la que hay que colocar el sintonizador y la impedancia característica del transformador $\lambda/4$ para obtener adaptación

b) Indique en el diagrama de Smith el conjunto de cargas que no podrían adaptarse si los únicos parámetros que pueden modificarse son la distancia a la carga a la que puede colocarse el sintonizador paralelo y la impedancia característica del transformador $\lambda/4$

c) Repita los apartados anteriores si el sintonizador se coloca en serie en vez de en paralelo

PROB 1 SEPT 2006 (Pág 50)



$Z_L = 25+j60 \Rightarrow \bar{Z}_L = 0'5 + j\,1'2$

a) Para obtener adaptación con el transformador $\frac{\lambda}{4}$ debe ser Z_3 real, o también Y_3 real.

Conocemos el valor de Z_2: $\boxed{Z_2 = Z_0 \dfrac{0 + j Z_0 \cdot tg\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{8}\right)}{Z_0 + j0} = j Z_0}\ (\Omega)$

Su admitancia asociada es $Y_2 = \dfrac{-j}{Z_0} \Rightarrow \boxed{\bar{Y}_2 = -j}$

Por tanto debemos desplazarnos desde $\bar{Y}_L = \dfrac{1}{\bar{Z}_L}$ por su circunferencia $|\rho| = cte$ hasta llegar a $\bar{Y}_1$, que cumplirá que: $Im[\bar{Y}_1] = j$.

Si hacemos esto obtenemos:

$\bar{Y}_1' = 0'4 + j \Rightarrow \boxed{d' = 0'103\lambda + 0'131\lambda = 0'234\lambda}$

$\bar{Y}_1'' = 5 + j \Rightarrow \boxed{d'' = 0'103\lambda + 0'244\lambda = 0'347\lambda}$

$\bar{Y}_3' = \bar{Y}_1' + \bar{Y}_2 = 0'4 \Rightarrow \bar{Z}_3' = \dfrac{1}{0'4} = 2'5 \Rightarrow Z_3' = 75\,\Omega \Rightarrow \boxed{(Z_0')' = \sqrt{50 \cdot 75} = 61'24\,(\Omega)}$

$\bar{Y}_3'' = \bar{Y}_1'' + \bar{Y}_2 = 5 \Rightarrow \bar{Z}_3'' = \dfrac{1}{5} = 0'2 \Rightarrow Z_3'' = 10\,\Omega \Rightarrow \boxed{(Z_0')'' = \sqrt{50 \cdot 10} = 22'36\,\Omega}$

Solución ①:

$d' = 0'234\lambda + n\frac{\lambda}{2}$

$(Z_0')' = 61'24\,(\Omega)$

Solución ②:

$d'' = 0'347\lambda + n\frac{\lambda}{2}$

$(Z_0')'' = 22'36\,\Omega$

b) Aunque modifiquemos la impedancia característica del transformador $\lambda/4$, para que exista adaptación debe ser Z_3 real, o lo que es lo mismo Y_3 real; como Y_2 no se modifica, seguimos teniendo $\bar{Y}_2 = -j$, por tanto se sigue cumpliendo que debe ser $Im[\bar{Y}_1] = +j$. +1

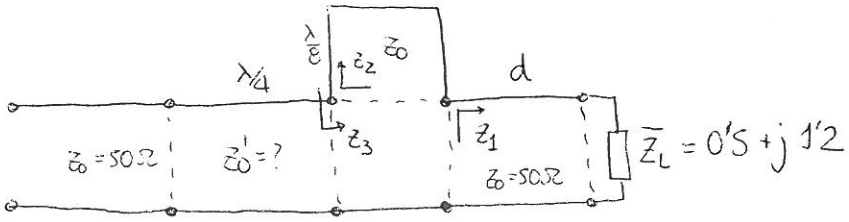
Para conseguir adaptación hemos trazado la curva $|\rho| = cte$ que pasa por $\bar{Z}_L$ ó $\bar{Y}_L$ y hemos obtenido sus puntos de corte con la curva $Im[\ ] = j$; las impedancias $\bar{Z}_L$ que no corten en su recorrido $|\rho| = cte$ a esta curva $Im[\ ] = j$, serán las $\bar{Z}_L$ que no se pueden adaptar.

27\

Mirando en la carta de Smith, estas impedancias $\bar{Z}_L$ son las que cumplen que:

$-1 < \mathrm{Im}[\bar{Z}_L] < 1$ y a la vez: $0'42 < \mathrm{Re}[\bar{Z}_L] < 2'38$

c)



Seguimos teniendo: $Z_2 = j Z_0 \Rightarrow \bar{Z}_2 = j$ por tanto la parte imaginaria de $\bar{Z}_1$ debe ser "$-j$" para que $\bar{Z}_3 = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2$ sea real.

Debemos desplazarnos desde $\bar{Z}_L$ por su circunferencia $|\rho| = cte$ hasta encontrar los puntos de corte con la curva $\mathrm{Im}[\ ] = -1$.

Haciéndolo obtenemos:

$$\bar{Z}_1' = 0'4 - j \Rightarrow \boxed{d'} = 0'369\lambda - 0'147\lambda = \boxed{0'222\lambda}$$

$$\bar{Z}_1'' = 5 - j \Rightarrow \boxed{d''} = 0'257\lambda - 0'147\lambda = \boxed{0'11\lambda}$$

$$\bar{Z}_3' = \bar{Z}_1' + \bar{Z}_2 = 0'4 \Rightarrow Z_3' = 20\,\Omega \Rightarrow \boxed{(Z_0')' = \sqrt{50 \cdot 20} = 31'6\,\Omega}$$

$$\bar{Z}_3'' = \bar{Z}_1'' + \bar{Z}_2 = 5 \Rightarrow Z_3'' = 250\,\Omega \Rightarrow \boxed{(Z_0')'' = \sqrt{250 \cdot 50} = 111'8\,\Omega}$$

Solución ①:

$d' = 0'222\lambda + n\,\lambda/2$

$(Z_0')' = 31'6\,\Omega$

Solución ②:

$d'' = 0'11\lambda + n\,\frac{\lambda}{2}$

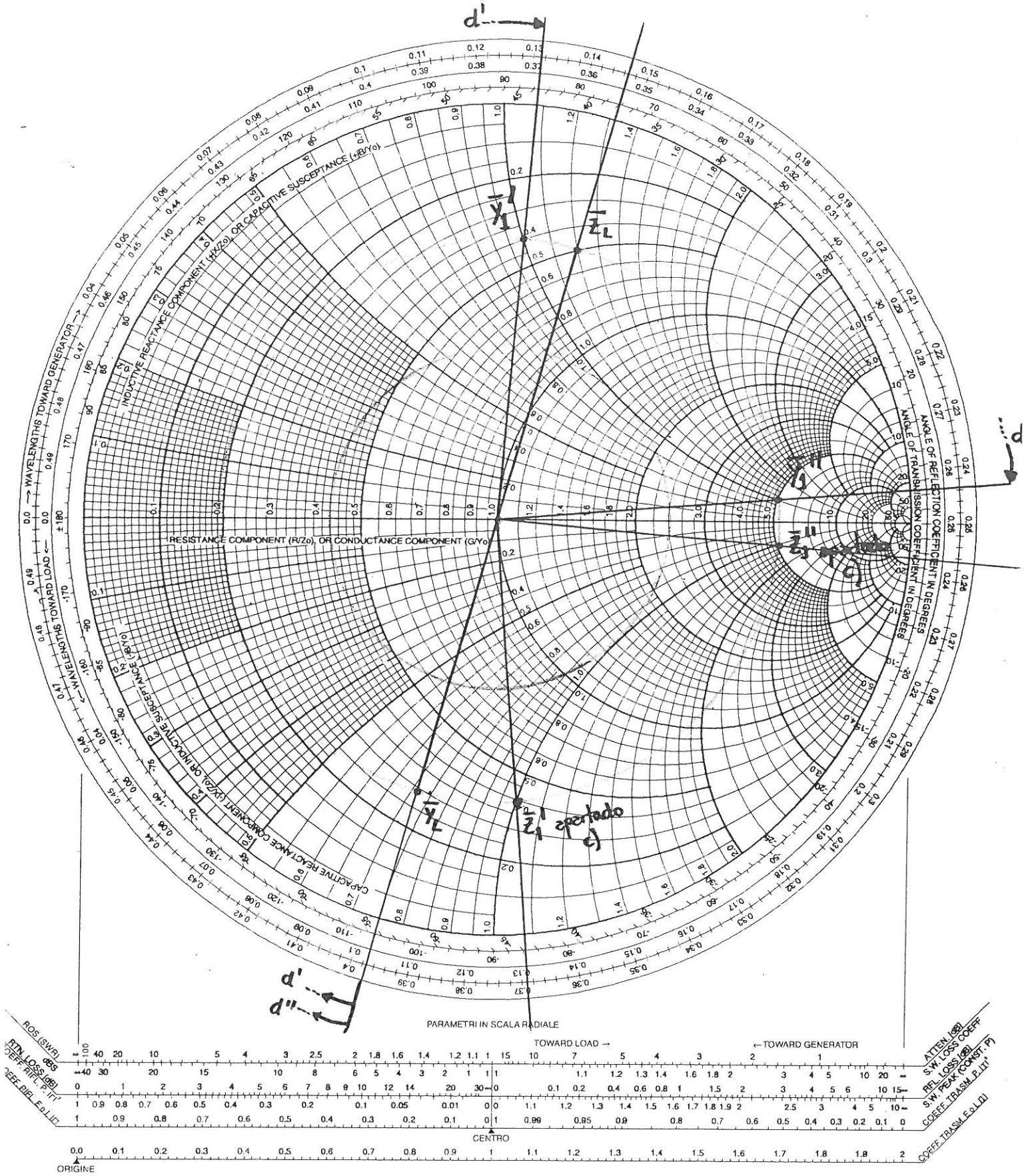
$(Z_0')'' = 111'8\,\Omega$

El apartado b) NO cambia, porque la curva dibujada que es tangente a $\mathrm{Im}[\ ] = 1$ también lo es a $\mathrm{Im}[\ ] = -1$.

Carta di Smith

IEEE Student Branch dell'Università di Pavia

anno MMI



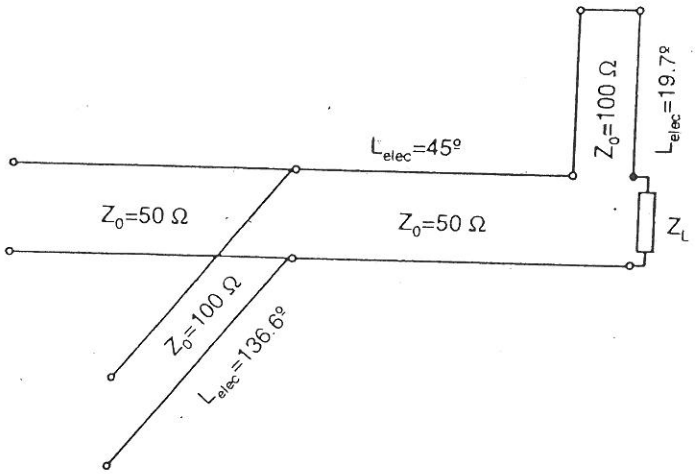
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA AUDIOVISUAL
Y COMUNICACIONES

TRANSMISIÓN Y PROPAGACIÓN DE ONDAS I

FEBRERO 2005

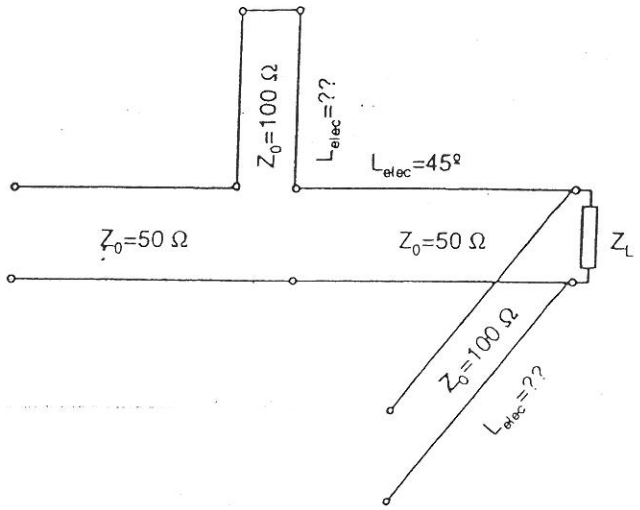
PROBLEMA 1 (4 puntos)

La siguiente figura muestra la red de adaptación de una impedancia que usted debe encontrar. Fíjese que la impedancia de los stubs es de 100 Ω, mientras que la línea de transmisión entre los stubs (cuya longitud eléctrica es 45 °) es de 50 Ω. La impedancia de la línea de transmisión donde esta conectada la red de adaptación es, también, de 50 Ω. Note que el primer stub, el más cercano a la carga, está en serie, terminado en cortocircuito y su longitud eléctrica es de 19.7°. El segundo stub está en paralelo, terminado en circuito abierto y su longitud eléctrica es de 136.6°.



a.- Encuentre la impedancia de carga.

A la hora de construir el circuito ha habido un error y se ha colocado el stub serie en paralelo y el paralelo en serie, ver siguiente figura. El resto de los parámetros del circuito siguen siendo los mismos. Bajo esta situación y modificando exclusivamente las longitudes de los stubs, encuentre, si es posible, el nuevo circuito que permite adaptación de impedancias.

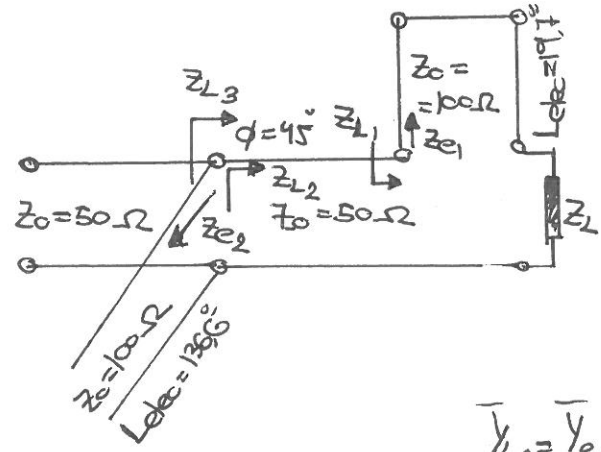


b.- Si la adaptación de impedancias es posible, dé aquella solución en la que la longitud del primer stub sea la más corta posible. Dé el resultado en grados eléctricos. En caso contrario, adaptación de impedancias imposible, determine la región prohibida. Indíquela sobre la carta de Smith y razone de forma adecuada por qué ha llegado a esta conclusión.

c.- Si el stub en serie se sustituye por una bobina, cuyo valor se debe calcular, y la longitud del primer stub se puede modificar, encuentre, si existe, la nueva red de adaptación. En caso contrario halle la región prohibida e indíquela sobre la carta de Smith de impedancias.

Febrero 2005

Ejercicios Comentados



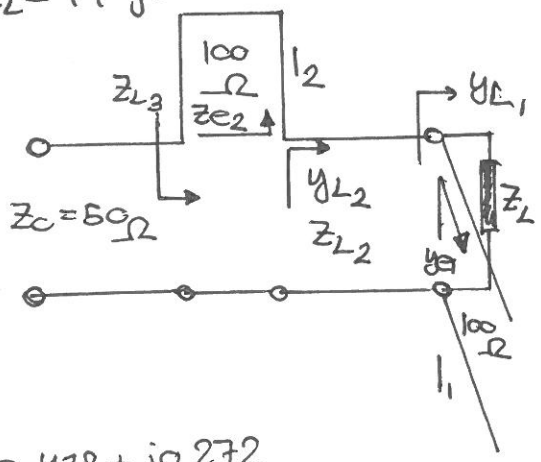
a) ¿Z_L?

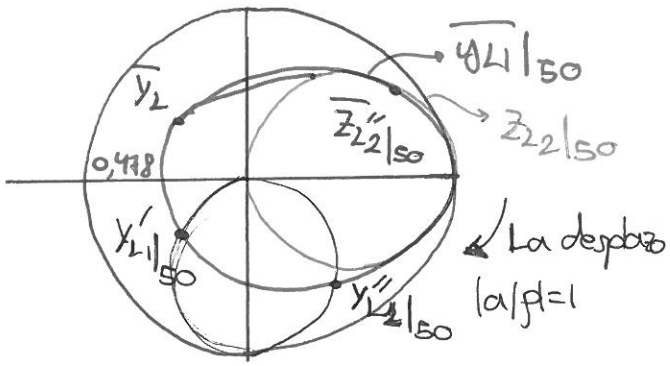
$$\overline{Y}_{L_3} = \overline{Y}_{e_2} + \overline{Y}_{L_2}$$

Cargamos a la izquierda con 50Ω.

$Z_L = 79 - j45\ \Omega$

b)





$\overline{Y_L} = 0,478 + j0,272$

Solución descartada

$\overline{Z}_{L_3} = 1$

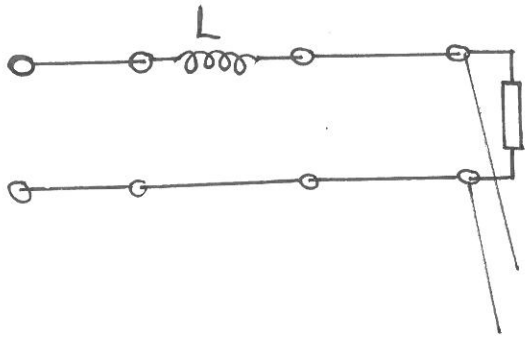
$\overline{Y'_{L_1}}|_{50} = 0,478 - j0,145 \rightarrow Y'_e|_{50} = -j0,417 \rightarrow \overline{Y'_{e_1}}|_{100} = -j0,834 \rightarrow l'_1 = 140,4° \rightarrow$ ✗

Cogemos esta solución

$\overline{Y''_{L_1}}|_{50} = 0,478 - j1,85 \rightarrow \overline{Y''_e}|_{50} = -j2,12 \rightarrow \overline{Y''_{e_1}}|_{100} = -j4,24 \rightarrow l''_1 = 103,32° \rightarrow$ ✓

$\overline{Z''_{L_2}}|_{50} = 1 + j2,8 \rightarrow Z''_{e_2}|_{50} = -j2,8 \rightarrow \overline{Z''_{e_2}}|_{100} = -j1,4 \rightarrow \boxed{l_2 = 125,28°}$

c)



¿L?

