

TEMA 4: CONDENSADORES Y DIELECTRICOS

PROBLEMA 1

$$\text{Si } \Delta V_f = 2\Delta V_0 \Rightarrow C?$$

Sabemos que la capacidad de un condensador viene dado por:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \Rightarrow \text{Como } \Delta V \text{ depende de la geometría del condensador, la capacidad se mantiene constante.}$$

PROBLEMA 2

La energía electrostática por unidad de volumen viene dada por:

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \Rightarrow \text{Para que } u = \text{cte} \Rightarrow E = \text{cte}$$

o Cilíndrico: $E \cdot 2\pi r \ell = \frac{\lambda \ell}{\epsilon_0} \Rightarrow E_{\text{interior}} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} \neq \text{cte } \forall r \in (a, b)$

* Siendo "a" el radio del cilindro interior
"b" el radio del cilindro exterior

$$u \neq \text{cte}$$

o Plano: En el interior de las placas:

$$\vec{E}_r = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \text{cte} \Rightarrow u = \text{cte}$$

PROBLEMA 3

La energía acumulada viene dada por $U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} C V^2$

Dado que está conectado a una batería $\Rightarrow V^2 = \text{cte}$, pero la capacidad varía al variar su geometría:

$$* \left[C = \frac{Q}{V} = \frac{\sigma \cdot A}{E \cdot d} = \frac{\sigma \cdot A}{\sigma / \epsilon_0 \cdot d} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \right] \Rightarrow C_f = \frac{\epsilon_0 A}{3d_0} = \frac{C_0}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{U_f} = \frac{1}{2} C_f V^2 = \frac{1}{2} \frac{C_0}{3} V^2 = \underline{\underline{\frac{1}{3} U_0}}$$

* Capacidad de un condensador PLANO - PARALELO en función de la distancia entre sus placas.

PROBLEMA 4

a) Si insertamos un dieléctrico $\Rightarrow V = V_0 / \epsilon_r$ con $\epsilon_r > 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \underline{C} = \frac{Q}{V} = \epsilon_r \frac{Q}{V_0} = \underline{\underline{\epsilon_r C_0}} \Rightarrow \text{VERDADERO}$

b) FALSO. La cantidad de carga en las placas NO depende de insertar material en el condensador.

* Un dieléctrico, a pesar de ser un material cargado de manera interna, su carga NETA es NULA.

c) VERDADERO. Dado que está conectado a la batería, la reducción de voltage por el dieléctrico: $V = \frac{V_0}{\epsilon_r}$ la compensa la batería haciendo que $V_f \rightarrow V_0 \Rightarrow \underline{E = d \cdot V = \text{cte}}$

d) FALSO. Dado que la energía es: $U = \frac{1}{2} C V^2$
 $C_1 = \epsilon_r C_0 \Rightarrow \underline{U_1} = \frac{1}{2} \epsilon_r C_0 V^2 = \underline{\epsilon_r U_0} \rightarrow \text{CRECE}$

PROBLEMA 5

$Q = 30 \mu C$ „ $\Delta V = 400 V \rightarrow C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{30 \cdot 10^{-6}}{400} = 7,5 \cdot 10^{-8} F = \underline{75 nF}$

PROBLEMA 6

$C = 20 \mu F$ „ $Q = \pm 5 \mu C \rightarrow \underline{U} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{(5 \cdot 10^{-6})^2}{2 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = \underline{6,25 \cdot 10^{-7} J}$

PROBLEMA 7

Plano paralelo $\rightarrow A = 2 m^2$ „ $d = 1 mm$ „ $V = 100 V$

a) El campo será: $\underline{E} = V/d = 100/10^{-3} = \underline{10^5 N/C}$

b) $\underline{u} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot (10^5)^2 = \underline{44,3 mJ/m^3}$

c) $\underline{U} = u \cdot \text{Volumen} = u \cdot A d = 44,3 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3} = \underline{88,6 \mu J}$

d) $U = \frac{1}{2} C V^2$ „ $C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \Rightarrow \underline{U} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_0 A}{d} \cdot V^2 = \underline{88,5 \mu J} \checkmark$

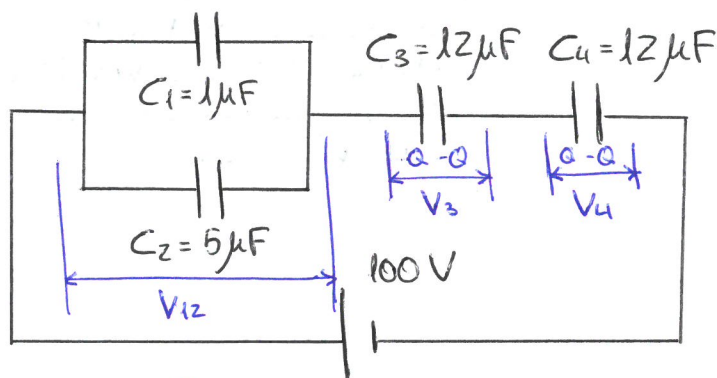
PROBLEMA 8

Plano paralelo $\rightarrow C = 0,1 \mu F$ „ $V = 200 V$ „ $k = \epsilon_r = 24$ „ $E = 4 \cdot 10^7 V/m$

a) d ? Como $V = E \cdot d \rightarrow \underline{d} = V/E = 5 \cdot 10^{-6} m = \underline{5 \mu m}$

b) A ? Como $C = \frac{\epsilon A}{d} = \epsilon_r \frac{\epsilon_0 A}{d} \rightarrow \underline{A} = \frac{C \cdot d}{\epsilon_r \epsilon_0} = \underline{2,35 \cdot 10^{-3} m^2}$

