

INSTRUCCIONES GENERALES: Deben contestarse de forma razonada las preguntas indicadas más abajo. Se permite el uso de calculadora científica no programable, compás y regla. **Cualquier otro material está prohibido.**

Cuestiones

- Q1.** (1 punto) Una barra metálica se mueve transversalmente a su eje, con velocidad constante y en el seno de un campo magnético cuya dirección es perpendicular a la trayectoria de la barra. ¿Qué fenómeno ocurre en la barra? ¿Se establece una corriente? ¿Se ejerce algún tipo de fuerza en la barra? Razone la respuesta.
- Q2.** (1 punto) ¿Qué resultado refleja la siguiente expresión? Identifique cada término y analice razonadamente su significado.

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{1}{2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \frac{1}{2} \mathbf{H} \cdot \mathbf{B} \right) dv = \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} dv + \int_S \mathbf{S} \cdot d\mathbf{s}$$

- Q3.** (1 punto) Determine el coeficiente de reflexión en la carga y haga un diagrama de onda estacionaria para el voltaje en una línea de transmisión de impedancia característica Z_o que termina en: a) un circuito abierto; b) un cortocircuito; c) una impedancia igual a Z_o .
- Q4.** (1 punto) Realice el análisis del diagrama de radiación de una agrupación vertical lineal de radiadores cuyo factor de agrupación viene dado por

$$f(\theta) = \frac{\text{sen}(N\Psi/2)}{\text{sen}(\Psi/2)}$$

$$\text{con } \Psi = \delta + kd \cos \theta$$

Ejercicios

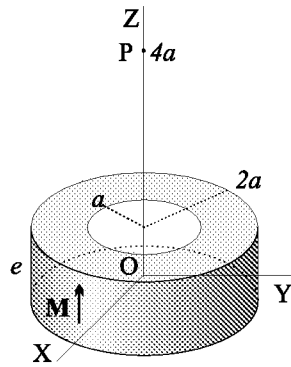
E1. (3 puntos) El campo eléctrico de una onda plana electromagnética que se propaga en la dirección del eje Z en un medio no magnético y de permitividad $\varepsilon = 4\varepsilon_o$ viene dado por

$$\hat{\mathbf{E}} = \mathbf{u}_x 20e^{-j20\pi z} + \mathbf{u}_y 10e^{-j(20\pi z - 0,25\pi)}$$

Determinar:

- (a) El tipo de polarización de la onda.
- (b) La frecuencia y la longitud de onda de la señal.
- (c) Los valores máximos de la amplitud del campo eléctrico y magnético
- (d) El vector de Poynting complejo y el promedio del vector de Poynting.

E2. (3 puntos) Disponemos una arandela imanada como muestra la figura adjunta. La imanación no es homogénea y viene dada por $\mathbf{M}(\rho, z, \varphi) = \mathbf{u}_z M_o(1 - \rho/2a)$.



- (a) Calcular las densidades de corriente de imanación (superficiales y de volumen).
- (b) Calcular el momento dipolar magnético de la arandela.
- (c) Utilizando el momento magnético de la arandela, calcular el campo magnético en el punto P $(0, 0, 4a)$ suponiendo que $4a \gg e$.

FORMULARIO

$$\varepsilon_o = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \quad ; \quad \mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

CÁLCULO VECTORIAL**Rotacional**

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{\rho} \begin{vmatrix} \mathbf{u}_\rho & \rho \mathbf{u}_\varphi & \mathbf{u}_z \\ \partial/\partial\rho & \partial/\partial\varphi & \partial/\partial z \\ A_\rho & \rho A_\varphi & A_z \end{vmatrix}, \quad \nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \begin{vmatrix} \mathbf{u}_r & r \mathbf{u}_\theta & (r \sin \theta) \mathbf{u}_\varphi \\ \partial/\partial r & \partial/\partial \theta & \partial/\partial \varphi \\ A_r & r A_\theta & (r \sin \theta) A_\varphi \end{vmatrix}$$

CAMPO MAGNÉTICO EN MATERIALES

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_o}{4\pi r^5} (3\mathbf{r}(\mathbf{m} \cdot \mathbf{r}) - \mathbf{m} r^2), \quad \mathbf{K}_m = \mathbf{M} \times \mathbf{n}, \quad \mathbf{J}_m = \nabla \times \mathbf{M}$$

PROPAGACION LIBRE

$$\hat{\mathbf{H}} = \frac{1}{Z} \hat{k} \times \hat{\mathbf{E}} \quad ; \quad Z = \sqrt{\mu/\varepsilon} \quad ; \quad \varepsilon_c = \varepsilon' - j \frac{\sigma}{\omega} \quad ; \quad k = \omega \sqrt{\mu \varepsilon}$$

$$\alpha = \omega \left[\frac{\mu \varepsilon'}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \right)^2} - 1 \right]^{1/2} \quad ; \quad \beta = \omega \left[\frac{\mu \varepsilon'}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \right)^2} + 1 \right]^{1/2}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon'}} \left(1 - j \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \right)^{-1/2} \quad ; \quad v_{ph} = \omega / \beta \quad ; \quad \lambda = 2\pi / \beta \quad ; \quad \langle S \rangle = \frac{1}{2} \Re [\hat{\mathbf{E}} \times \hat{\mathbf{H}}^*]$$

$$\text{Si } \varepsilon''/\varepsilon' \gg 1 \Rightarrow \delta = 1/\alpha \quad ; \quad Z_c = (1 + j) \frac{\alpha}{\sigma}$$

$$\Gamma = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad ; \quad \tau = 1 + \Gamma$$