En la solución descartada en el apartado b, vemos que

$\overline{Z'_{L_2}}|_{50} = 1 - j0,8 \rightarrow Z'_{L_2} = 50 - j40\ \Omega$

$Z_{bobina} = j\omega L = +j40 \rightarrow L = \frac{40}{\omega} = \frac{40}{2\pi f}$

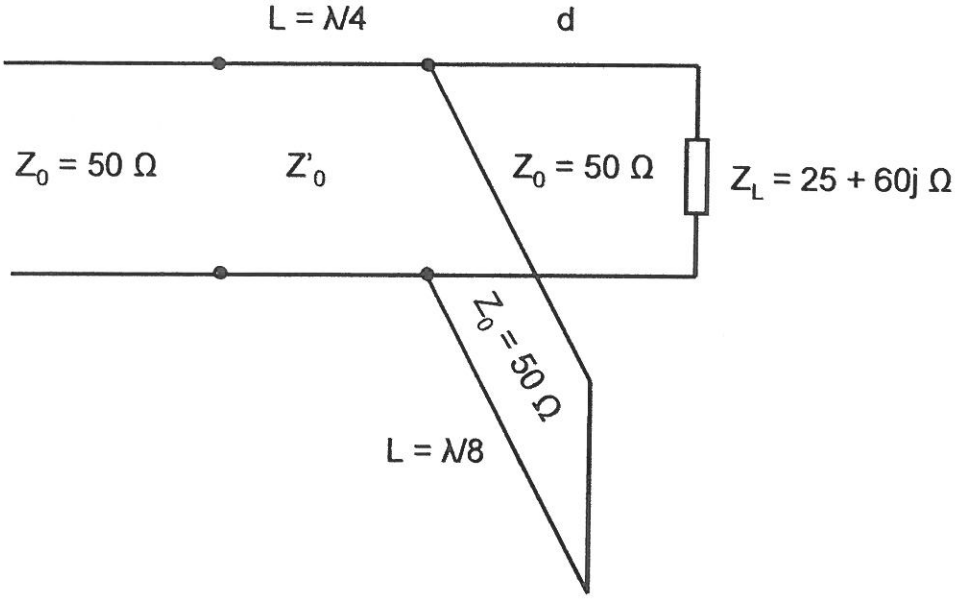
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA AUDIOVISUAL
Y COMUNICACIONES

TRANSMISIÓN Y PROPAGACIÓN DE ONDAS I

SEPTIEMBRE 2006

PROBLEMA 1 (4 Puntos)

Se pretende realizar la adaptación de una impedancia de carga $Z_L = 25 + 60j\ \Omega$ a una línea de impedancia característica $Z_0 = 50\ \Omega$ insertando a una distancia *d* de la carga un sintonizador paralelo terminado en cortocircuito de longitud $\lambda/8$ y un transformador $\lambda/4$ de impedancia característica desconocida, tal como se muestra en la figura.

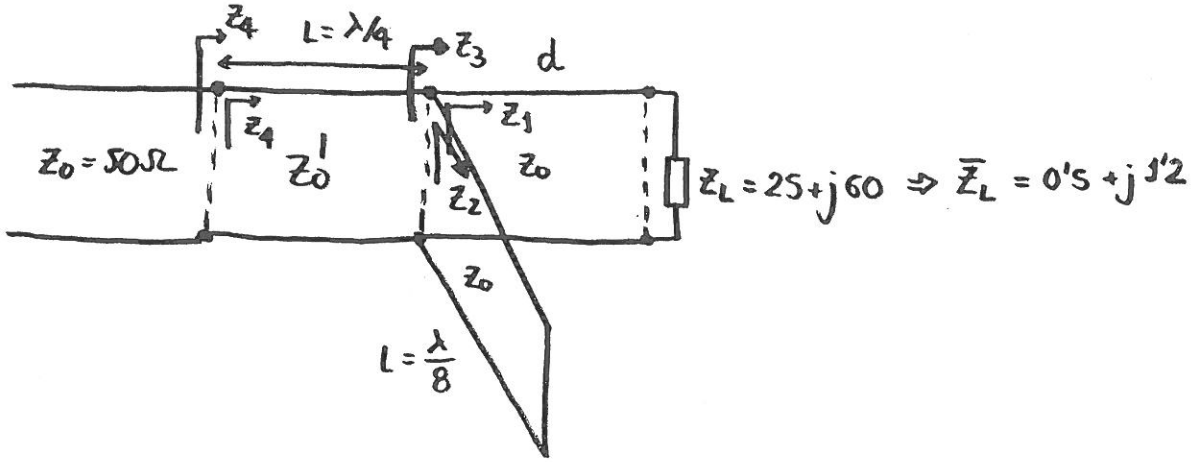


a) Determine el valor de la distancia a la carga *d* a la que hay que colocar el sintonizador y la impedancia característica del transformador $\lambda/4$ para obtener adaptación

b) Indique en el diagrama de Smith el conjunto de cargas que no podrían adaptarse si los únicos parámetros que pueden modificarse son la distancia a la carga a la que puede colocarse el sintonizador paralelo y la impedancia característica del transformador $\lambda/4$

c) Repita los apartados anteriores si el sintonizador se coloca en serie en vez de en paralelo

PROB 1 SEPT 2006 (Pág 50)



a) Para obtener adaptación con el transformador $\frac{\lambda}{4}$ debe ser Z_3 real, o también Y_3 real.

Conocemos el valor de Z_2: $\boxed{Z_2 = Z_0 \dfrac{0+jZ_0\cdot tg\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{8}\right)}{Z_0+j0} = jZ_0}\ (\Omega)$

Su admitancia asociada es $Y_2 = \dfrac{-j}{Z_0} \Rightarrow \boxed{\bar{Y}_2 = -j}$

Por tanto debemos desplazarnos desde $\bar{Y}_L = \dfrac{1}{\bar{Z}_L}$ por su circunferencia $|\rho|=cte$ hasta llegar a $\bar{Y}_1$, que cumplirá que: $\mathrm{Im}[\bar{Y}_1]=j$.

Si hacemos esto obtenemos:

$\bar{Y}_1' = 0'4+j \Rightarrow \boxed{d' = 0'103\lambda + 0'131\lambda = 0'234\lambda}$

$\bar{Y}_1'' = 5+j \Rightarrow \boxed{d'' = 0'103\lambda + 0'244\lambda = 0'347\lambda}$

$\bar{Y}_3' = \bar{Y}_1' + \bar{Y}_2 = 0'4 \Rightarrow \bar{Z}_3' = \dfrac{1}{0'4} = 2'5 \Rightarrow Z_3' = 75\,\Omega \Rightarrow \boxed{(Z_0')' = \sqrt{50\cdot 75} = 61'24\,(\Omega)}$

$\bar{Y}_3'' = \bar{Y}_1'' + \bar{Y}_2 = 5 \Rightarrow \bar{Z}_3'' = \dfrac{1}{5} = 0'2 \Rightarrow Z_3'' = 10\,\Omega \Rightarrow \boxed{(Z_0')'' = \sqrt{50\cdot 10} = 22'36\,\Omega}$

Solución ①:

$d' = 0'234\lambda + n\cdot\frac{\lambda}{2}$

$(Z_0')' = 61'24\,(\Omega)$

Solución ②:

$d'' = 0'347\lambda + n\cdot\frac{\lambda}{2}$

$(Z_0')'' = 22'36\,\Omega$

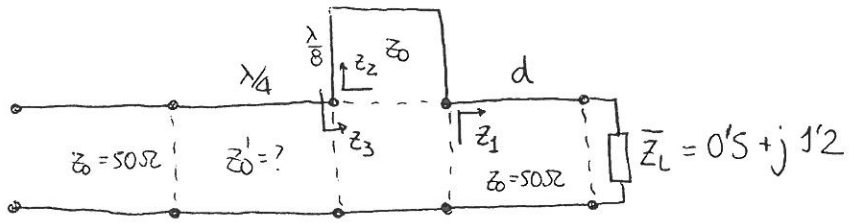
b) Aunque modifiquemos la impedancia característica del transformador $\lambda/4$, para que exista adaptación debe ser Z_3 real, o lo que es lo mismo Y_3 real; como Y_2 no se modifica, seguimos teniendo $\bar{Y}_2=-j$, por tanto se sigue cumpliendo que debe ser $\mathrm{Im}[\bar{Y}_1]=+j$ +1

Para conseguir adaptación hemos trazado la curva $|\rho|=cte$ que pasa por $\bar{Z}_L$ ó $\bar{Y}_L$ y hemos obtenido sus puntos de corte con la curva $\mathrm{Im}[\ ]=j$ +1; las impedancias $\bar{Z}_L$ que no corten en su recorrido $|\rho|=cte$ a esta curva $\mathrm{Im}[\ ]=j$ +1, serán las $\bar{Z}_L$ que no se pueden adaptar.

Mirando en la carta de Smith, estas impedancias $\bar{Z}_L$ son las que cumplen que:

$-1 < \mathrm{Im}[\bar{Z}_L] < 1$ y a la vez: $0'42 < \mathrm{Re}[\bar{Z}_L] < 2'38$

c)



Seguimos teniendo: $Z_2 = j Z_0 \Rightarrow \bar{Z}_2 = j$ por tanto la parte imaginaria de $\bar{Z}_1$ debe ser "$-j$" para que $\bar{Z}_3 = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2$ sea real.

Debemos desplazarnos desde $\bar{Z}_L$ por su circunferencia $|\rho| = cte$ hasta encontrar los puntos de corte con la curva $\mathrm{Im}[\ ] = -1$.

Haciéndolo obtenemos:

$$\bar{Z}_1' = 0'4 - j \Rightarrow \boxed{d'} = 0'369\lambda - 0'147\lambda = \boxed{0'222\lambda}$$

$$\bar{Z}_1'' = 5 - j \Rightarrow \boxed{d''} = 0'257\lambda - 0'147\lambda = \boxed{0'11\lambda}$$

$$\bar{Z}_3' = \bar{Z}_1' + \bar{Z}_2 = 0'4 \Rightarrow Z_3' = 20\,\Omega \Rightarrow \boxed{(Z_0')' = \sqrt{50 \cdot 20} = 31'6\,\Omega}$$

$$\bar{Z}_3'' = \bar{Z}_1'' + \bar{Z}_2 = 5 \Rightarrow Z_3'' = 250\,\Omega \Rightarrow \boxed{(Z_0')'' = \sqrt{250 \cdot 50} = 111'8\,\Omega}$$

Solución ①:

$d' = 0'222\lambda + n\,\lambda/2$

$(Z_0')' = 31'6\,\Omega$

Solución ②:

$d'' = 0'11\lambda + n\,\frac{\lambda}{2}$

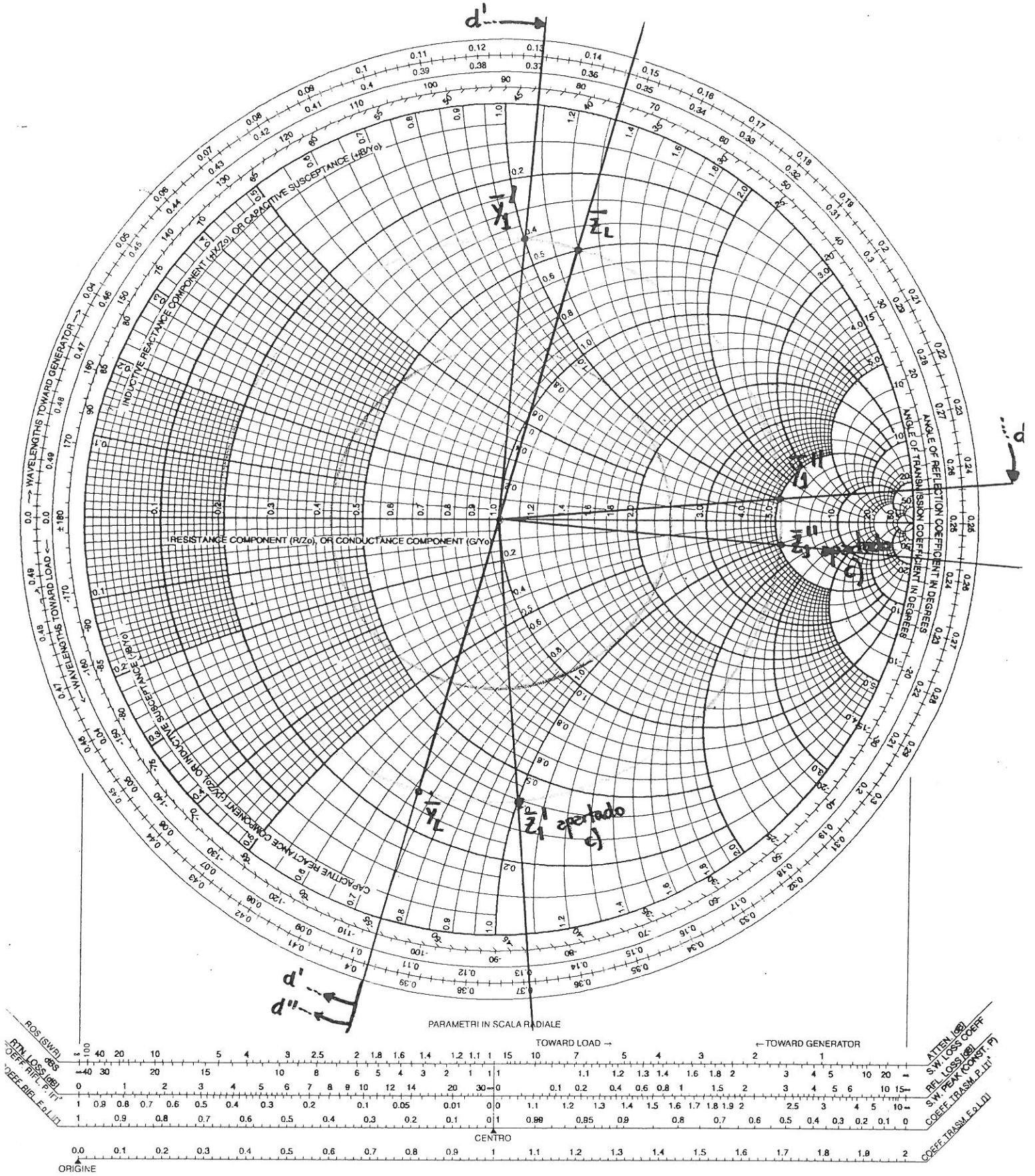
$(Z_0')'' = 111'8\,\Omega$

El apartado b) NO cambia, porque la curva dibujada que es tangente a $\mathrm{Im}[\ ] = 1$ también lo es a $\mathrm{Im}[\ ] = -1$.

Carta di Smith

IEEE Student Branch dell'Università di Pavia

anno MMI

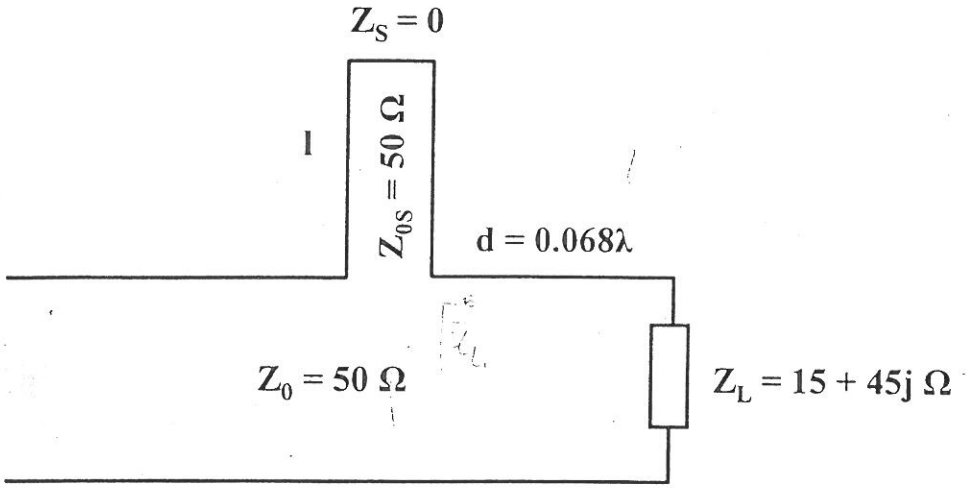


Septiembre 2005

Problema Top

PROBLEMA 3 (4 PUNTOS)

Se pretende adaptar una carga $Z_L = 15 + 45j\ \Omega$ a una línea de impedancia característica $Z_0 = 50\ \Omega$ mediante la inserción a una distancia $d = 0.068\lambda$ de la carga de un sintonizador en serie de longitud desconocida, terminado en cortocircuito, $Z_S = 0$ y de impedancia característica $Z_{0S} = 50\ \Omega$, tal como se muestra en la figura. Sin embargo, no se ha conseguido una adaptación perfecta dado que las pérdidas de retorno con el sintonizador insertado sólo son superiores en 3 dB a las que existían sin estar insertado.



a) Determine la longitud o longitudes posibles del sintonizador compatibles con el enunciado del problema.

Si ha obtenido más de una solución en el apartado anterior, elija la longitud menor.
Si no ha resuelto el apartado anterior suponga que la longitud del sintonizador es 0.125λ.

Sin modificar la longitud del sintonizador, adapte la carga Z_L, si fuera posible, realizando las siguientes modificaciones:

b) Modificando la carga Z_S en la que está terminado el sintonizador.
c) Modificando la impedancia característica Z_{0S} del sintonizador.
d) Modificando la distancia *d* del sintonizador a la carga.
e) Insertando un segundo sintonizador en serie cortocircuitado a una distancia $\lambda/4$ hacia generador del primer sintonizador.
f) Insertando un segundo sintonizador en paralelo en circuito abierto a una distancia $\lambda/4$ hacia generador del primer sintonizador.

g) En el caso de que con alguna o algunas de las modificaciones anteriores sea imposible adaptar la carga, explique de forma razonada el motivo.

