

30/04/2019

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

- 1.− Enuncia con propiedad y demuestra **uno** de los siguientes teoremas:
- a) Existencia local de soluciones de ecuaciones diferenciales escalares autónomas.
 - b) El grafo de la solución maximal de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias sale de cualquier compacto contenido en su dominio.

- 2.− Sea $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^3$ un abierto y sea $g: \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua, tal que todo punto de $\mathcal{D}$ tiene un entorno tal que

$$|g(t, z_1, z_2) - g(t, x_1, x_2)| \leq L \max\{|z_1 - x_1|, |z_2 - x_2|\},$$

para cierta constante $L > 0$ y para toda pareja de puntos (t, x_1, x_2) , (t, z_1, z_2) en dicho entorno. Demostrar que para cada $(t_0, y_0, v_0) \in \mathcal{D}$, existe un único intervalo abierto $J_{t_0, y_0, v_0} \subset \mathbb{R}$ y una única solución $y = \gamma_{t_0, y_0, v_0}(t)$ del problema de valor inicial

$$\begin{cases} \ddot{y} = g(t, y, \dot{y}) \\ y(t_0) = y_0 \\ \dot{y}(t_0) = v_0, \end{cases}$$

definida en dicho intervalo, tal que si $\eta: I \rightarrow \mathbb{R}$ es otra solución de dicho problema, entonces $I \subset J_{t_0, y_0, v_0}$ y $\eta(t) = \gamma_{t_0, y_0, v_0}(t)$ para todo $t \in I$.