PROBLEMA 9



a) $C_{12} = C_1 + C_2 = 6 \mu F$
 $\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{1}{C_T} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$
 $\underline{C_T = 3 \mu F}$

b) $C_T = \frac{Q_T}{V} \rightarrow \underline{Q_T} = C_T \cdot V = \underline{300 \mu C}$

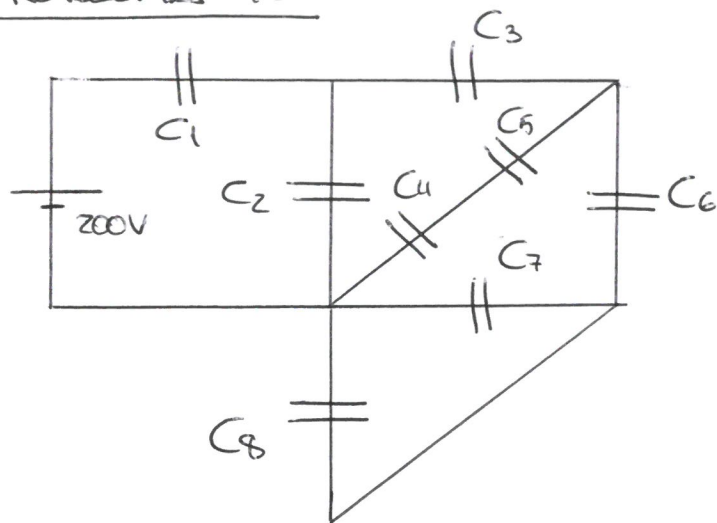
c) Como la carga está directamente relacionada con la intensidad

$C_3 = \frac{Q_T}{V_3} \rightarrow V_3 = \frac{300 \mu C}{12 \mu F} = \underline{25 V} = V_4$

$C_{12} = \frac{Q_T}{V_{12}} \rightarrow V_{12} = \frac{300 \mu C}{6 \mu F} = \underline{50 V}$

$C_1 = \frac{Q_1}{V_{12}} \rightarrow \underline{Q_1} = 1 \mu F \cdot 50 = \underline{50 \mu C}$
 $C_2 = \frac{Q_2}{V_{12}} \rightarrow \underline{Q_2} = 5 \mu F \cdot 50 = \underline{250 \mu C}$

PROBLEMA 10



$$C_1 = C_2 = C_3 = C_8 = 1 \mu F$$

$$C_4 = C_5 = C_6 = C_7 = 2 \mu F$$

a) Para sacar la C_T , vamos reduciendo el esquema del circuito.

$$C_{78} = C_7 + C_8 = 3 \mu F \text{ (paralelo)}$$

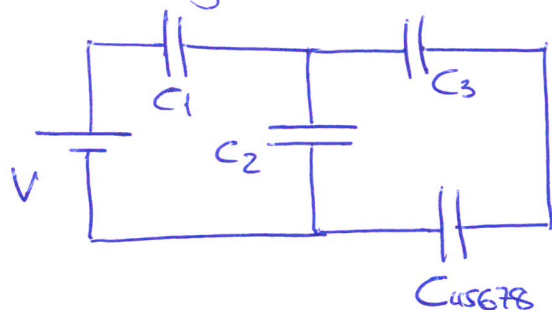
$$C_{678} \Rightarrow \frac{1}{C_{678}} = \frac{1}{C_{78}} + \frac{1}{C_6} \text{ (serie)}$$

$$C_{678} = \frac{3 \cdot 2}{3+2} = 6/5 \mu F$$

$$C_{45} \Rightarrow \frac{1}{C_{45}} = \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5} \Rightarrow C_{45} = \frac{C_4 \cdot C_5}{C_4 + C_5} = \frac{2 \cdot 2}{2+2} = 1 \mu F \text{ (serie)}$$

$$C_{45678} = C_{45} + C_{678} = 1 + 6/5 = 11/5 \mu F \text{ (paralelo)}$$

Redibujamos el circuito equivalente actual



Seguimos...