Nota: Las pérdidas de retorno (R.L.) se definen como:

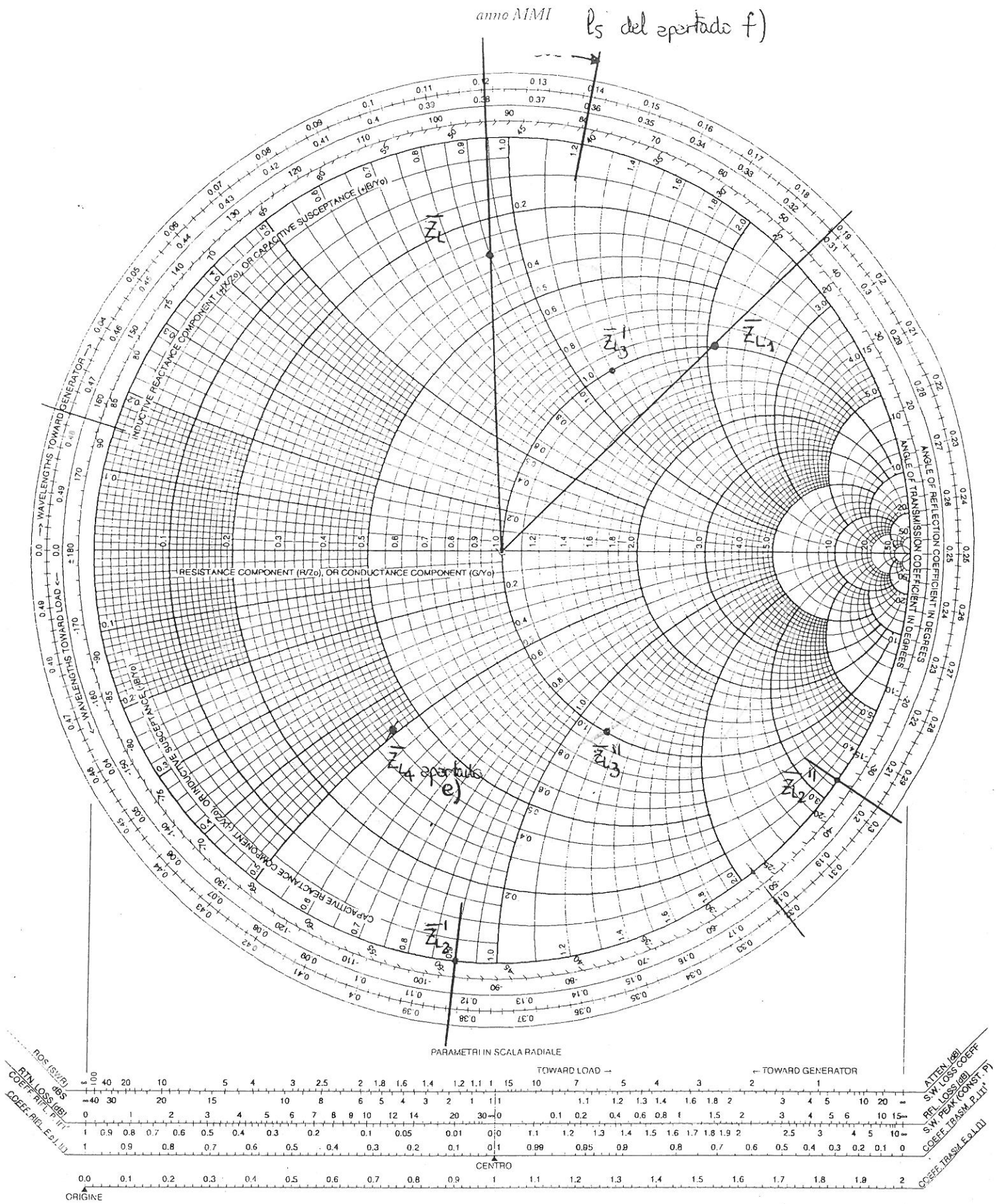
$$R.L.(dB) = 10\log\left(\frac{P_i}{P_r}\right) \qquad siendo:\ P_i = Potencia\ incidente \qquad P_r = Potencia\ reflejada$$

9h

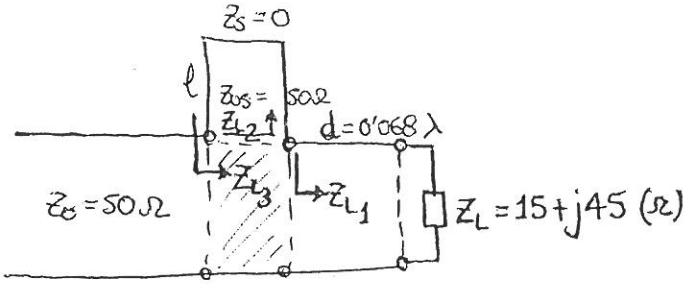
Carta di Smith

IEEE Student Branch dell'Università di Pavia

anno MMI



PROBLEMA 3 SEPT 2005 (Pág 44)

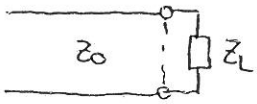


NOTA: $\boxed{R.L.(dB)} = 10\log\left(\frac{P_i}{P_r}\right) = 10\log\left(\frac{P_i}{P_i\cdot|\rho|^2}\right) = \boxed{-10\log|\rho|^2} = \boxed{-20\log|\rho|}$

siendo $\rho \equiv$ Coeficiente de reflexión a la entrada, es decir:

$$\rho = \frac{Z_{L_3} - Z_0}{Z_{L_3} + Z_0} = \frac{\overline{Z}_{L_3} - 1}{\overline{Z}_{L_3} + 1}$$

a) Antes de poner el sintonizador, las pérdidas de retorno eran:



$$\Rightarrow |\rho|_{ANTES} = \left|\frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}\right| = \left|\frac{-35+j45}{65+j45}\right| = |-0'04 + j\,0'72| = 0'7211$$

$$\boxed{R.L.(dB)_{ANTES}} = -20\log|\rho|_{ANTES} = \boxed{2'84\ dB}$$

Por tanto como nos dicen que las pérdidas de retorno son 3dB superiores con el sintonizador, tenemos que:

$$R.L.(dB) = 5'84 \Rightarrow -20\log|\rho| = 5'84 \Rightarrow |\rho| = 0'51$$

Sabemos pues que $\overline{Z}_{L_3}$ estará en la circunferencia $|\rho| = 0'51$ que trazamos en la carta de Smith.

Por otro lado: $\overline{Z}_L = \frac{15+j45}{50} = 0'3 + j0'9$

La posicionamos en la C.S. y nos desplazamos $d = 0'068\,\lambda$ hacia generador hasta encontrar $\overline{Z}_{L_1} \approx 1 + j2'1$.

Sabemos que $\overline{Z}_{L_3}$ estará en la misma parte real que $\overline{Z}_{L_1}$, por tanto, para

encontrar $\overline{Z}_{L_3}$ debemos obtener los puntos de corte de $|\rho| = 0'51$ y de $\mathrm{Re}[\overline{Z}_{L_1}] = 1$, obteniendo:

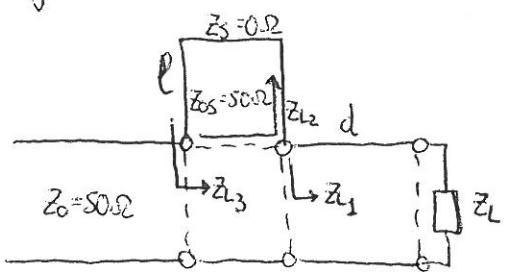
$$\overline{Z}_{L_3}' = 1 + j1'2$$

$$\overline{Z}_{L_3}'' = 1 - j1'2$$

Finalmente para obtener $\overline{Z}_{L_2}$ sabemos que:

$$\overline{Z}_{L_2} = \overline{Z}_{L_3} - \overline{Z}_{L_1} = \begin{cases} \overline{Z}_{L_2}' = 1 + j1'2 - 1 - j2'1 = -j0'9 \Rightarrow \boxed{\ell' = 0'383\lambda} \\ \overline{Z}_{L_2}'' = 1 - j1'2 - 1 - j2'1 = -j3'3 \Rightarrow \boxed{\ell'' = 0'297\lambda} \end{cases}$$

A partir de ahora tenemos el siguiente esquema en el que nos van a ir modificando datos:



$\ell = 0'297\lambda$	$d = 0'068\lambda$	$\overline{Z}_{L_3} = 1 - j1'2$
$Z_S = 0$	$\overline{Z}_L = 0'3 + j0'9$	
$Z_{0S} = 50\Omega$	$\overline{Z}_{L_1} = 1 + j2'1$	
$\overline{Z}_{L_2} = -j3'3$		

b) Si modificamos Z_S cambiará Z_{L_2}.

Para adaptar debe ser $\overline{Z}_{L_3} = 1$ y como $\overline{Z}_{L_3} = \overline{Z}_{L_1} + \overline{Z}_{L_2}$ tenemos que:

$\overline{Z}_{L_2}$ debe ser: $\boxed{\overline{Z}_{L_2} = \overline{Z}_{L_3} - \overline{Z}_{L_1} = -j2'1} \Rightarrow \boxed{Z_{L_2} = -j2'1 \cdot 50 = -j105}\ (\Omega)$

Sabemos que $\ell = 0'297\lambda$, por tanto:

$$Z_{L_2} = -j105 = Z_{0S} \cdot \frac{Z_S + j\,Z_{0S} \cdot tg\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot 0'297\lambda\right)}{Z_{0S} + j\,Z_S \cdot tg\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot 0'297\lambda\right)} = 50 \cdot \frac{Z_S + j\,50 \cdot (-3'287)}{50 + j\,Z_S \cdot (-3'287)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -j105(50 - j3'287 \cdot Z_S) = 50(Z_S - j164'35) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -j5250 - 345'135\,Z_S = 50 \cdot Z_S - j8217'5 \Rightarrow j(8217'5 - 5250) = Z_S(50 + 345'135) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{Z_S = j7'51}\ (\Omega)$$

NOTA: Se podría haber obtenido en la carta de Smith de forma más sencilla: como $\overline{Z}_{L_2} = -j2'1$, $\overline{Z}_S$ estará desplazándonos $0'297\lambda$ desde $\overline{Z}_{L_2}$ hacia carga, encontrando $\overline{Z}_S = +j0'15 \Rightarrow$
$\Rightarrow \boxed{Z_S = j0'15 \cdot 50 = j7'51}\ (\Omega)$

c) Para adaptar, como $\overline{Z}_{L_1}$ no cambia, debe ser:

$$\overline{Z}_{L_2}\Big]_{50} = -j\,2'1$$

Por otro lado como en este apartado no cambian ni $Z_S = 0$ ni $l = 0'297\lambda$, tenemos que $\overline{Z}_{L_2}\Big]_{Z_{0S}}$ se obtiene desplazándonos desde un corto $0'297\lambda$ hacia generador, obteniendo:

$$\overline{Z}_{L_2}\Big]_{Z_{0S}} = -j\,3'3$$

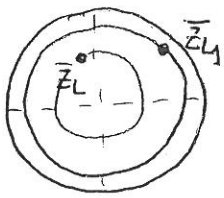
Por tanto: $Z_{L_2} = -j\,3'3 \cdot Z_{0S} = -j\,2'1 \cdot 50 \Rightarrow \boxed{Z_{0S} = \frac{2'1 \cdot 50}{3'3} = 31'82}\ (\Omega)$

d) En este caso no varía $\overline{Z}_{L_2}$, por tanto:

$\overline{Z}_{L_2} = -j\,3'3$

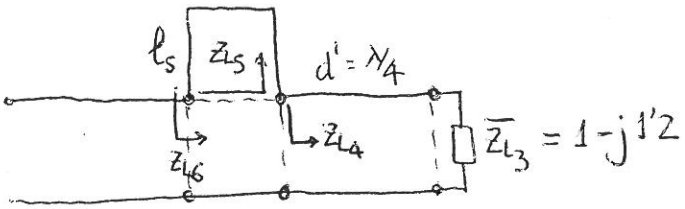
Por tanto como $\overline{Z}_{L_3} = 1 = \overline{Z}_{L_1} + \overline{Z}_{L_2} \Rightarrow \overline{Z}_{L_1} = 1 + j\,3'3$

Si posicionamos este valor en la carta de Smith y también el valor de $\overline{Z}_L$ observamos que es imposible la adaptación porque deberían estar en la misma circunferencia $|\rho| = cte$ y <u>NO</u> lo están.



Por tanto es imposible llegar desde $\overline{Z}_L$ hasta $\overline{Z}_{L_1}$ moviéndonos a $|\rho| = cte$ hacia generador.

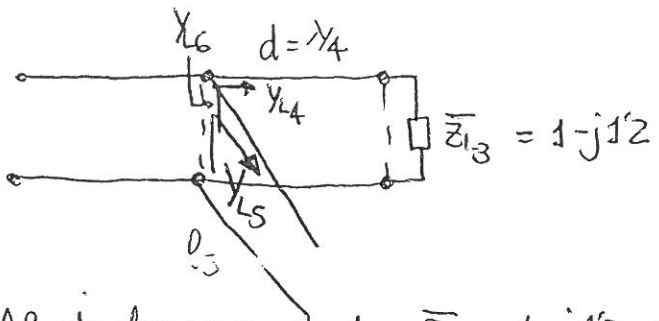
e) Tenemos el siguiente esquema equivalente:



Para que pudiéramos adaptar en este caso debería ser $\mathrm{Re}[\overline{Z}_{L_4}] = 1$ pero si nos desplazamos $\lambda/4$ desde $\overline{Z}_{L_3}$ hacia generador obtenemos:

$\overline{Z}_{L_4} \approx 0'41 - j\,0'48$ con lo que es imposible que $\overline{Z}_{L_6} = 1$ porque para cualquier valor de l_5, $\overline{Z}_{L_5}$ es imaginaria pura.

f) Tenemos el siguiente esquema equivalente:



Al desplazarnos desde $\overline{Z}_{L3} = 1 - j1'2$ una distancia de $\lambda/4$ hacia generador y LUEGO PASAR A ADMITANCIAS este valor obtenemos:

$$\overline{Y}_{L4} = 1 - j1'2$$

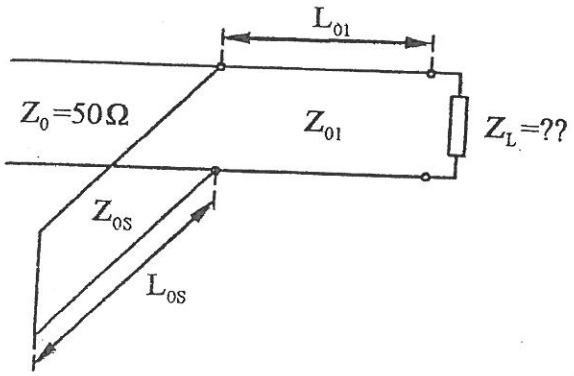
De tal forma que para adaptar debe ser:

$$\overline{Y}_{L5} = +j1'2 \Rightarrow \boxed{l_5 \approx 0'139\,\lambda}$$

g) Ya lo hemos hecho, ver apartados d) y e).

PROBLEMA 1 (4 puntos) Septiembre 2007

La siguiente figura representa la red de adaptación de una carga, de impedancia Z_L, desconocida. Las longitudes, en grados eléctricos, de las líneas de transmisión son: L_{01}=26.57° y L_{0S}=45° y las impedancias de ambas líneas de transmisión son iguales y de valor $Z_{01}=Z_{0S}=50\Omega$.



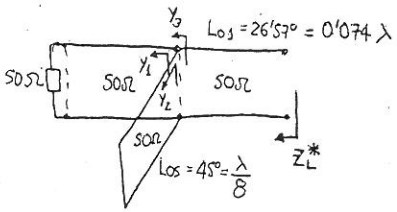
1.- Encuentre el valor de la impedancia de carga

2.- La línea de transmisión del stub se ha roto y debe ser cambiada por otra línea de transmisión de impedancia característica Z_{0S} y cuya longitud se debe determinar. Encuentre dicha longitud si la posición donde se coloca el stub (en paralelo) es la misma que antes, su impedancia característica es $Z_{0S}=100\Omega$ y está terminado en circuito abierto.

3.- La línea de transmisión situada entre el stub y la carga también se ha roto y debe ser sustituida por otra con impedancia característica $Z_{01}=100\Omega$. Encuentre las redes de adaptación mediante simple stub en paralelo terminado en circuito abierto donde la longitud de ambos stubs debe ser inferior a media longitud de onda. Recuerde que debe adaptar la impedancia Z_L a la línea de transmisión de impedancia $Z_0=50\Omega$ mediante líneas de transmisión de impedancia característica $Z_{01}=Z_{0S}=100\Omega$. Si dichas redes no existen represente en el diagrama de Smith la región prohibida.

4.- Repita el apartado anterior si el stub se sitúa en serie.

1)



$Y_1 = \frac{1}{50}$ (S)

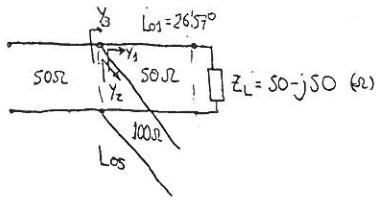
$Y_2 = \left\{ \text{Desplazandonos } \lambda/8 \text{ desde cortocircuito y desnormalizando a } 50\Omega \right\} = \frac{-j}{50}$ (S)

$Y_3 = Y_1 + Y_2 = \frac{1-j}{50} \Rightarrow \boxed{Z_3 = \frac{50}{1-j} = 25+j25}$ (Ω)

Posicionemos $\overline{Z}_3$ en la carta de Smith y nos desplazamos <u>HACIA GENERADOR</u> $0'074\lambda$ donde obtenemos:

$\overline{Z}_L^* = 1+j \Rightarrow Z_L^* = 50+j50 \Rightarrow \boxed{Z_L = 50-j50}$ (Ω)

2)



$\overline{Z}_L = 1-j$

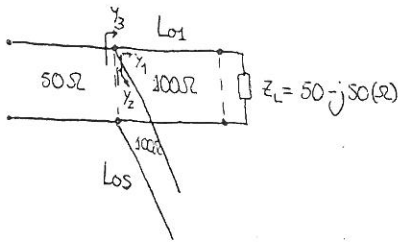
Pasando a admitancias y desplazándonos $26'57° \equiv 0'074\lambda$ hacia generador llegamos a $\overline{Y}_1$:

$\overline{Y}_1 = 1+j$

Para conseguir adaptación debe ser $\overline{Y}_3 = 1 = \overline{Y}_1 + \overline{Y}_2 \Rightarrow \overline{Y}_2 = -j \Rightarrow \overline{Y}_2\big|_{100} = -j2 \Rightarrow L_{0S} = 0'324\lambda$

$\boxed{L_{0S} = 0'324\lambda \equiv 116'64°}$

3)



Como partiendo de Z_L primero tenemos una línea de 100Ω, en primer lugar normalizamos Z_L a 100Ω.

