

Examen Parcial

Métodos Matemáticos de Bioingeniería
Ingeniería Biomédica

23 de Noviembre 2018

El tiempo para realizar el examen es de dos horas. Se puede utilizar la calculadora y dos hojas con anotaciones.

- Nombre:
- Apellidos:
- DNI:

Problemas

1. La trayectoria de una nave en el espacio, que se dirige al encuentro de otra nave (*rendezvous*), viene dada por las siguientes ecuaciones paramétricas:

$$\begin{cases} x = 3t^3 + 7 \\ y = 2 - t^3 \\ z = 5t^3 + 1 \end{cases}$$

La nave empieza el viaje en el instante $t = 0$, donde el tiempo se mide en segundos y la distancia en metros.

- (a) **(0.5 puntos)** ¿Sigue la nave una trayectoria rectilínea? En tal caso, ¿es el movimiento uniforme? Razona tu respuesta.
 - (b) **(1 punto)** Si el punto de encuentro está en el plano $\pi : (x - 88) + (y + 25) + (z - 136) = 0$, ¿en qué instante de tiempo llega la nave al encuentro?
 - (c) **(2 puntos)** Reparametrizar la trayectoria de $\mathbf{x}(t)$ como $\mathbf{x}(s)$ donde s es el parámetro longitud de arco. ¿En qué instante de tiempo llegaría la nave al encuentro si siguiese la trayectoria con una velocidad constante de 1 m/s?
2. Considera la figura descrita por la ecuación en coordenadas cilíndrica siguiente: $(r/a)^2 + (z/b)^2 = 1$ con $a, b \in \mathbb{R}$ constantes.
 - (a) **(1 punto)** Identifica la figura geométrica que se obtiene cuando $\theta = \pi$.
 - (b) **(0.5 puntos)** Describe cómo se puede generar la superficie de la ecuación. Ayúdate de un dibujo.

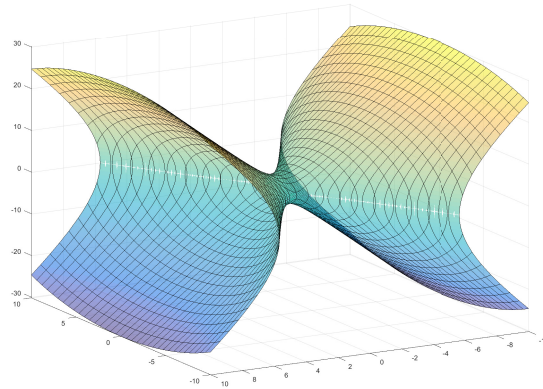
- (c) **(0.5 puntos)** Supón que la ecuación modeliza la membrana de una célula. Describe algebraicamente el interior de la célula. Utiliza coordenadas cilíndricas para ello.

3. **(2 puntos)** Considera la función

$$g(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^4+y^4} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Estudia la continuidad, la existencia de las derivadas parciales y la diferenciabilidad de la función g en el punto $(0, 0)$.

4. Supón que para modelizar de forma aproximada la superficie de una de las piezas de una prótesis articular se utiliza el hiperboloide que se representa en la figura siguiente



Dicho hiperboloide viene dado por la ecuación

$$3x^2 - 9y^2 + z^2 = 10$$

- (a) **(1.5 puntos)** Calcula los puntos del hiperboloide donde el plano tangente es paralelo al plano

$$-6x + 18y + 8z = 7$$

- (b) **(1 punto)** Calcula la distancia existente entre los puntos obtenidos en el apartado a) y la recta

$$r : \begin{cases} -6x + 18y + 8z & = 0 \\ 2x + 2y - 3z & = 0 \end{cases}$$