$$\frac{1}{C_{3-8}} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_{4-8}} \Rightarrow C_{3-8} = \frac{1 \cdot 11/5}{1 + 11/5} = 11/16 \mu F$$

$$C_{2-8} = C_2 + C_{3-8} = 1 + \frac{11}{16} = \frac{27}{16} \mu F$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{2-8}} \Rightarrow C_T = \frac{1 \cdot 27/16}{1 + 27/16} = \underline{\underline{\frac{27}{43} \mu F}}$$

b) La carga total será:

$$C_T = \frac{Q_T}{V} \Rightarrow \underline{\underline{Q_T = C_T \cdot V = 125,6 \mu C}}$$

c) Para sacar los potenciales y la carga de cada condensador, debemos analizar el circuito al revés que en a)

$$C_1 = \frac{Q_T}{V_1} \Rightarrow \underline{\underline{V_1 = \frac{Q_T}{C_1} = 125,6 V}}$$

$$C_{2-8} = \frac{Q_T}{V_{2-8}} \Rightarrow V_{2-8} = \frac{Q_T}{C_{2-8}} = \frac{125,6}{27/16} = 74,4 V \left\{ \begin{array}{l} Q_2 = 1 \mu F \cdot 74,4 = \underline{\underline{74,4 \mu C}} \\ Q_{3-8} = \frac{11}{16} \cdot 74,4 = \underline{\underline{51,2 \mu C}} \end{array} \right.$$

$$Q_{3-8} = Q_3 = Q_{4-8} \Rightarrow \underline{\underline{V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = 51,2 V}}$$

$$V_{4-8} = \frac{Q_{4-8}}{C_{4-8}} = 23,3 V$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{45} = 1 \mu F \cdot 23,3 = 23,3 \mu C \\ Q_{678} = \frac{6}{5} \mu F \cdot 23,3 = 27,9 \mu C \end{array} \right.$$

$$V_4 = \frac{Q_{45}}{C_4} = \underline{\underline{11,65 V}} \quad \dots \quad V_5 = \frac{Q_{45}}{C_5} = \underline{\underline{11,65 V}}$$

$$V_6 = \frac{Q_{678}}{C_6} = \underline{\underline{13,95 \text{ V}}}$$

$$V_{78} = \frac{Q_{678}}{C_{78}} = 9,3 \text{ V} \quad \left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{Q_8}} = 1 \mu\text{F} \cdot 9,3 = \underline{\underline{9,3 \mu\text{C}}} \\ \underline{\underline{Q_7}} = 2 \mu\text{F} \cdot 9,3 = \underline{\underline{18,6 \mu\text{C}}} \end{array} \right.$$

Agrupando resultados:

$$Q_1 = 125,6 \mu\text{C} \longrightarrow V_1 = 125,6 \text{ V}$$

$$Q_2 = 74,4 \mu\text{C} \longrightarrow V_2 = 74,4 \text{ V}$$

$$Q_3 = 51,2 \mu\text{C} \longrightarrow V_3 = 51,2 \text{ V}$$

$$Q_4 = 23,3 \mu\text{C} \longrightarrow V_4 = 11,65 \text{ V}$$

$$Q_5 = 23,3 \mu\text{C} \longrightarrow V_5 = 11,65 \text{ V}$$

$$Q_6 = 27,9 \mu\text{C} \longrightarrow V_6 = 13,95 \text{ V}$$

$$Q_7 = 18,6 \mu\text{C} \longrightarrow V_7 = 9,3 \text{ V}$$

$$Q_8 = 9,3 \mu\text{C} \longrightarrow V_8 = 9,3 \text{ V}$$

PROBLEMA 11

El esquema es similar a:

$$C_{12} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_0}{2} = C_{45}$$

$$C_T = C_{12} + C_3 + C_{45} = \frac{C_0}{2} + C_0 + \frac{C_0}{2}$$

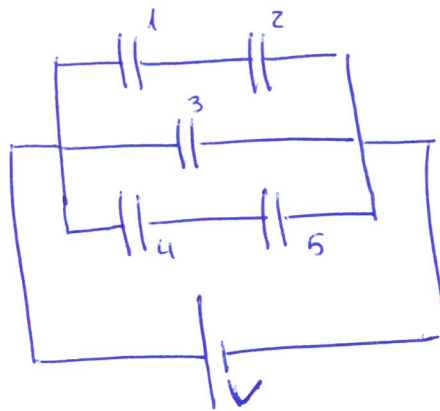
$$\underline{\underline{C_T = 2C_0 = 60 \mu\text{F}}}$$

$$\underline{\underline{Q_T = C_T \cdot V = 18 \text{ mC}}}$$

$$Q_{12} = C_{12} \cdot V = 4,5 \text{ mC} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_1 = \frac{Q_{12}}{C_1} = 150 \text{ V} \\ V_2 = \frac{Q_{12}}{C_2} = 150 \text{ V} \end{array} \right.$$

$$Q_3 = C_3 \cdot V = 9 \text{ mC} \longrightarrow V_3 = V = 300 \text{ V}$$

$$Q_{45} = C_{45} \cdot V = 4,5 \text{ mC} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_4 = 150 \text{ V} \\ V_5 = 150 \text{ V} \end{array} \right.$$



$$C_0 = 30 \mu\text{F}$$

$$V = 300 \text{ V}$$