$\overline{Z}_L\big|_{100} = 0'5 - j0'5$

Pasamos a admitancias y nos desplazamos una distancia L_{01} hacia generador hasta encontrar $\overline{Y}_1\big|_{100}$ que cumple que:

$\overline{Y}_1\big|_{50} = 1 \pm j\,\text{algo} \Rightarrow \overline{Y}_1\big|_{100} = \overline{Y}_1\big|_{50} \cdot \frac{100}{50} = 2 \pm j2\,\text{algo} \Rightarrow \boxed{\mathrm{Re}\left[\overline{Y}_1\big|_{100}\right] = 2}$

Realizando estos pasos en la Carta de Smith obtenemos:

- $\overline{Y}_1'\big|_{100} = 2+j \Rightarrow \boxed{L_{01}' = 0'213\lambda - 0'162\lambda = 0'051\lambda \cong 18'36°}$
- $\overline{Y}_1''\big|_{100} = 2-j \Rightarrow \boxed{L_{01}'' = 0'287\lambda - 0'162\lambda = 0'125\lambda \cong 45°}$

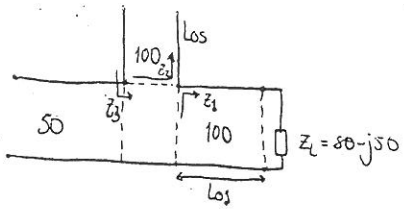
Como para conseguir adaptación debe ser: $\overline{Y}_3\big|_{50} = 1 \Rightarrow \overline{Y}_3\big|_{100} = 2 \Rightarrow \overline{Y}_2\big|_{100} = \overline{Y}_3\big|_{100} - \overline{Y}_1\big|_{100} \Rightarrow$

- $\overline{Y}_2'\big|_{100} = -j \Rightarrow \boxed{L_{0S}' = \frac{3\lambda}{8} = 135°}$
- $\overline{Y}_2''\big|_{100} = +j \Rightarrow \boxed{L_{0S}'' = \frac{\lambda}{8} = 45°}$

Solución ①: $L_{01}' = 18'36°$ y $L_{0S}' = 135°$

Solución ②: $L_{01}'' = 45°$ y $L_{0S}'' = 45°$

4)



Como partiendo de Z_L primero tenemos una línea de $100\,\Omega$, en primer lugar normalizamos Z_L a $100\,\Omega$:

$$\bar{Z}_L\big]_{100} = 0'5 - j0'5$$

Nos desplazamos una distancia L_{01} hacia generador hasta encontrar $\bar{Z}_1\big]_{100}$ que cumple que:

$$\bar{Z}_1\big]_{50} = 1 \pm j\,\text{algo} \Rightarrow \bar{Z}_1\big]_{100} = 0'5 \pm j\,\frac{\text{algo}}{2} \Rightarrow \boxed{\mathrm{Re}\left[\bar{Z}_1\big]_{100}\right] = 0'5}$$

Realizando estos pasos en la carta de Smith obtenemos:

- $\bar{Z}_1'\big]_{100} = \bar{Z}_L\big]_{100} = 0'5 - j0'5 \Rightarrow \boxed{L_{01}' = 0^\circ}$
- $\bar{Z}_1''\big]_{100} = 0'5 + j0'5 \Rightarrow \boxed{L_{01}''} = 0'088\lambda + 0'088\lambda = 0'176\lambda \cong \boxed{63'36^\circ}$

Como para conseguir adaptación debe ser $\bar{Z}_3\big]_{50} = 1 \Rightarrow \bar{Z}_3\big]_{100} = 0'5 \Rightarrow \bar{Z}_2\big]_{100} = \bar{Z}_3\big]_{100} - \bar{Z}_1\big]_{100} \Rightarrow$

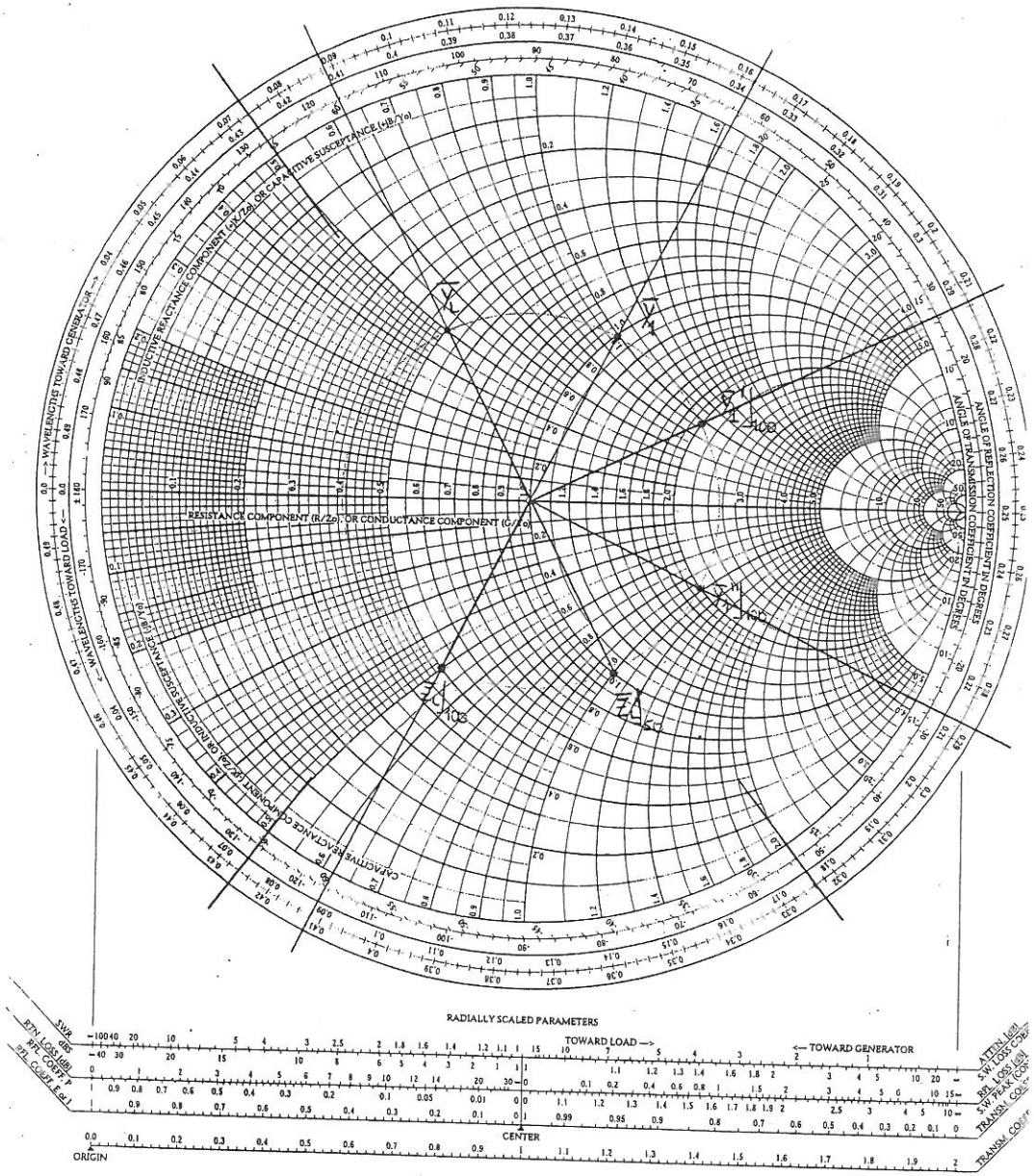
- $\bar{Z}_2'\big]_{100} = +j0'5 \Rightarrow \boxed{L_{OS}'} = 0'25\lambda + 0'074\lambda = 0'324\lambda \cong \boxed{116'64^\circ}$
- $\bar{Z}_2''\big]_{100} = -j0'5 \Rightarrow \boxed{L_{OS}''} = 0'426\lambda - 0'25\lambda = 0'176\lambda \cong \boxed{63'36^\circ}$

Solución ①: $L_{01}' = 0^\circ$ y $L_{OS}' = 116'64^\circ$

Solución ②: $L_{01}'' = 63'36^\circ$ y $L_{OS}'' = 63'36^\circ$

Carta de Smith

Electromagnetismo. Universidad de Valladolid



DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA AUDIOVISUAL Y COMUNICACIONES

TRANSMISIÓN Y PROPAGACIÓN DE ONDAS I

SEPTIEMBRE 2008

PROBLEMA 1 (4 puntos)

Se pretende adaptar a la frecuencia de 300 MHz una carga de valor $Z_L = 50 + 50j\ \Omega$ colocada al final de un cable coaxial de impedancia característica de 50 Ω y cuya constante dieléctrica del material que separa los dos conductores es $\varepsilon_r = 4$.

a) Calcule las longitudes físicas (en centímetros) de la red de adaptación construida mediante simple sintonizador en paralelo terminado en cortocircuito.
Si ha obtenido más de una solución elija para los siguientes apartados aquella en la que la longitud del sintonizador es menor.

Tomando la configuración correspondiente a la red de adaptación calculada en el apartado anterior, determine a la frecuencia de 600 MHz:

b) Coeficiente de reflexión y pérdidas de retorno en el punto en el que está colocado el sintonizador.

c) Explique de forma razonada si se puede adaptar la carga a la frecuencia de 600 MHz modificando únicamente la longitud del sintonizador.
En caso afirmativo calcule la nueva longitud del sintonizador.
En caso negativo calcule la longitud del sintonizador para obtener el mínimo coeficiente de reflexión posible y determine las nuevas pérdidas de retorno.

d) Adapte la carga a la frecuencia de 600 MHz insertando un segundo sintonizador en paralelo sin modificar la posición ni la longitud del sintonizador que ya está colocado.

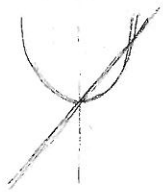
PROBLEMA 2 (3 puntos)

Compruebe que se verifica el teorema de Stokes para el campo vectorial

$$\vec{F} = y^2\hat{x} - x^2\hat{y}$$

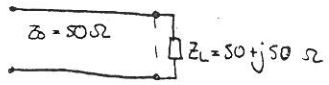
para la superficie comprendida entre las trayectorias definidas por las ecuaciones:

$$y = x$$
$$y = x^2$$



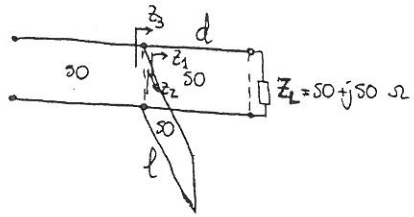
26

PROB 1 SEPT 2008



$$\left.\begin{array}{l} f = 300\ MHz \\ \varepsilon_r = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{c}{f} = \frac{c_0}{f\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{3\cdot 10^8}{3\cdot 10^8 \cdot \sqrt{4}} = 0'5\ m} \Rightarrow \boxed{\lambda = 50\ cm}$$

a)



$\overline{Z_L} = 1 + j$

Pasamos a admitancia y nos desplazamos a $|\rho| = cte$ hasta llegar a los puntos de corte con $|Re(\ )| = 1$, donde estarán:

$\overline{Y_1}' = 1 + j \Rightarrow$ $d' = 0'25\lambda = 12'5\ cm$; $\ell' = \frac{\lambda}{8} = 6'25\ cm$

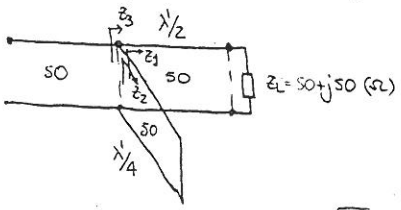
$\overline{Y_2}' = -j$

$\overline{Y_1}'' = 1 - j \Rightarrow$ $d'' = 0'426\lambda = 21'3\ cm$; $\ell'' = \frac{3\lambda}{8} = 18'75\ cm$

$\overline{Y_2}'' = +j$

b) $f = 600\ MHz \Rightarrow \lambda' = 25\ cm \Rightarrow$ En el apartado anterior $d' = \frac{\lambda}{4}$ por tanto ahora $d' = \frac{\lambda'}{2}$

$\ell' = \frac{\lambda}{8}$ por tanto ahora $\ell' = \frac{\lambda'}{4}$



$$\left.\begin{array}{l} Z_1 = Z_L \\ Z_2 = \infty \end{array}\right\} \Rightarrow Z_3 = Z_1 = 50 + j50 \Rightarrow \boxed{\rho_3 = \frac{Z_3 - 50}{Z_3 + 50} = 0'44_{\angle 63^\circ}}$$

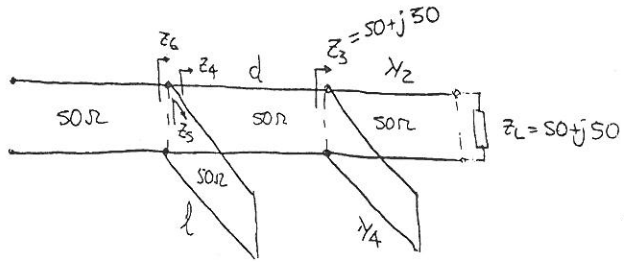
$$\boxed{R.L\ (dB)} = -20 \log |\rho_3| = -20 \log (0'44) = \boxed{7'13\ dB}$$

c) Si sólo modificamos la longitud del sintonizador NO se puede adaptar ya que $\overline{Z_1} = 1 + j \Rightarrow \overline{Y_1} = 0'5 - j0'5$, de tal forma que no podemos sumar a $\overline{Y_1}$ nada imaginario puro para llegar a $\overline{Y_3} = 1$.

Para conseguir el mínimo coef. de reflexión posible debe ser $\overline{Y_2} = +j0'5 \Rightarrow \boxed{\ell_{stub} = 0'324\lambda = 8'1\ cm}$

El modulo del nuevo coef. de reflexión se determina en la escala de la carta y es: $|\rho| = \frac{ROE - 1}{ROE + 1} = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{R.L.\ (dB)} = -20 \log\left(\frac{1}{3}\right) = \boxed{9'54\ dB}$

d) Si no modificamos ni la posición ni la longitud del sintonizador que ya estaba colocado y la frecuencia de 600 MHz seguimos teniendo en el esquema anterior $Z_3 = Z_L = 50 + j50\ (\Omega)$, por tanto se trata de adaptar:



Suponemos que el segundo sintonizador también está en paralelo y en cortocircuito.

$\overline{Z_3} = 1 + j \Rightarrow \overline{Y_3} = 0'5 - j0'5$

Por tanto, las 2 soluciones son análogas a las del apartado a) pero ahora la λ vale 25 cm en vez de 50 cm:

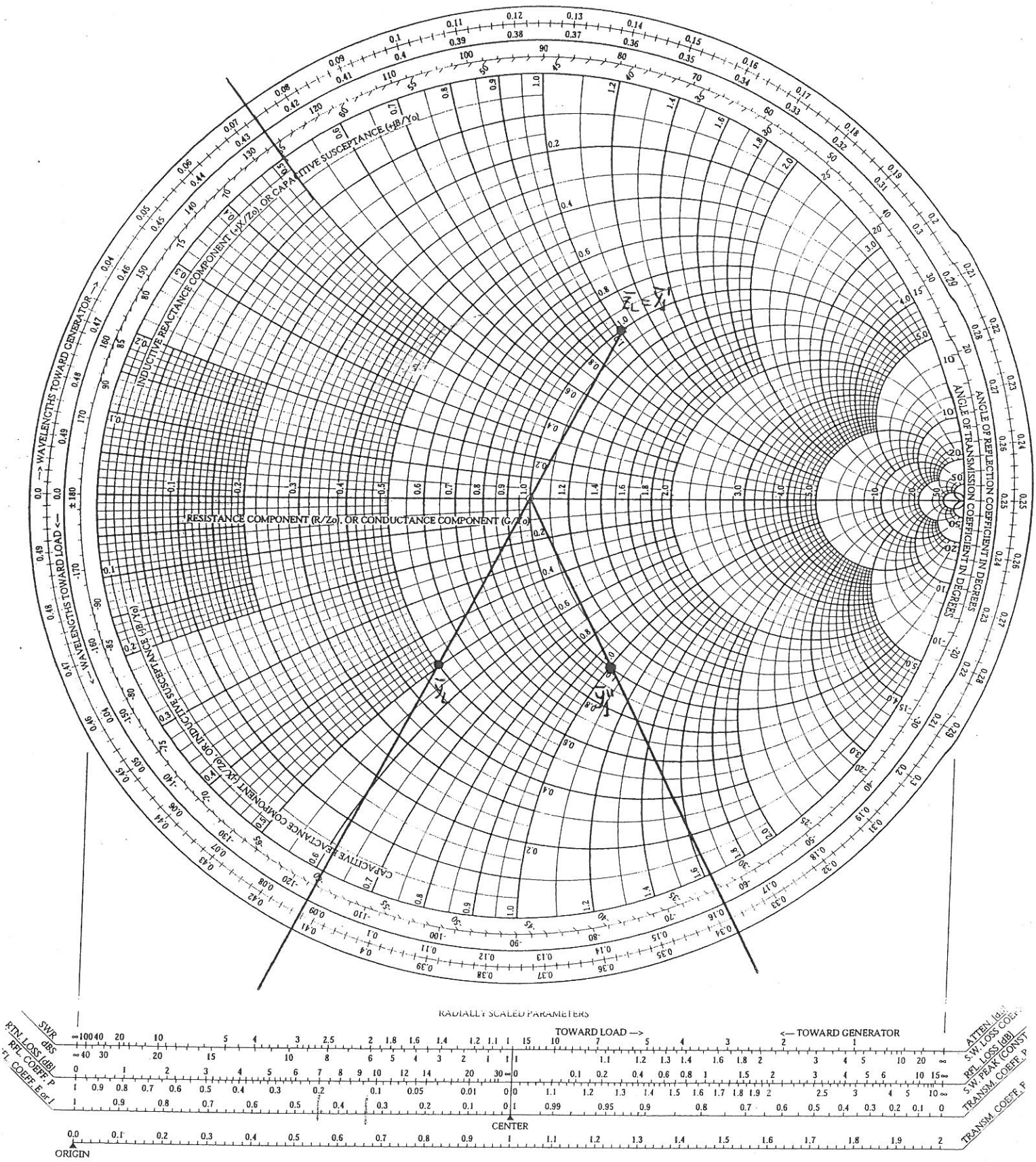
Solución ①: $d' = \frac{\lambda}{4} = 6'25\ cm$; $\ell' = \frac{\lambda}{8} = 3'125\ cm$

Solución ②: $d'' = 0'426\lambda = 10'65\ cm$; $\ell'' = \frac{3\lambda}{8} = 9'375\ cm$

PROB 1 SEPT 2008

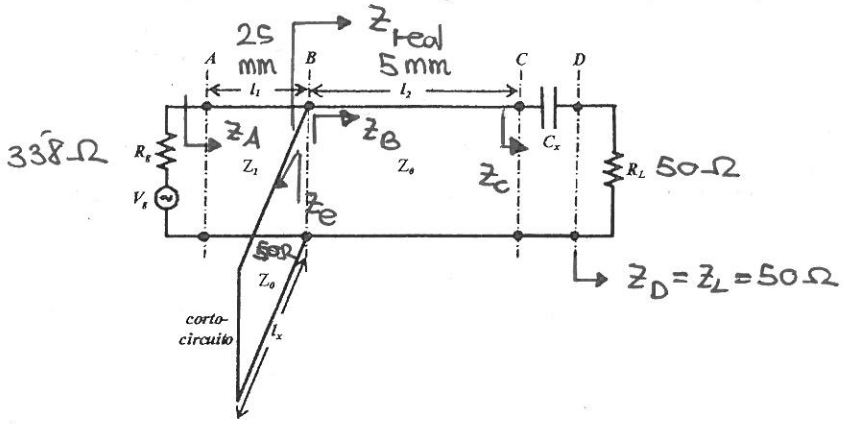
Carta de Smith

Electromagnetismo. Universidad de Valladolid



Politécnica Superior 2013.

En el circuito de la figura calcular C_x, en Faradios, y l_x, en milímetros, para que el generador esté adaptado a la frecuencia de 3 GHz.
Datos: l_1=25 mm, l_2=5 mm, R_L=50Ω, R_g=33.8Ω, Z_0=50Ω, Z_1=65Ω, ε_r=1.



¿C_x y l_x?