PROPAGACIÓN GUIADA

$$\beta^2 = k^2 - k_c^2$$

$$\begin{aligned} \hat{E}_x &= \frac{-j}{k_c^2} \left[\beta \frac{\partial \hat{E}_z}{\partial x} + \omega \mu \frac{\partial \hat{H}_z}{\partial y} \right] \quad ; \quad \hat{E}_y = \frac{j}{k_c^2} \left[-\beta \frac{\partial \hat{E}_z}{\partial y} + \omega \mu \frac{\partial \hat{H}_z}{\partial x} \right] \\ \hat{H}_x &= \frac{j}{k_c^2} \left[\omega \varepsilon \frac{\partial \hat{E}_z}{\partial y} - \beta \frac{\partial \hat{H}_z}{\partial x} \right] \quad ; \quad \hat{H}_y = \frac{-j}{k_c^2} \left[\omega \varepsilon \frac{\partial \hat{E}_z}{\partial x} + \beta \frac{\partial \hat{H}_z}{\partial y} \right] \end{aligned}$$

Líneas de transmisión

$$\hat{V}(z) = V_o^+ e^{-j\kappa z} + V_o^- e^{j\kappa z}$$

$$Z(z) = \frac{\hat{V}(z)}{\hat{I}(z)}$$

$$\hat{I}(z) = \frac{V_o^+}{Z_o} e^{-j\kappa z} - \frac{V_o^-}{Z_o} e^{j\kappa z}$$

Guías de ondas

$$\beta^2 = \omega^2 \mu \varepsilon - \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]$$

Modos TE	Modos TM
$\hat{H}_z = H_o \cos \left(\frac{m\pi x}{a} \right) \cos \left(\frac{n\pi y}{b} \right) e^{-j\beta z}$	$\hat{E}_z = E_o \sin \left(\frac{m\pi x}{a} \right) \sin \left(\frac{n\pi y}{b} \right) e^{-j\beta z}$
$\hat{E}_x = \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{n\pi}{b} H_o \cos \left(\frac{m\pi x}{a} \right) \sin \left(\frac{n\pi y}{b} \right) e^{-j\beta z}$	$\hat{E}_x = \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{m\pi}{a} E_o \cos \left(\frac{m\pi x}{a} \right) \sin \left(\frac{n\pi y}{b} \right) e^{-j\beta z}$
$\hat{E}_y = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2} \frac{m\pi}{a} H_o \sin \left(\frac{m\pi x}{a} \right) \cos \left(\frac{n\pi y}{b} \right) e^{-j\beta z}$	$\hat{E}_y = \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{n\pi}{b} E_o \sin \left(\frac{m\pi x}{a} \right) \cos \left(\frac{n\pi y}{b} \right) e^{-j\beta z}$
$\hat{H}_x = -\hat{E}_y / Z_{TE} \quad ; \quad \hat{H}_y = \hat{E}_x / Z_{TE}$	$\hat{H}_x = -\hat{E}_y / Z_{TM} \quad ; \quad \hat{H}_y = \hat{E}_x / Z_{TM}$
$Z_{TE} = Z \left[1 - (f_c/f)^2 \right]^{-1/2}$	$Z_{TM} = Z \left[1 - (f_c/f)^2 \right]^{1/2}$

$$\langle P \rangle_{TE} = \frac{1}{2} Z_{TE} \frac{\beta^2}{k_c^2} \int H_z H_z^* ds \quad ; \quad \langle P \rangle_{TM} = \frac{1}{2 Z_{TM}} \frac{\beta^2}{k_c^2} \int E_z E_z^* ds$$

RADIACIÓN

$$D = 4\pi / \Omega_p \quad ; \quad A_e = P_{int} / S_i$$

Dipolo corto

$$\hat{\mathbf{A}} = \frac{\mu_o}{4\pi} I_o l \frac{e^{-jkr}}{r} \mathbf{u}_z \quad ; \quad \hat{E}_\theta = j \frac{Z_o}{4\pi} I_o l k \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \theta \quad ; \quad \hat{H}_\phi = \hat{E}_\theta / Z_o$$

$$D = 1,5 \quad ; \quad A_e = 3\lambda^2 / 8\pi$$

Antena lineal

$$\hat{E}_\theta = \frac{j Z_o I_o}{2\pi r} e^{-jkr} \left[\frac{\cos(kh \cos \theta) - \cos kh}{\sin \theta} \right] \quad ; \quad \hat{H}_\varphi = \frac{\hat{E}_\theta}{Z_o}$$

Factor de agrupación de radiadores verticales

$$f(\theta) = \frac{\sin(N\psi/2)}{\sin(\psi/2)} \quad ; \quad \psi = \delta + kd \cos \theta$$