$f = 3\,GHz$ / $\varepsilon_r = 1$

Solución

$$Z_C = R_L - \frac{j}{\omega C_x} = 50 - \frac{j}{\omega C_x}$$

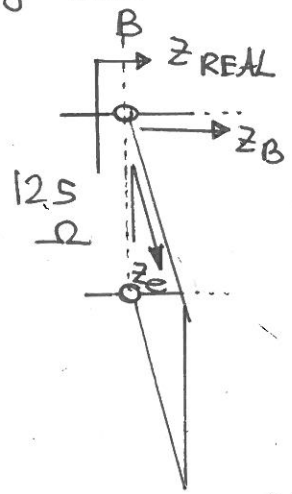
$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{f\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{3\cdot 10^{11}\,mm\,s^{-1}}{3\cdot 10^{9}\sqrt{1}} = 100\,mm$$

$$l_1 = 25\,mm = \frac{\lambda}{4}$$

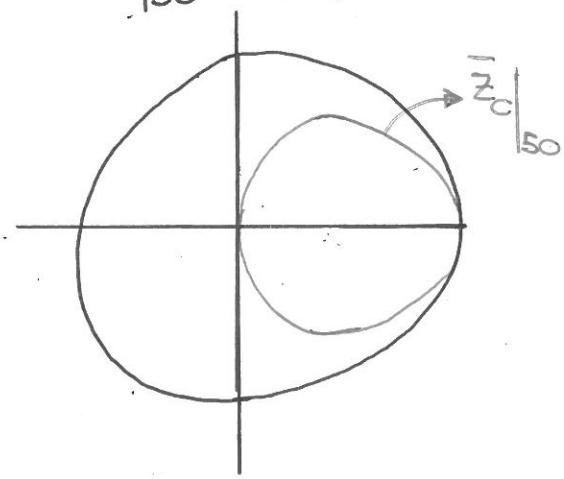
$$l_2 = 5\,mm = \frac{\lambda}{20} = 0{,}05\lambda$$

Como la línea $l_1 = \frac{\lambda}{4}$ para que exista adaptación debe ser:

$$Z_1 = \sqrt{R_g \cdot Z_{REAL}} \longrightarrow Z_{REAL} = \frac{Z_1^2}{R_g} = 125\,\Omega$$



$$\bar{R}_L\Big|_{50} = 1 \longrightarrow \bar{Z}_C\Big|_{50} = 1 - \frac{j}{\omega C_x \cdot 50}$$



Por otro lado:

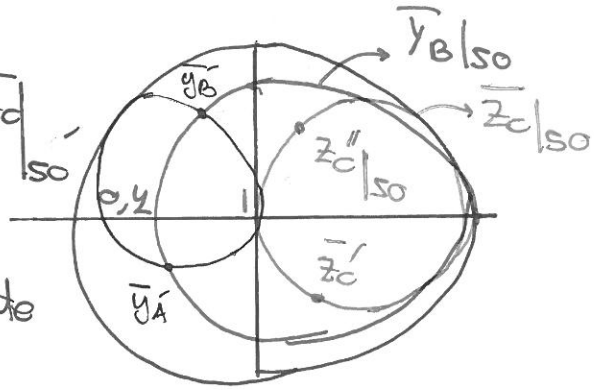
$$\bar{Z}_{REAL}\Big|_{125} = 1 \longrightarrow \bar{Z}_{REAL}\Big|_{Z=50} = 2{,}5$$

Como $\bar{Y}_{REAL}\Big|_{50} = 0{,}4$

18

Como $\overline{Y_{REAL}}\Big|_{50} = \overline{Y_B}\Big|_{50} + \overline{Y_e}\Big|_{50}$ y sabemos que $\overline{Y_e}\Big|_{50}$ es imaginaria pura:

$Re\left(\overline{Y_B}\Big|_{50}\right) = 0,4$



Desplazamos todos los posibles valores de $\overline{Z_c}\Big|_{50}'$ $0 \le \lambda$ hacia generador y pasamos a admitancias.

En esa circunferencia dibujada y en parte real $Re(\,) = 0,4$, obtenemos:

$\overline{Y_B}'\Big|_{50} = 0,4 + j0,85 \longrightarrow \overline{y_e}'\Big|_{50} = -j0,85 \longrightarrow l_x' = 0,139\lambda = 13,9\ mm$

$\overline{Y_B}''\Big|_{50} = 0,4 - j0,2 \longrightarrow \overline{y_e}''\Big|_{50} = +j0,2 \longrightarrow l_x'' = 0,282\lambda = 28,2\ mm$

Deshacemos el giro:

$\overline{Z_c}'\Big|_{50} = 1 - j1,6 \qquad \overline{Z_c}''\Big|_{50} = 1 + j$

$\overline{Z_c}'\Big|_{50} = 1 - j1,6 = 1 - \dfrac{j}{\omega C_x 50} \longrightarrow C_x = \dfrac{1}{\omega \cdot 50 \cdot 1,6} = \dfrac{1}{2\pi \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 50 \cdot 1,6} = \dfrac{10^{-11}}{4,87}\ (F) =$

$= 0,66\ pF$

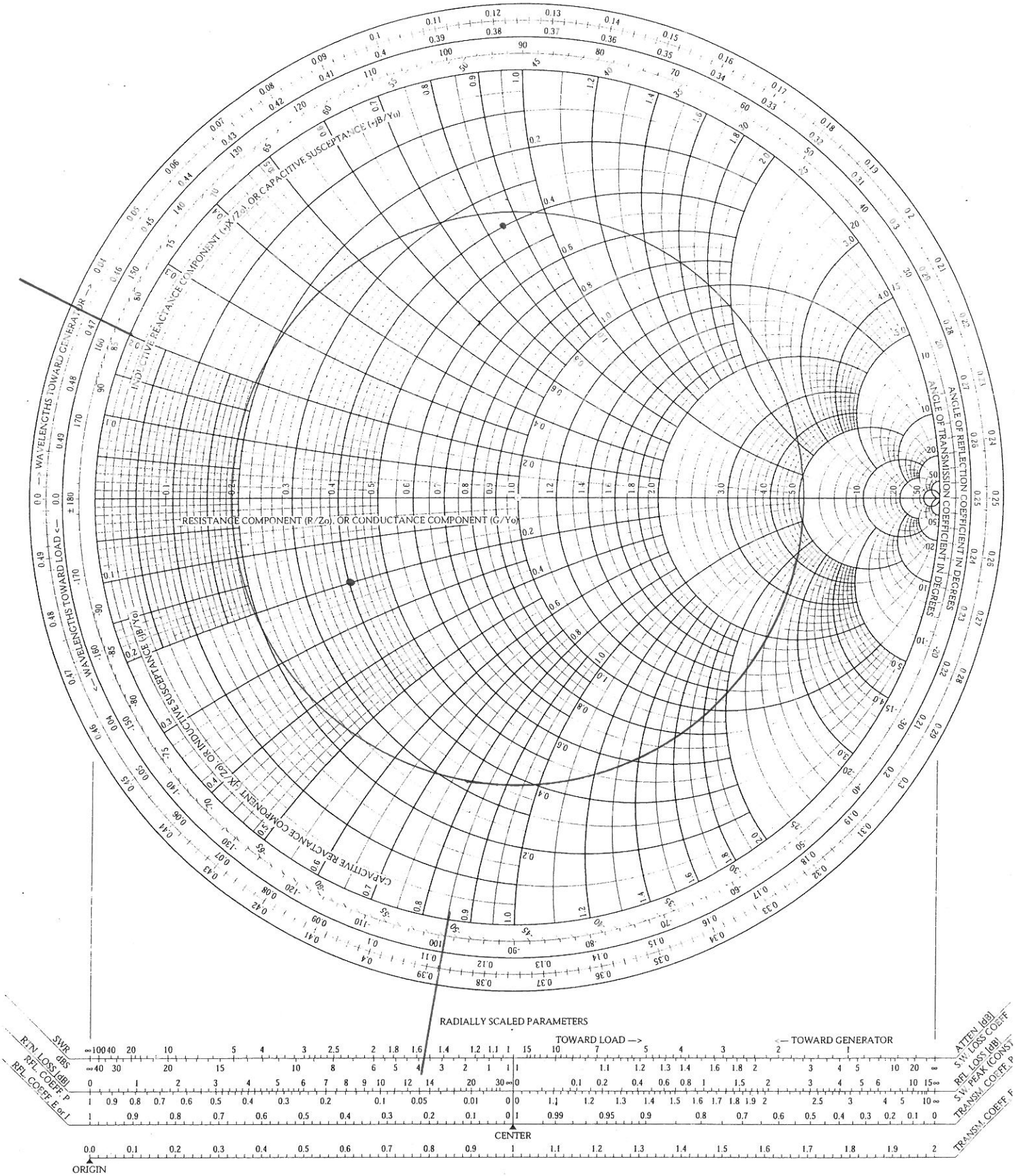
Solución:

$C_x = 0,66 \cdot 10^{-12}\ F$ y $l_x = 13,9\ mm.$

Politécnica Superior 2013.

Carta de Smith

Electromagnetismo. Universidad de Valladolid



Febrero 2006

PROBLEMA 2 (4 puntos)

Los puntos A y B separados dos kilómetros se unen mediante una línea de transmisión (LT_1). Como la distancia es muy elevada se emplean dos cables de un kilómetro que se conectan en el punto medio (C). La conexión es perfecta y ambos cables son idénticos. Los parámetros primarios de ambos cables son:

$L_1 = 500\,nH \cdot m^{-1}, C_1 = 50\,pF \cdot m^{-1}, R_1 = G_1 = 0$.

La línea de transmisión se alimenta en el punto A con un generador real de tensión ($V_G = 10V$, $f = 100\,MHz$ y $Z_G = Z_0$) donde Z_0 es la impedancia característica de los cables. En el punto B se termina la línea de transmisión con una impedancia $Z_L = 25\Omega$

1.- Compruebe que dicha línea de transmisión está desadaptada y encuentre el módulo del coeficiente de reflexión que se mide en el punto A.

2.- Realice la adaptación de la línea de transmisión utilizando un simple stub en paralelo terminado en circuito abierto entre los puntos C y B. Indique el número de posiciones donde se puede colocar el stub para realizar la adaptación. Calcule la posición más próxima a la carga que utilice el stub más pequeño posible. Dé también el tamaño de dicho stub.

En los apartados siguientes considere que se ha realizado la adaptación de la línea LT_1 tal como se indica en el apartado 2.

Una tercera persona desea detectar la transmisión que se realiza por la línea de transmisión LT_1. Para ello conecta a LT_1 otra línea de transmisión (LT_2) de parámetros primarios: $L_2 = 250\,nH \cdot m^{-1}, C_2 = 100\,pF \cdot m^{-1}, R_2 = G_2 = 0$.

Ambas líneas de transmisión están en paralelo en el punto C. En primera aproximación, LT_2 se puede suponer que está terminada en un circuito abierto y el tamaño de LT_2 debe estar comprendido entre 2 y 5 metros.

3.- Si la transmisión entre A y B no se detiene hasta que la potencia reflejada en el punto A es un 10% de la potencia disponible, calcule qué longitudes puede tener la línea LT_2 para que la comunicación entre A y B se mantenga.

Para los siguientes apartados suponga que la línea de transmisión LT_2 tiene una longitud de 2 metros y se carga con una impedancia $Z_2 = 250\Omega$

4.- Encuentre el nuevo módulo del coeficiente de reflexión en A.

5.- Encuentre la potencia media que se disipa en Z_L y en Z_2.

El dieléctrico del cable situado entre A y C se deteriora haciendo que pase a valer $G_1 = 2 \cdot 10^{-5}\ \Omega^{-1} m^{-1}$ y quedando inalterado para el tramo entre C y B. Puede suponer que el cable presenta bajas pérdidas.

6.- Encuentre la potencia que se disipa en Z_L y en Z_2.

100

ESCUELA DE INGENIERIA
TECNICA DE TELECOMUNICACION

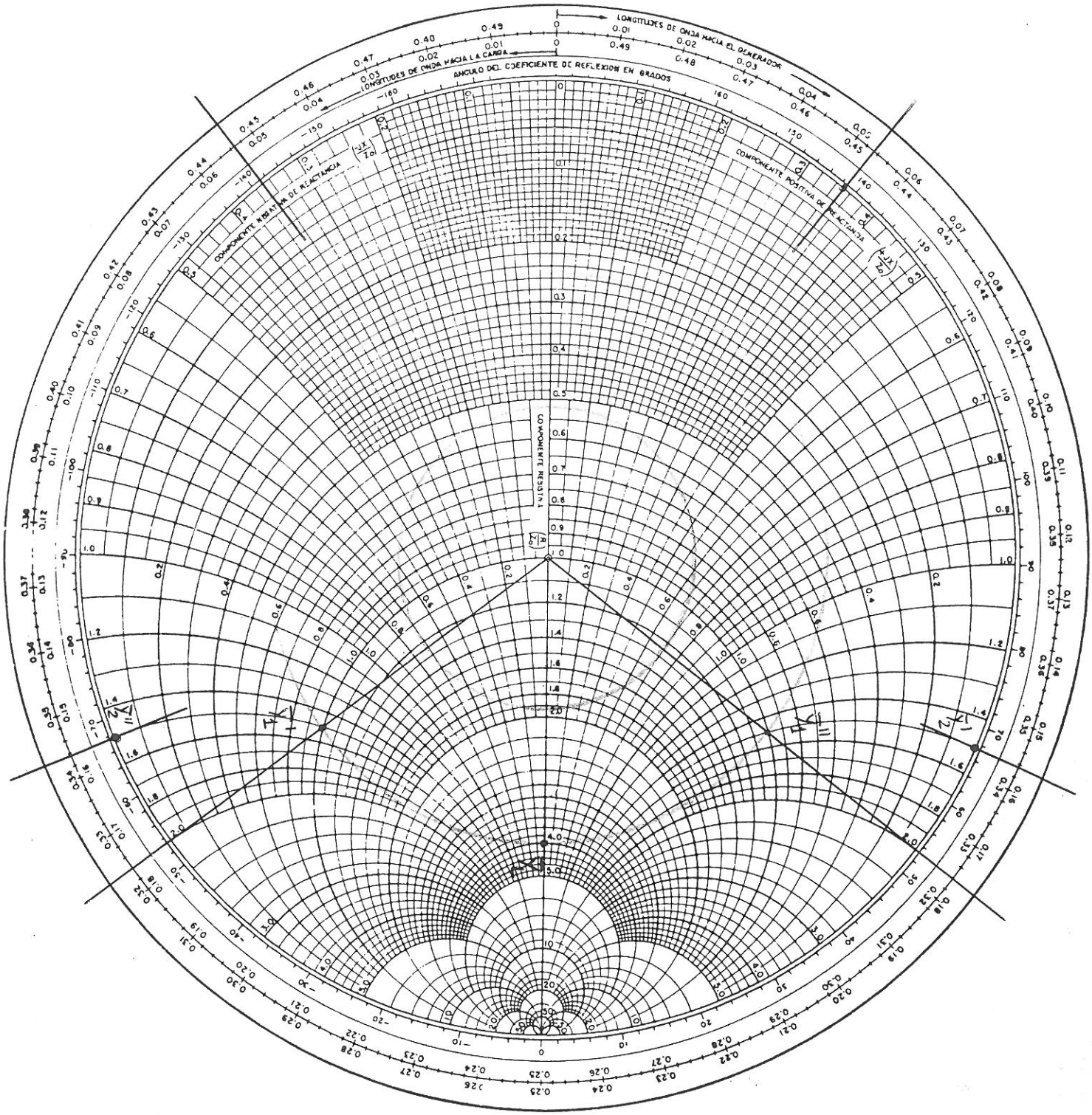
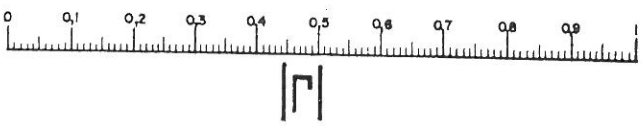
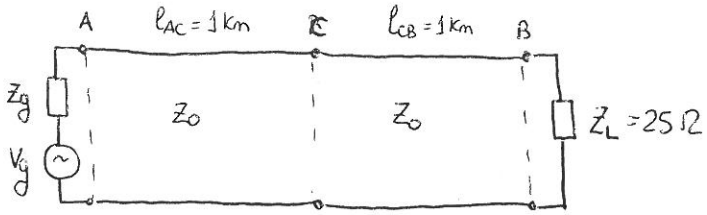


DIAGRAMA DE SMITH



PROB 2 FEB 2010



$$\boxed{Z_0 = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = \sqrt{\frac{500\cdot 10^{-9}}{50\cdot 10^{-12}}} = 100\,\Omega}$$

$R_1 = G_1 = 0 \Rightarrow$ Líneas sin pérdidas.

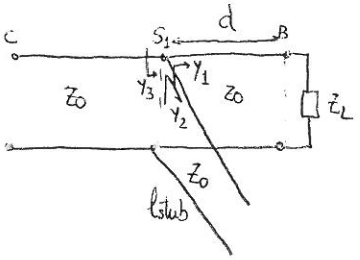
$Z_g = Z_0 = 100\,\Omega \Rightarrow$ El generador está adaptado.

$$V_g = 10V \Rightarrow \boxed{P_{dg} = \frac{V_g^2}{8 Z_g} = \frac{100}{8\cdot 100} = 0'125\ W}$$

↳ Potencia que el generador entrega a la línea o potencia incidente en la línea.

1.- Como la línea no tiene pérdidas, el modulo del coeficiente de reflexión es el mismo en todos sus puntos: $\rho_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{-75}{125} = \frac{-3}{5} \Rightarrow |\rho_L| = \frac{3}{5} = |\rho_A|$

2.- Adaptación con simple stub paralelo terminado en circuito abierto:



$\bar{Z}_L = \frac{25}{100} = 0'25 \Rightarrow \bar{Y}_L = 4$

$\bar{Y}_1' = 1 - j1'5$ → $d' = (0'324 - 0'25)\lambda + n\frac{\lambda}{2} = 0'074\lambda + n\frac{\lambda}{2}$; $\bar{Y}_2' = +j1'5 \Rightarrow \ell' = 0'156\lambda$

$\bar{Y}_1'' = 1 + j1'5$ → $d'' = 0'426\lambda + n\frac{\lambda}{2}$; $\bar{Y}_2'' = -j1'5 \Rightarrow \ell'' = 0'344\lambda$

Solución ①: $d' = 0'074\lambda + n\frac{\lambda}{2}$ $\quad \ell' = 0'156\lambda$ siendo $\lambda = \frac{c_0}{f\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}} = \frac{1}{f\sqrt{LC}} = 2m$

Solución ②: $d'' = 0'426\lambda + n\frac{\lambda}{2}$ $\quad \ell'' = 0'344\lambda$ siendo $\lambda = 2m$

Solución pedida: $\boxed{d' = 0'074\lambda \text{ con } \ell' = 0'156\lambda}$

Comentario importante: OJO con el calculo de λ cuando no dan ε_r pero sí L y C:

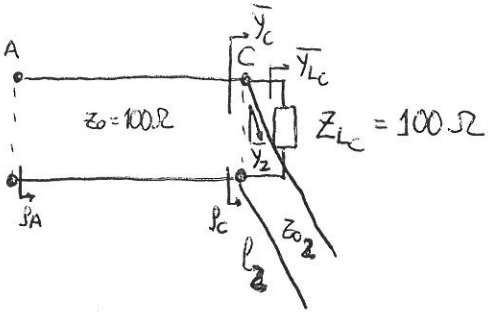
$$\beta = \omega\sqrt{LC} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}} = \frac{1}{f\sqrt{LC}} = \frac{c_0}{f\sqrt{\varepsilon_r}} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_r = \left(\frac{c_0}{f\cdot\lambda}\right)^2 = \frac{9}{4}}$$

En el problema.

El número de posiciones donde se puede colocar el primer stub es: $d' = 0'074\lambda + n\frac{\lambda}{2} = 0'148 + n$ metros
donde $n \in [0, 999] \in \mathbb{Z}$
(1000 posiciones en total)

El número de posiciones donde se puede colocar el segundo stub es: $d'' = 0'426\lambda + n\frac{\lambda}{2} = 0'852 + n$ metros
donde $n \in [0, 999] \in \mathbb{Z}$
(1000 posiciones en total.)

3.- Suponiendo que se ha realizado la adaptación del apartado 2, el esquema de este apartado es equivalente al siguiente:



$$\boxed{Z_{02} = \sqrt{\frac{L_2}{C_2}} = \sqrt{\frac{250\cdot 10^{-9}}{100\cdot 10^{-12}}} = \sqrt{2500} = 50\,\Omega}$$

$$\left.\begin{array}{l} 2 \le l_2 \le 5 \ \text{(metros)} \\ \lambda_2 = \dfrac{2\pi}{\beta_2} = \dfrac{1}{f\sqrt{L_2 C_2}} = 2\,m \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda_2 \le l_2 \le 2'5\,\lambda_2$$

La relación entre la potencia reflejada en A y la potencia incidente en A es:

$$\frac{P_{ref_A}}{P_{inc_A}} = |\rho_A|^2 = 0'1 \Rightarrow |\rho_A| = \sqrt{0'1} = 0'316 \text{ como máximo.}$$

Como la línea principal no tiene pérdidas $|\rho_C| = |\rho_A| = 0'316$ como máximo.

La admitancia $\bar{Y}_{L_C}\Big|_{100} = 1$. Si la posicionamos en la carta de Smith y le sumamos algo imaginario

$$\bar{Y}_C\Big|_{100} = 1 \pm j\,\text{algo} = 1 \pm \bar{Y}_2\Big|_{100}$$

Posicionamos por otro lado $|\rho_C| = 0'316$ y observamos que la parte imaginaria máxima que podemos sumar a $\bar{Y}_{L_C}\Big|_{100}$ es: $\pm 0'7$ (Normalizada a $100\,\Omega$)

$\bar{Y}_2'\Big|_{100} = +j0'7 \Rightarrow \bar{Y}_2'\Big|_{50} = j0'35$ Como partimos de un abierto en admitancias, la longitud máxima es de la línea l_2 es: (OJO, desde el abierto (Y=0) nos debemos mover hacia generador.)

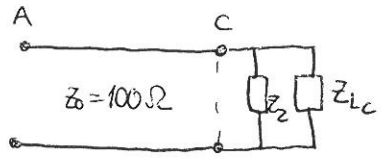
$$l_{2\,max}' = 0'053\lambda = 0'106\,m \quad \text{(Desde 0 hasta 0'106 m)}$$

$\bar{Y}_2''\Big|_{100} = -j0'7 \Rightarrow \bar{Y}_2''\Big|_{50} = -j0'35$ $\quad l_{2\,max}'' = 0'447\lambda = 0'894\,m$ (Desde 0'894 hasta 1 m)

Como la longitud debe ir desde 2 hasta 5 metros y a estas soluciones les podemos sumar $\frac{\lambda}{2} = 1$ metro, la solución final es:

Desde 2m hasta 2'106 m
" 3m " 3'106 m
" 4m " 4'106 m
" 2'894 m " 3 m
" 3'894 m " 4 m
" 4'894 m " 5 m

4.- Como $l_2 = 2m = \lambda$ y se carga con $Z_2 = 250\Omega$ el esquema es:



$Z_{LC} = 100\Omega$
$Z_2 = 250\Omega$

$$\boxed{|\rho_A| = |\rho_C|} = \left|\frac{(Z_2 // Z_{LC}) - 100}{(Z_2 // Z_{LC}) + 100}\right| = |-0'166| = \boxed{0'1\hat{6}}$$

5.- $P_{dg} = 0'125\ W \Rightarrow \boxed{P_{Z_2} + P_{Z_{LC}}} = 0'125 \cdot (1 - |\rho_A|^2) = \boxed{0'1215}$

Como están en paralelo: $P_{Z_2} = \frac{1}{2} |V|^2 \cdot \mathrm{Re}\left(\frac{1}{Z_2^*}\right) = \frac{|V|^2}{2 Z_2}$

$P_{Z_{LC}} = \frac{1}{2} \frac{|V|^2}{Z_{LC}}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{P_{Z_2}}{P_{Z_{LC}}} = \frac{Z_{LC}}{Z_2} = \frac{1}{2'5}} \Rightarrow$

$$\boxed{\begin{array}{l} P_{Z_2} = 0'0347\ W \\ P_{Z_{LC}} = 0'0868\ W \end{array}}$$

$P_{Z_{LC}} = P_{Z_L} = 0'0868\ W$ (Potencia disipada en Z_L porque la línea desde Z_{LC} hasta Z_L no tiene pérdidas y está adaptada).

$P_{Z_2} = 0'0347\ W$ (Es la potencia disipada en Z_2 porque la línea no tiene pérdidas).

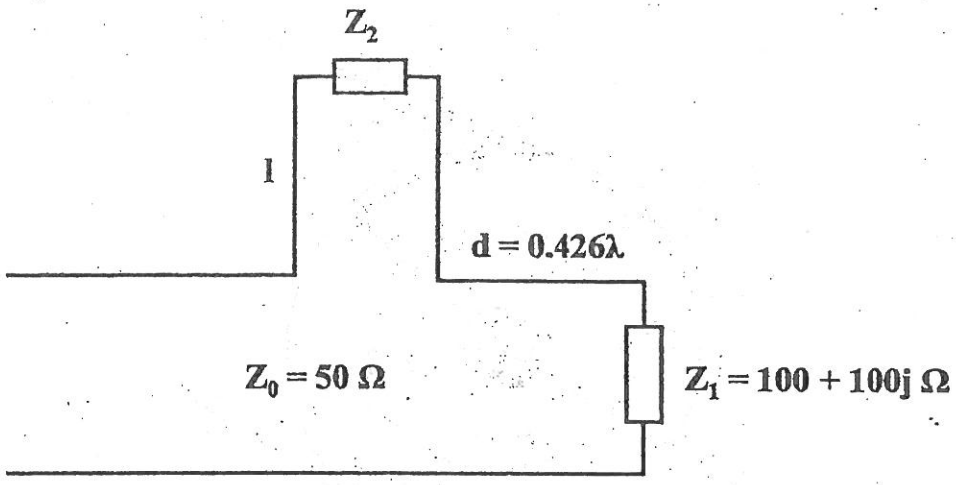
6.- Si podemos suponer bajas pérdidas no cambian las impedancias ni los coef. de reflexión pero en el tramo de A a C hay que suponer que se atenúa algo de potencia:

$$\boxed{P_{Z_2} + P_{Z_L}} = 0'125 \cdot (1 - |\rho_A|^2) \cdot e^{-2\alpha \cdot 1000m} = \left\{\alpha = \frac{G}{2}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{G \cdot 100}{2} = 10^{-3}\ Np/m\right\} = \boxed{0'01644}\ W$$

$$\frac{P_{Z_2}}{P_{Z_{LC}}} = \frac{1}{2'5} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} P_{Z_2} = 4'698 \cdot 10^{-3}\ W \\ P_{Z_{LC}} = P_{Z_L} = 0'01174\ W \end{array}}$$

PROBLEMA 2 (4 PUNTOS)

Se pretende adaptar una carga $Z_1 = 100 + 100j\ \Omega$ a una línea de impedancia característica $Z_0 = 50\ \Omega$ mediante la inserción a una distancia $d = 0.426\lambda$ de la carga de un sintonizador en serie de impedancia característica 50 ohmios y de longitud desconocida, terminado en una carga de valor Z_2 tal como se muestra en la figura.



a) Si la impedancia Z_2 es real, determine las posibles soluciones de l y Z_2 con las que se consigue adaptación perfecta.

b) En las condiciones del apartado anterior, calcule la potencia que se disipa en la cargas Z_1 y Z_2 en función de la potencia que suministra el generador, suponiendo que $Z_g = Z_0$.

c) Si se sustituye la carga Z_2 por un cortocircuito, explique de forma razonada si se puede adaptar el sistema modificando únicamente la longitud l del sintonizador.
En caso afirmativo calcule la longitud l con la que se consigue adaptar
En caso negativo calcule la longitud l con la que se consigue la máxima adaptación y determine en ese caso el coeficiente de reflexión.

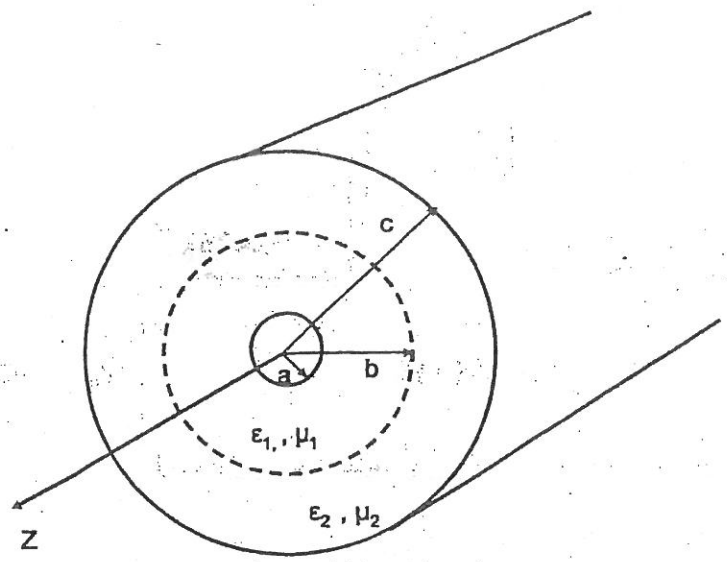
d) Si se sustituye la carga Z_2 por una carga de valor $50 + jX_2\ \Omega$, determine el valor o valores de X_2 que permiten realizar la adaptación.

e) Si se sustituye la carga Z_2 por una carga de valor $R_2 + jX_2$, donde X_2 puede tomar cualquier valor, indique para qué valores de R_2 es imposible realizar la adaptación.

22

PROBLEMA 3 (4 PUNTOS)

En el sistema de la figura se muestra dos superficies cilíndricas conductoras de radios *a* y *c* respectivamente, separadas por dos medios dieléctricos libres de cargas y de constantes dieléctrica y magnética igual a $\varepsilon_1 = 2\varepsilon_0$, $\mu_1 = \mu_0$ y $\varepsilon_2 = \varepsilon_0$, $\mu_2 = 2\mu_0$ El eje Z coincide con el eje de los cilindros.



El campo eléctrico tiene la siguiente expresión en coordenadas cilíndricas:

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{\rho}(A_1\,\hat{\rho} + B_1\,\hat{\varphi} + C_1\,\hat{z})\cos(\omega t - \beta z) \qquad a \le \rho \le b$$

$$\vec{E}_2 = \frac{1}{\rho}(A_2\,\hat{\rho} + B_2\,\hat{\varphi} + C_2\,\hat{z})\cos(\omega t - \beta z) \qquad b \le \rho \le c$$

$$\vec{E} = 0 \qquad \rho < a \;;\; \rho > c$$

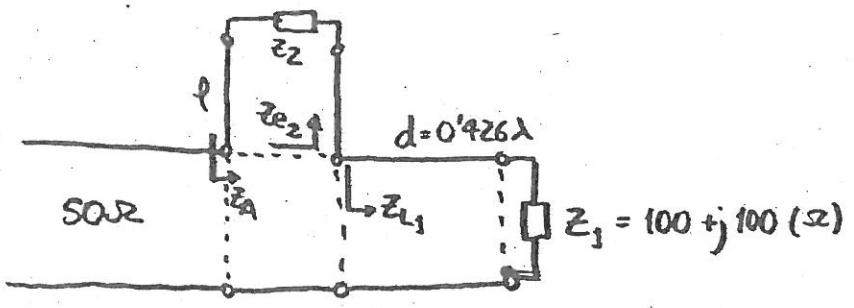
a) Determine qué valor deben tener las constantes A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2, para que el campo eléctrico y el vector desplazamiento eléctrico satisfagan las condiciones de contorno en las superficies conductoras y en la superficie de separación entre los dos dieléctricos.

b) Calcule la expresión temporal del campo magnético.

c) Compruebe que el campo magnético satisface las condiciones de contorno en las superficies conductoras y en la superficie de separación entre los dos dieléctricos.

d) Calcule la densidad superficial de carga en las superficies de ambos conductores.

e) Calcule la densidad de corriente superficial en las superficies de ambos conductores.



Solución:

a) Para adaptación debe ser:

$Z_A = 50\Omega$ y sabemos que:

Todo es dato y además como $\overline{Z}_1 = 2+2j$ desplazándonos en la C.S. $0'426\lambda$ hacia generador se obtiene $\overline{Z}_{L_1}$ que al denominar sale lo mismo.

$$\boxed{Z_{L_1}} = 50 \cdot \frac{Z_1 + j\,50 \cdot tg\left(\frac{2\pi}{\lambda}d\right)}{50 + j\,Z_1 \cdot tg\left(\frac{2\pi}{\lambda}d\right)} = \dots = \boxed{25 + j50}\ (\Omega)$$

$$tg\left(\frac{2\pi}{\lambda}d\right) = \boxed{-0'5}$$

$$\boxed{\overline{Z}_{L_1} = 0'5 + j}$$

Como $\overline{Z}_A = 1 = \overline{Z}_{e_2} + \overline{Z}_{L_1} \Rightarrow \boxed{\overline{Z}_{e_2} = 1 - \overline{Z}_{L_1} = 0'5 - j} \Rightarrow \boxed{Z_{e_2} = 25 - j50}\ (\Omega)$

NOTA: A lo largo de todo el problema mientras no cambie Z_{L_1}, es decir, mientras no cambien ni d ni Z_1 tendremos que $Z_{e_2} = 25 - j50, (\Omega)$ para que haya adaptación.

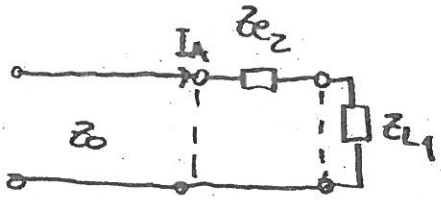
Por otro lado:

$$Z_{e_2} = 25 - j50 = 50 \cdot \frac{Z_2 + j\,50 \cdot tg\left(\frac{2\pi}{\lambda}\ell\right)}{50 + j\,Z_2 \cdot tg\left(\frac{2\pi}{\lambda}\ell\right)} \overset{Z_2 = R_2}{=} 50 \cdot \frac{R_2 + j\,50 \cdot tg(\ell_e)}{50 + j\,R_2 \cdot tg(\ell_e)}, (\Omega)$$

Operando con Re y Im en esta ecuación se obtiene:

$$R_2 = \begin{cases} 11'72\ (\Omega) \Rightarrow \\ 213'28\ (\Omega) \Rightarrow \end{cases} \quad \ell_e \begin{cases} 152^\circ \cong 0'422\lambda \\ 82'43^\circ \cong 0'229\lambda \end{cases}$$

b) Tenemos el siguiente esquema equivalente:



Como están en serie comparten corriente y como $Z_0 = Z_g$:

$$\boxed{P_{dg} = P_{t_2} + P_{t_1}} \quad \text{Ec.(1)}$$

$$\left.\begin{array}{l} P_{t_2} = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}[Z_{e_2}]\cdot|I_A|^2 \\ P_{t_1} = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}[Z_{L_1}]\cdot|I_A|^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{P_{t_2}}{P_{t_1}} = \frac{\mathrm{Re}[Z_{e_2}]}{\mathrm{Re}[Z_{L_1}]} = \frac{25}{25} = 1 \Rightarrow \boxed{P_{t_2} = P_{t_1}} \quad \text{Ec.(2)}$$

Así pues: $P_{t_1} = P_{t_2} = \frac{P_{dg}}{2}$

Como las líneas de longitud ℓ y d no tienen pérdidas ésta será la potencia disipada en Z_2 y Z_1 respectivamente.

c) No porque:

- Z_{e_2} será imaginaria pura.
- Z_{L_1} sigue siendo $25+j50$
- $Z_A = 50 = 25+j50 + Z_{e_2} \Rightarrow$ Imposible que, con Z_{e_2} imaginaria, la suma de Z_{e_2} con Z_{L_1} sea 50.

CÁLCULO DE ℓ para máxima adaptación:

Posicionamos $\overline{Z}_{L_1} = 0'5+j$ en la carta de Smith. Hay que sumarle algo imaginario ($\overline{Z}_{e_2}$) para conseguir el $|S|$ más bajo posible, por tanto, de la carta de Smith se obtiene que debemos llegar a $\overline{Z}_A = 0'5$ que es el punto más cercano al centro de todos los posibles valores con $\mathrm{Re}(\ ) = 0'5$, así pues: $\overline{Z}_{e_2}$ debe ser $-j\cdot Z_0$

$\overline{Z_{e_2}} = -j$.

Con este valor particulo de un cortocircuito en impedancias obtenemos:

$$\boxed{l = \frac{3\lambda}{8}} \Rightarrow \rho = \frac{-1}{3}$$

$Z_A = 25$

d) Para adaptar:

$\boxed{\overline{Z_{e_2}} = 0'5 - j}$ (la posicionamos en la C.S.)

Además:

$\boxed{\overline{Z_2}} = \frac{50 + jX_2}{50} = \boxed{1 + j\frac{X_2}{50}}$ (la posicionamos en la C.S.)

Nos desplazamos desde $\overline{Z_{e_2}}$ a $|\rho| = cte$ hacia carga hasta los puntos de corte con $\mathbb{R}e(\ ) = 1$ que es donde está $\overline{Z_2}$ obteniendo:

$\overline{Z_2}' = 1 - j1'55 \Rightarrow \boxed{X_2' = -50 \cdot 1'55\ (\Omega) = 77'5\ \Omega}$

$\overline{Z_2}'' = 1 + j1'55 \Rightarrow \boxed{X_2'' = +50 \cdot 1'55\ (\Omega) = 77'5\ \Omega}$

e) Observando en la circunferencia $|\rho| = cte$ que pasa por $\overline{Z_{e_2}}$ observamos que las únicas circunferencias $\mathbb{R}e$ que "NO TOCA" en su recorrido son aquellas mayores que 4'2 y menores que $\frac{1}{4'2}$ por tanto:

Es imposible realizar la adaptación si: $R_2 > 4'26\,50 = 213'28\ (\Omega)$

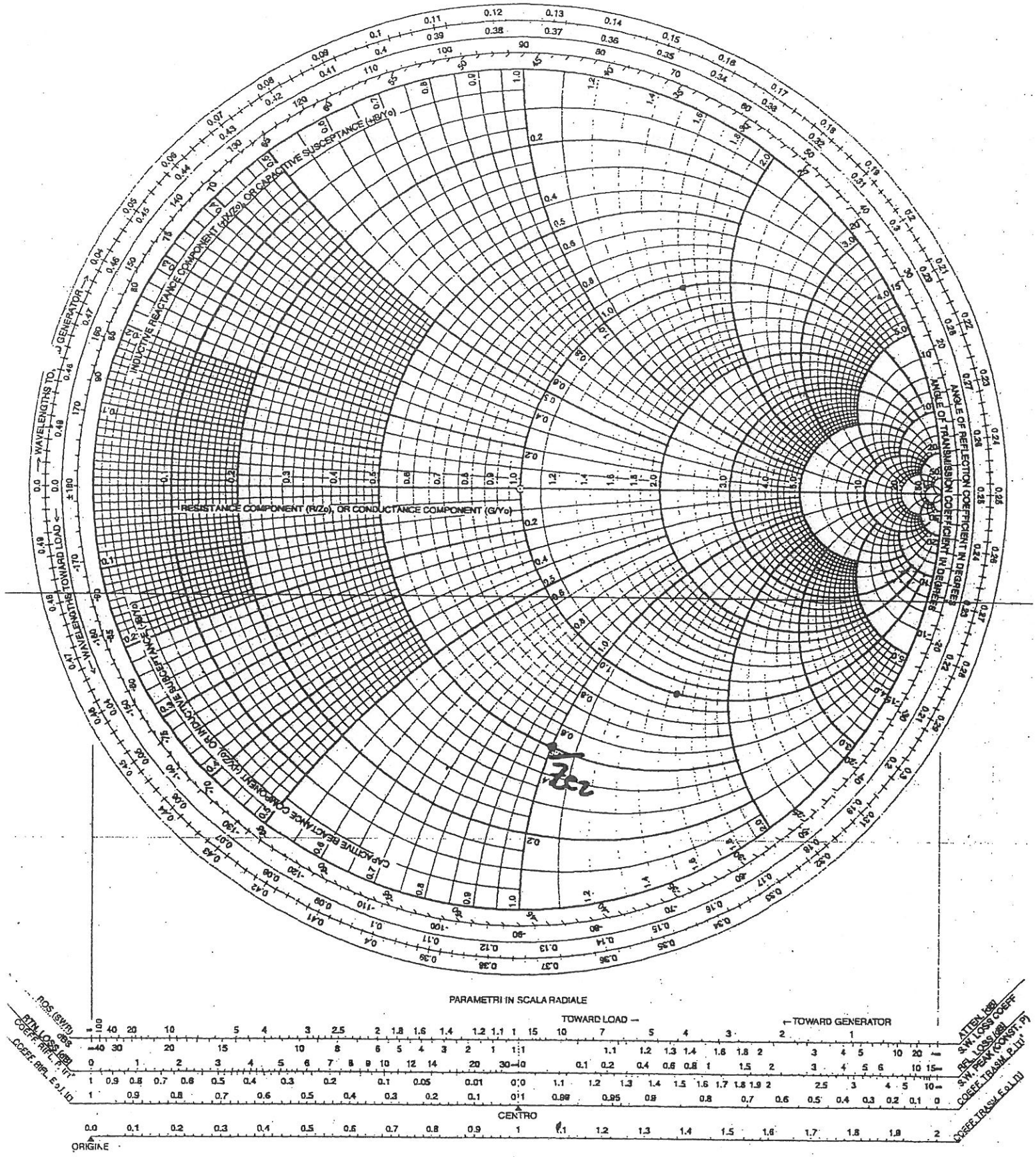
ó

$R_2 < \frac{1}{4'26} \cdot 50 = 11'72\ (\Omega)$

Carta di Smith

IEEE Student Branch dell'Università di Pavia

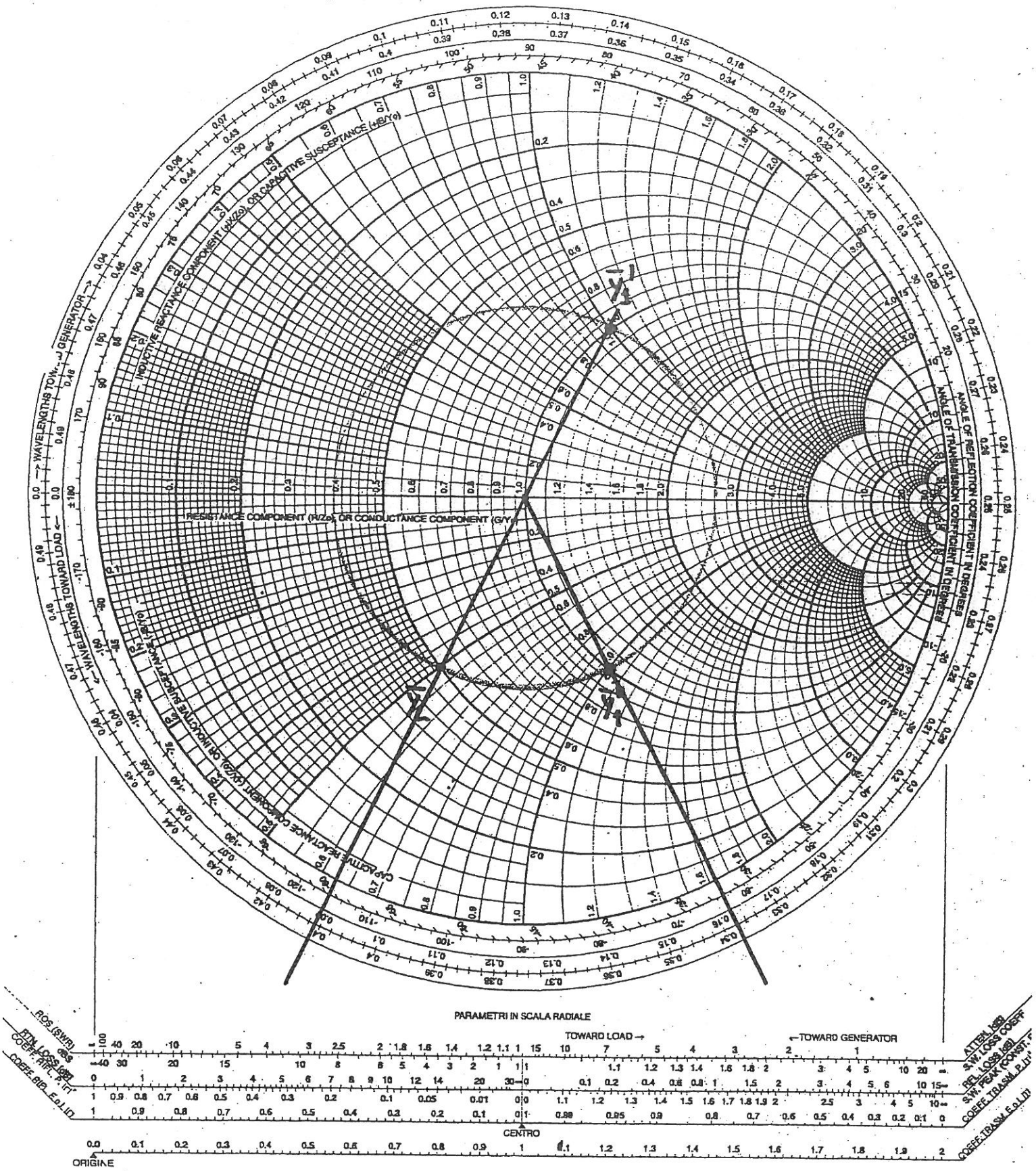
anno MMI



Carta di Smith

IEEE Student Branch dell'Università di Pavia

anno MMI

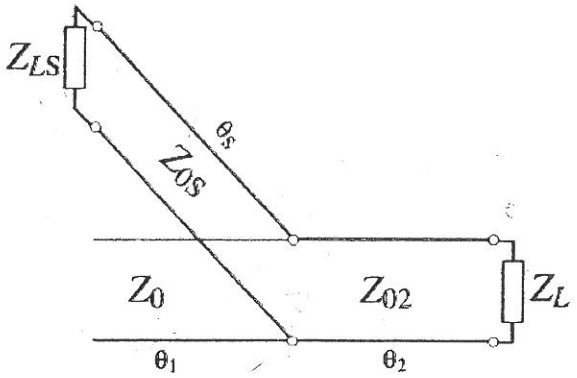


* Repaso Antes del Final

Julio 2013

PROBLEMA 2 (6 puntos)

La siguiente figura representa el circuito de adaptación de la impedancia Z_L desconocida mediante un stub en paralelo terminado en la impedancia $Z_{LS} = 0$. La longitud eléctrica del stub es $\theta_S = 32.3^o$ y su impedancia característica $Z_{0S} = 50\ \Omega$. La línea de transmisión que une la carga con el stub posee una impedancia característica $Z_{02} = 50\ \Omega$ y una longitud eléctrica $\theta_2 = 79^o$. La línea de transmisión a la que se conecta la red de adaptación posee una impedancia característica $Z_0 = 50\ \Omega$.



✓ 1.- Calcule la impedancia o impedancias Z_L que permiten que el circuito anterior esté adaptado. $Z_L = 100 + 100j\ \Omega$

✓ 2.- Con el primer valor de Z_L calculado en el apartado anterior indique si es posible un nuevo circuito de adaptación de impedancias. Para ello se debe cumplir que $0^o \le \theta_2 < 180^o$ y $0^o \le \theta_S < 180^o$. Si es posible calcule la nueva red de adaptación y en caso contrario indique por qué la solución es única. $\theta_2 = 130'32^o$ $\theta_S = 148^o$

Utilizando los datos del enunciado se construye el circuito y se mide un módulo de coeficiente de reflexión a la entrada de $|\rho_{ENT}| = 0.5$. Un análisis detallado del circuito demuestra que hay un error en Z_{0S}

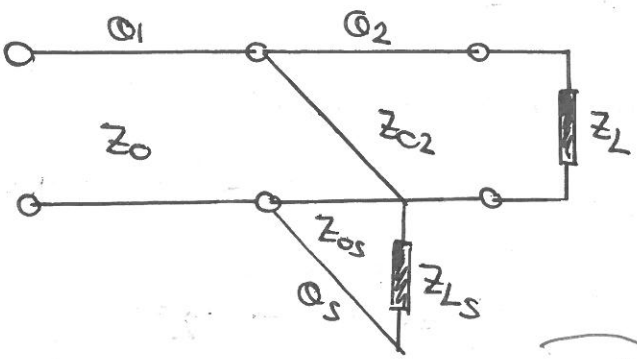
3.- Calcule el valor (los valores) de Z_{0S} que es (son) compatible(s) con la nueva medida. Recuerde que Z_{0S} es real y positivo. $Z_{0S} = 200\ \Omega$ $Z_{0S} = 28'57\ \Omega$

✓ 4.- Con el menor valor de Z_{0S} calculado en el apartado anterior indique si es posible la adaptación de impedancia modificando exclusivamente θ_S. Encuentre todas las soluciones factibles para $0^o \le \theta_S < 180^o$. Si la solución es imposible explique claramente la razón. $\theta_S = 48'24^o$

✓ 5.- Repita el apartado anterior si en lugar de variar θ_S lo único que se puede modificar es Z_{LS}. $Z_{0S} = 8'16\ \Omega$

6.- Repita el apartado anterior si en lugar de variar θ_S y Z_{LS} lo que se puede modificar (al mismo tiempo) es θ_2 y Z_{02}.

• Julio 2013 • Problema 2



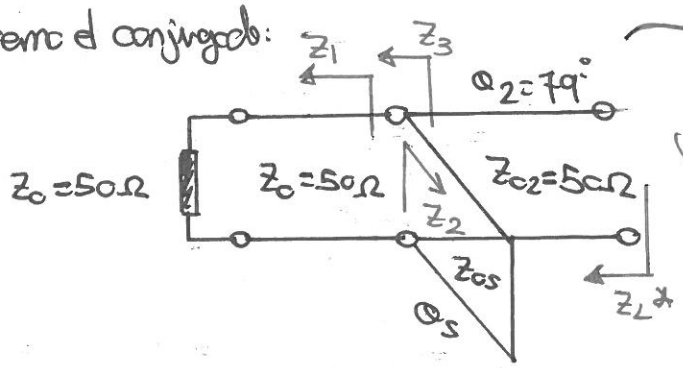
Datos

$Z_{Ls}=0$ | $Z_{o2}=50\Omega$ | $Z_o=50\Omega$

$\theta_s=32{,}3°$ | $\theta_2=79°$

$Z_{og}=50\Omega$

1) Hacemos el conjugado:



→ Las flechas rojas Z_1 y Z_3 se podrían haber colocado del revés.

$Z_1=\dfrac{Z_3\,Z_2}{Z_2+Z_3}$ y sería Z_L →

$Z_1=50\Omega$; $Z_2=50\cdot\dfrac{0+j50\,tg(32'3°)}{50+j0}=j31{,}61\Omega$;

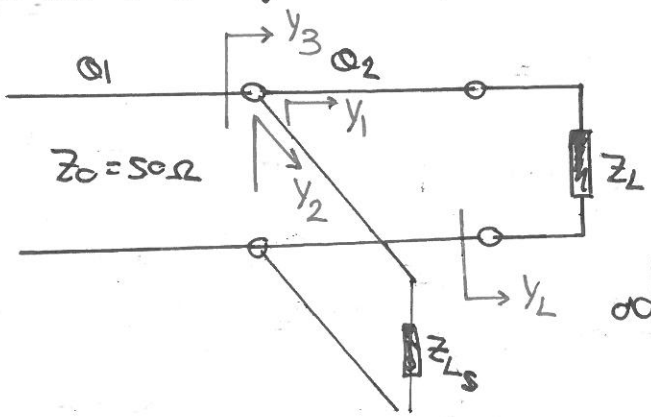
$Z_3=\dfrac{Z_1\cdot Z_2}{Z_1+Z_2}=14{,}277+j22{,}583\,\Omega$ →

→ $Z_L^*=50\cdot\dfrac{Z_3+j50\,tg(79°)}{50+jZ_3\,tg(79°)}=$

$=100{,}29-j100{,}09\,\Omega$

Será pues → $Z_L=100+j100$

2) Tenemos ahora el siguiente esquema:



$\bar{Z}_L=\dfrac{Z_L}{Z_{o2}}=2+j2$ a la carta y se pasa a $\bar{Y}_L$

Por otro lado, para que exista adaptación: $\bar{Y}_3=\bar{Y}_1+\bar{Y}_2$

Como $\bar{Y}_2$ es imaginaria para → $Re(Y_1)=1$

Además $\bar{Y}_1$ está en la misma $|\rho|=cte$ que $\bar{Y}_L$

$\bar{y}_1'=1+j1{,}58$ → $d_2'=0{,}219\lambda$ → $\theta_2'=78{,}84°=79°$ → Esta es la solución del enunciado → no pedida.

Del apartado a) $Z_2=j31{,}61\Omega$

$Y_2=\dfrac{1}{Z_2}$ → $\bar{Y}_2=\dfrac{50}{Z_2}=-j1{,}58$

$\bar{y}_1''=1-j1{,}58$ → $d_2''=0{,}362\lambda$ → $\theta_2''=130{,}32°$

$\bar{y}_2''=+j1{,}58$ → $d_s''=+0{,}41\lambda$ → $147{,}6°=\theta_s''$

** → mirar Z de las líneas

3] $|\rho_{ent}|=0,5$ ¿ $Z_{0s}\neq 50$ pero Red y positivo?

Como $Z_{02}=50\Omega$ y $\theta_2=79^\circ \longrightarrow \overline{y_1}\big|_{50}=1+j1,58$

Como $\overline{y_2}$ sigue siendo imaginaria pura, tenemos que la parte real $Re(\overline{y_3}|_{50})=1$

Por otro lado $\overline{y_3}|_{50}$ también está en la circunferencia $|\rho|=0,5$ (ROE = SWR = 3)

$\overline{y_3'}\big|_{50}=1+j1,18 \longrightarrow \overline{y_2'}|_{50}=\overline{y_3'}|_{50}-\overline{y_1'}|_{50}=-j0,4 \longrightarrow Z_{02}=Z_{0s}\cdot\dfrac{0+jZ_{0s}tg(32,3^\circ)}{Z_{0s}+0}=$

$=jZ_{0s}tg(32,3^\circ)$

$\overline{y_3''}\big|_{50}=1-j1,18 \longrightarrow \overline{y_2''}\big|_{50}=\overline{y_3''}\big|_{50}-\overline{y_1''}\big|_{50}=-j2,76$

$Z_{0s}''=\dfrac{50}{2,76\,tg(32,3^\circ)}=28,66\Omega$

$y_2=\dfrac{1}{Z_2}=\dfrac{-j}{Z_{0s}tg(32,3^\circ)}$

$\overline{y_2}|_{50}=\dfrac{-j50}{Z_{0s}tg(32,3^\circ)}=-j0,4$

$Z_{0s}=\dfrac{50}{0,4+tg(32,3^\circ)}=197,73\Omega=200\Omega$

4] ¿ θ_s para adaptación?

Elegimos $Z_{0s}=28,66\Omega$

Como está adaptado: $\overline{y_3}\big|_{50}=1$

Además NO CAMBIA $\overline{y_1}\big|_{50}=1+j1,58$

Debe ser: $\overline{y_2}\big|_{50}=-j1,58 \xrightarrow{**} \overline{y_2}\big|_{28,66}=-j1,58\cdot\dfrac{28,66}{50}=-j0,9 \longrightarrow d_s=0,133\lambda$

$\theta_s=47,88^\circ$

5] ¿ Z_{Ls} para adaptación? si $\theta_s=32,3$ y $Z_{0s}=28,66\Omega$?

Debe ser $\overline{y_2}\big|_{28,66}=-j0,9 \longrightarrow$ Nos desplazamos hacia carga $32,3^\circ\simeq 0,09\lambda$

$\overline{y_{Ls}}\big|_{28,66}=-j3,6 \longrightarrow Z_{Ls}=\dfrac{1}{y_{Ls}}=\dfrac{1}{\overline{y_{Ls}}\big|_{28,66}}\cdot 28,66=j7,96\Omega$ → es una bobina al final del stub.

6] Como está adaptado $\overline{y_3}\big|_{50}=1$

Como no se modifica ni θ_s ni Z_{Ls}: $\overline{y_2}\big|_{50}=-j1,58$

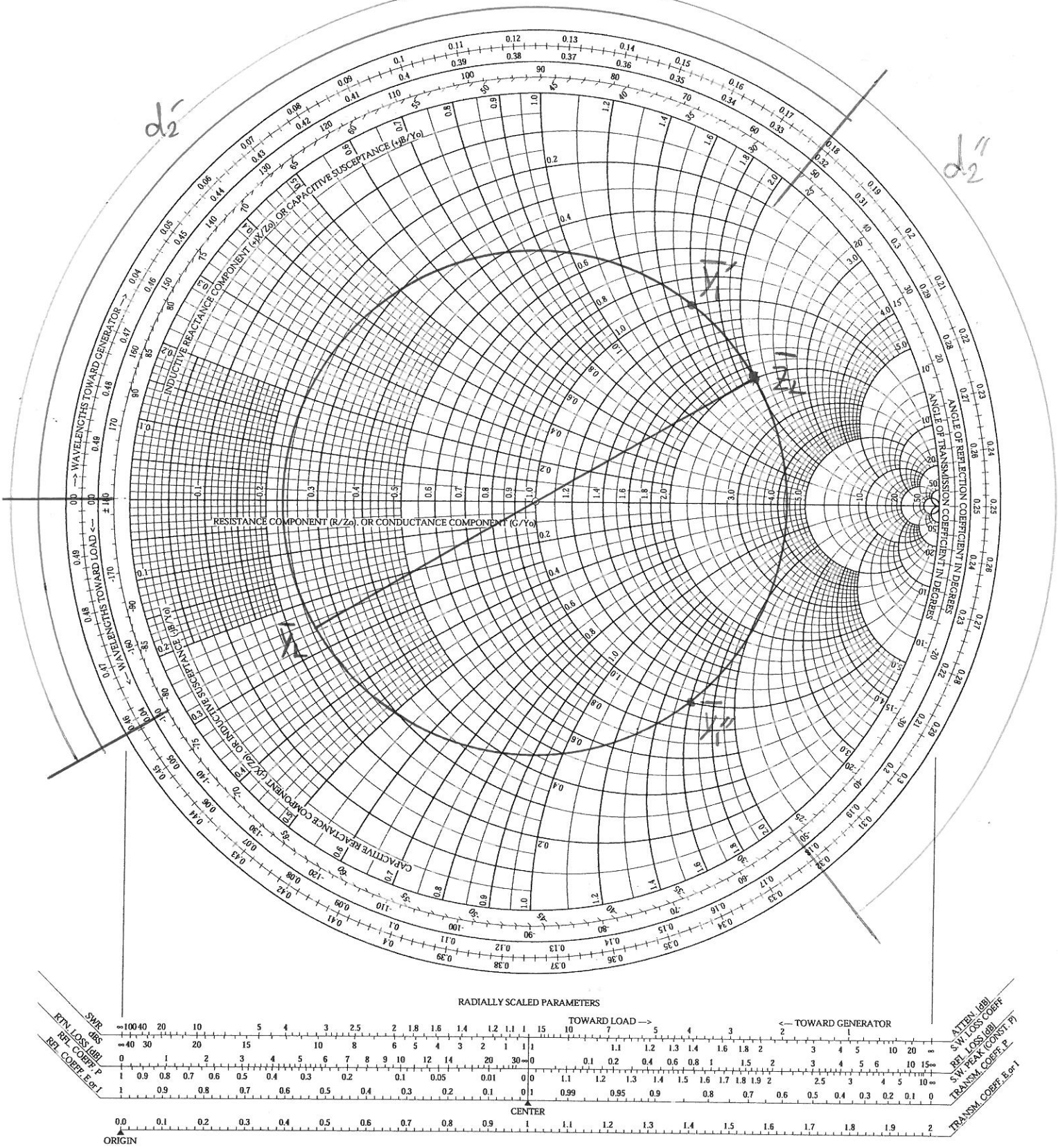
Por tanto: $\overline{y_1}\big|_{50}=1+j1,58 \longrightarrow y_1=\dfrac{1+j1,58}{50}$ (℧) ó (S)

Sabemos que $Z_L=100+j100\Omega \longrightarrow y_L=\dfrac{1}{Z_L}=0,005(1-j)$ (℧) ó (S) → Datos ó Carta.

Apuntes B Julio 2013

The Complete Smith Chart

Black Magic Design



6) *

$\longrightarrow$ Z_1 y Z_2 ó Y_1 e Y_2 deben estar en la misma circunferencia $|\rho| = cte$

$$|\rho| = \left|\frac{Z_L - Z_{o2}}{Z_L + Z_{o2}}\right| = \left|\frac{Z_1 - Z_{o2}}{Z_1 + Z_{o2}}\right|$$

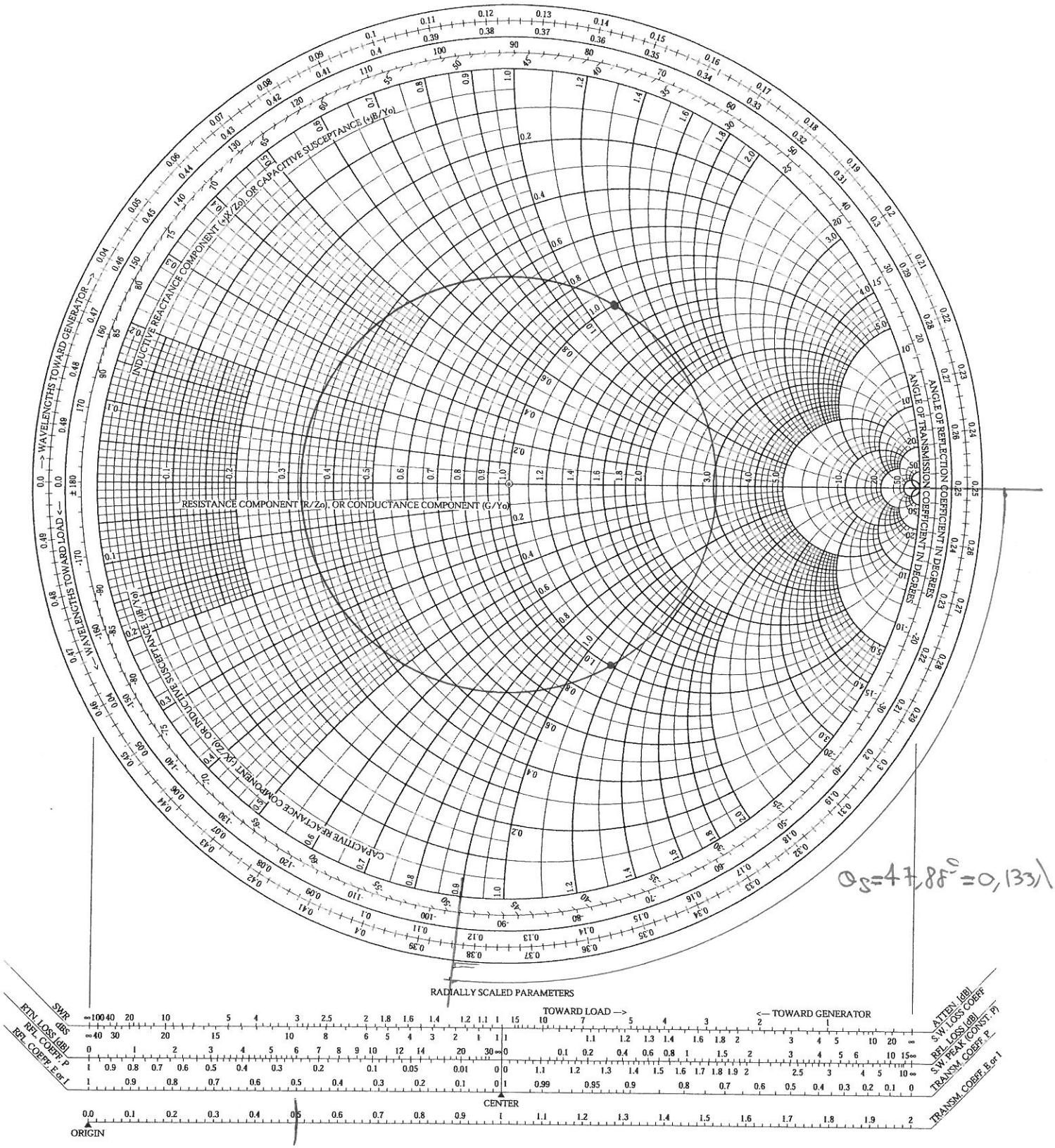
ó

$$|\rho| = \left|\frac{Y_{o2} - Y_L}{Y_{o2} + Y_L}\right| = \left|\frac{Y_{o2} - Y_1}{Y_{o2} + Y_1}\right|$$

Apontado C
Apontado d

The Complete Smith Chart

Black Magic Design



$\theta_S = 47{,}88^\circ = 0{,}1331\lambda$

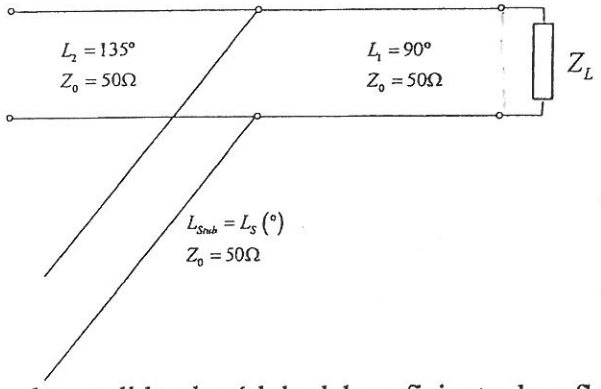
Año 2009 → Hacerlo obligatoriamente
Septiembre

PROBLEMA 2 (4 puntos)

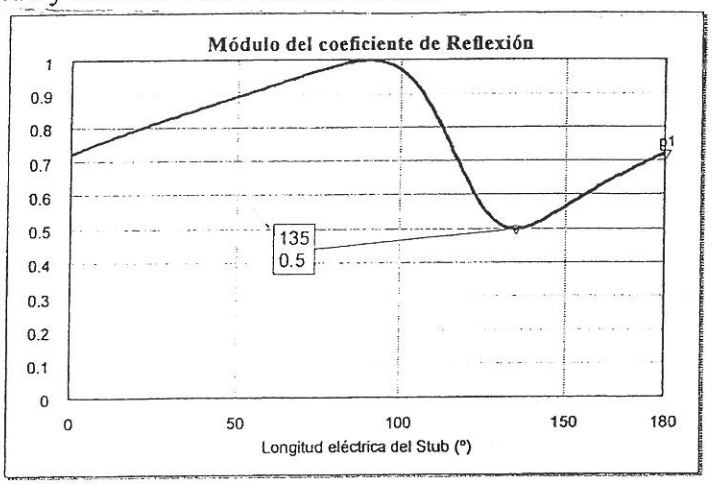
Dada una línea de transmisión de impedancia característica Z_0 cargada con una impedancia $Z_L = R_L + jX_L\ \Omega$, donde el valor del parámetro R_L está fijado y X_L es una variable a seleccionar.

1.- Demuestre que el valor que minimiza el módulo del coeficiente de reflexión a lo largo de la línea de transmisión ocurre cuando $X_L = 0$

Se dispone del siguiente circuito donde todas las líneas de transmisión son de $Z_0 = 50\Omega$.



Sobre dicho circuito se ha medido el módulo del coeficiente de reflexión en función de la longitud del stub y los resultados obtenidos son:



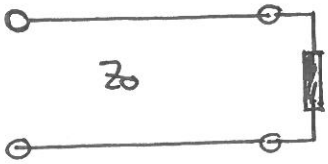
2.- Con los anteriores resultados encuentre los posibles valores de Z_L.

3.- Dibuje sobre el diagrama de Smith de impedancias el coeficiente de reflexión que se mide a la salida del circuito cuando la longitud del stub varía entre 0 y 180°. Si ha obtenido más de una solución en el apartado anterior elija aquella solución donde la parte real de Z_L sea mayor.

4.- Si se selecciona como longitud del stub aquella que minimiza el coeficiente de reflexión, indique en que posiciones de la línea de transmisión L_2 se puede colocar un stub en paralelo terminado en cortocircuito para obtener adaptación de impedancia. Proporcione todas las soluciones posibles e indique el tamaño del stub.

Septiembre 2009:

1)



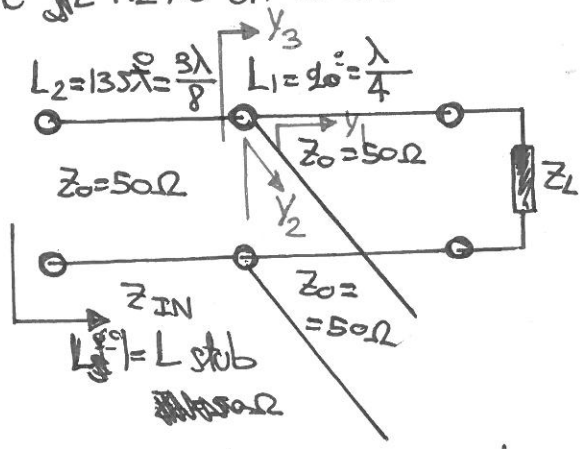
$$|\rho_L| = \left|\frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}\right| = \left|\frac{R_L - Z_0 + jX_L}{R_L + Z_0 + jX_L}\right| = \frac{\sqrt{(R_L - Z_0)^2 + X_L^2}}{\sqrt{(R_L + Z_0)^2 + X_L^2}}$$

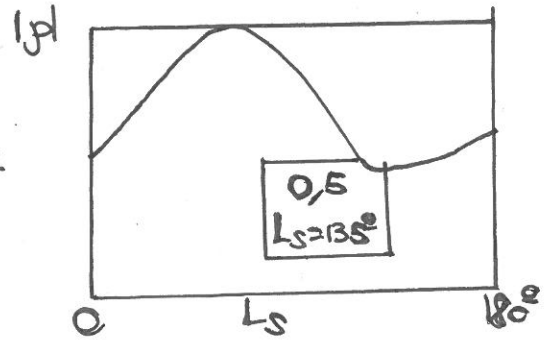
$$\frac{d|\rho_L|}{dX_L} = \ldots = \frac{X_L \cdot 8R_L \cdot Z_0}{\sqrt{(R_L - Z_0)^2 + X_L^2} \cdot \left[(R_L + Z_0)^2 + X_L^2\right]^{3/2}} = 0 \longrightarrow X_L \cdot 4 \cdot R_L \cdot Z_0 = 0 \longrightarrow X_L = 0$$

El máximo del $|\rho_L|$ es 1 y se consigue con:
- $Z_L = 0$
- $Z_L = \infty$ → Todos los casos fuera de la CS.
- $Z_L = jX_L$

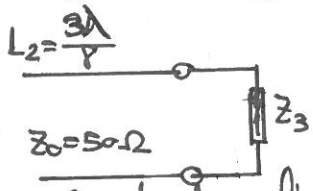
Como $R_L \neq 0$ en nuestro caso, el valor $X_L = 0$ es el que hace $|\rho|$ mín.

2)





El esquema dado es equivalente a:



Observando la gráfica el módulo del coeficiente de reflexión en mínimo ($|\rho_{min}| = 0{,}5$) si $L_S = 135°$ y del apartado a sabemos que Z_3 será real.

Posicionando $|\rho| = 0{,}5$ en la carta, los valores reales son: $\bar{Z}_3'\big|_{50} = 3 \rightarrow Z_3' = 150\Omega$

$\bar{Z}_3''\big|_{50} = \frac{1}{3} \rightarrow Z_3'' = \frac{50}{3}(\Omega) \rightarrow$

Cuando $L_S = 135° = \frac{3\lambda}{8}$ tenemos que $\bar{Y}_2\big|_{50} = -j \rightarrow Y_2 = -\frac{j}{50}(\mho)$ $\rightarrow \bar{Y}_3''\big|_{50} = 3$

Como $Y_3 = Y_1 + Y_2$ los posibles valores de Y_1 son:

$$\bar{Y}_1'\big|_{50} = \frac{1}{3} + j \rightarrow \bar{Z}_L'\big|_{50} = \frac{1}{3} + j \rightarrow Z_L' = \frac{50}{3} + j50\,\Omega$$

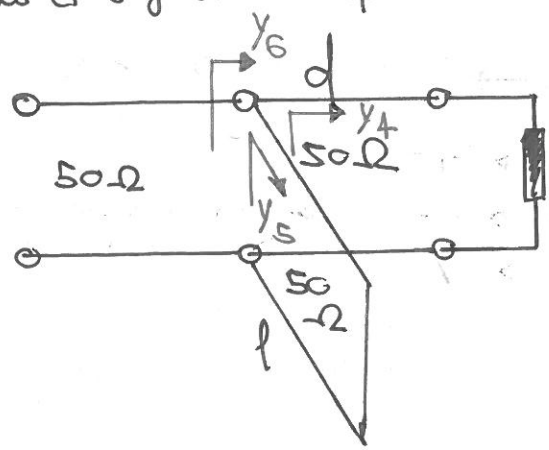
$$\bar{Y}_1''\big|_{50} = 3 + j \rightarrow \bar{Z}_L''\big|_{50} = 3 + j \rightarrow Z_L'' = 150 + j50\,\Omega$$

3) $Z_L = 150 + j50 \longrightarrow \bar{Z}_L = 3 + j$

Da igual representar ρ que los posibles valores de $\bar{Z}_{IN}$ (no $\bar{Y}_3$!!!) Truco

* Mirar Carta

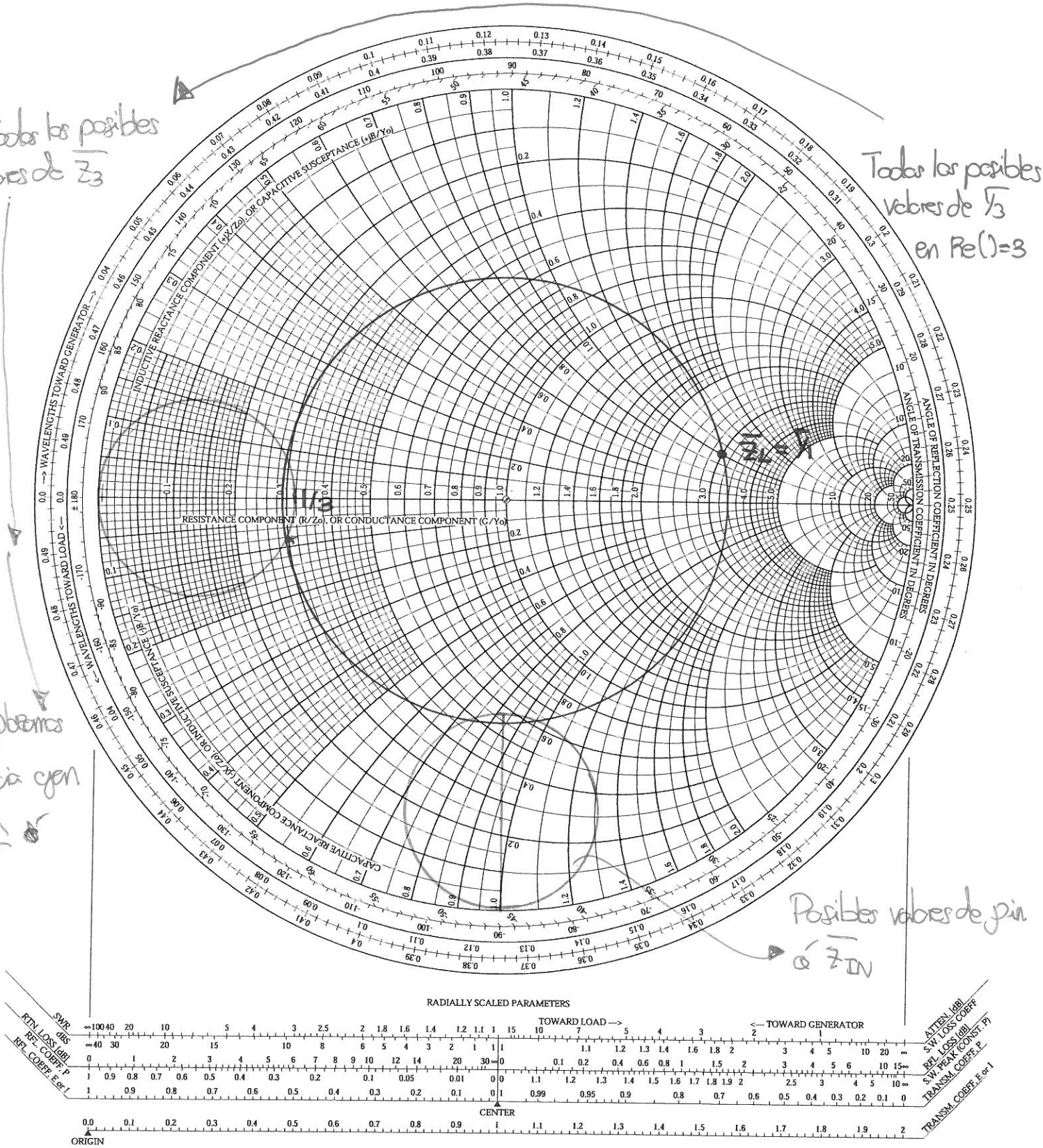
4) Tenemos el siguiente esquema:



$\bar{Y}_3 = 3$:
- Solución ①: $d' = 30{,}24°$, $l' = 138{,}96°$
- Solución ②: $d'' = 149{,}76°$, $l'' = 41{,}04°$

$\bar{Y}_3 = \frac{1}{3}$:
- Solución ①: $d' = 59{,}76°$, $l' = 41{,}04°$
- Solución ②: $d'' = 120{,}24°$, $l'' = 138{,}96°$

Septiembre 2009 - Apartado C

The Complete Smith Chart

Black Magic Design