

INSTRUCCIONES GENERALES: Deben contestarse de forma razonada las preguntas indicadas más abajo. Se permite el uso de calculadora científica no programable, compás y regla. **Cualquier otro material está prohibido.**

Cuestiones

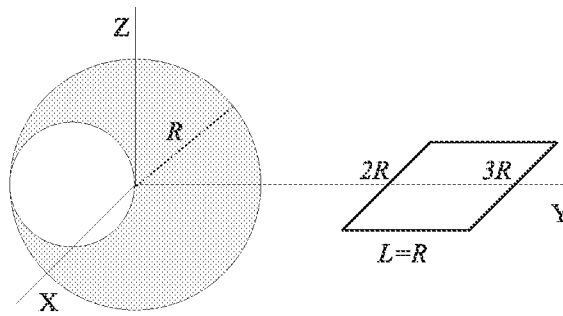
- Q1.** (1 punto) En un cierto material ferromagnético la magnetización se comporta de forma aproximadamente lineal cerca de la coercitividad, $M(H) \simeq 9(H + 20)$ kA/m. Calcular su campo coercitivo en la curva de histéresis B-H.
- Q2.** (1 punto) Enuncie el Principio de Superposición en el contexto de las ecuaciones de Maxwell y explique su ámbito de validez y sus limitaciones.
- Q3.** (1 punto) Describa las diferencias entre la propagación de una onda plana en un dieléctrico perfecto y en un medio conductor. ¿Se verifica en ambos casos el principio de conservación de la energía? Justifique la respuesta.
- Q4.** (1 punto) Describa el modo fundamental de una guía de ondas rectangular de dimensiones $a \times b$, siendo a la dimensión mayor. ¿Entre qué frecuencias debe transmitirse una señal para garantizar un único modo de propagación? ¿Cuál sería este modo?

Ejercicios

E1. (3 puntos) Una línea de transmisión sin pérdidas, de parámetros $L = 0,2 \mu\text{H}/\text{m}$ y $C = 0,50 \text{ nF}/\text{m}$, está terminada por una carga $Z_L = 150 + j100\Omega$. Determinar, para $f = 300 \text{ MHz}$:

- (a) La velocidad de fase del voltaje y la longitud de onda.
- (b) La impedancia característica de la línea y el coeficiente de reflexión en la carga.
- (c) Los valores máximos y mínimos del voltaje y la corriente en función de la amplitud V_o^+ de la onda incidente.
- (d) Impedancia en un punto distante 5cm de la carga.
- (e) Razón de onda estacionaria.

E2. (3 puntos) Calcular el coeficiente de inducción mutua entre un conductor rectilíneo e indefinido en la dirección del eje X, cuya sección transversal se muestra en la figura adjunta, y una espira cuadrada, de lado $L = R$, situada como indica la figura.



La corriente circula por la zona sombreada, el resto es hueco de sección circular y radio $R/2$.

FORMULARIO

$$\varepsilon_o = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \quad ; \quad \mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

ECUACIONES DE MAXWELL

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho; & \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0; & \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla \mathbf{J} &= -\frac{\partial \rho}{\partial t} \end{aligned}$$

PROPAGACION LIBRE

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{H}} &= \frac{1}{Z} \hat{k} \times \hat{\mathbf{E}} \quad ; \quad Z = \sqrt{\mu/\varepsilon} \quad ; \quad \varepsilon_c = \varepsilon' - j\frac{\sigma}{\omega} \quad ; \quad k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} \\ \alpha &= \omega \left[\frac{\mu\varepsilon'}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}\right)^2} - 1 \right]^{1/2} \quad ; \quad \beta = \omega \left[\frac{\mu\varepsilon'}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}\right)^2} + 1 \right]^{1/2} \\ Z_c &= \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon'}} \left(1 - j\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \right)^{-1/2} \quad ; \quad v_{ph} = \omega/\beta \quad ; \quad \lambda = 2\pi/\beta \quad ; \quad \langle S \rangle = \frac{1}{2} \Re [\hat{\mathbf{E}} \times \hat{\mathbf{H}}^*] \end{aligned}$$

$$\text{Si } \varepsilon''/\varepsilon' \gg 1 \Rightarrow \delta = 1/\alpha \quad ; \quad Z_c = (1+j)\frac{\alpha}{\sigma}$$

$$\Gamma = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad ; \quad \tau = 1 + \Gamma$$

PROPAGACIÓN GUIADA

$$\begin{aligned} \beta^2 &= k^2 - k_c^2 \\ \hat{E}_x &= \frac{-j}{k_c^2} \left[\beta \frac{\partial \hat{E}_z}{\partial x} + \omega\mu \frac{\partial \hat{H}_z}{\partial y} \right] \quad ; \quad \hat{E}_y = \frac{j}{k_c^2} \left[-\beta \frac{\partial \hat{E}_z}{\partial y} + \omega\mu \frac{\partial \hat{H}_z}{\partial x} \right] \\ \hat{H}_x &= \frac{j}{k_c^2} \left[\omega\varepsilon \frac{\partial \hat{E}_z}{\partial y} - \beta \frac{\partial \hat{H}_z}{\partial x} \right] \quad ; \quad \hat{H}_y = \frac{-j}{k_c^2} \left[\omega\varepsilon \frac{\partial \hat{E}_z}{\partial x} + \beta \frac{\partial \hat{H}_z}{\partial y} \right] \end{aligned}$$

Líneas de transmisión

$$\begin{aligned} \hat{V}(z) &= V_o^+ e^{-j\kappa z} + V_o^- e^{j\kappa z} \\ Z(z) &= \frac{\hat{V}(z)}{\hat{I}(z)} \end{aligned}$$

$$\hat{I}(z) = \frac{V_o^+}{Z_o} e^{-j\kappa z} - \frac{V_o^-}{Z_o} e^{j\kappa z}$$

Guías de ondas

$$\beta^2 = \omega^2 \mu \varepsilon - \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]$$

Modos TE	Modos TM
$\hat{H}_z = H_o \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$	$\hat{E}_z = E_o \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$
$\hat{E}_x = \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{n\pi}{b} H_o \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$	$\hat{E}_x = \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{m\pi}{a} E_o \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$
$\hat{E}_y = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2} \frac{m\pi}{a} H_o \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$	$\hat{E}_y = \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{n\pi}{b} E_o \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$
$\hat{H}_x = -\hat{E}_y/Z_{TE} \quad ; \quad \hat{H}_y = \hat{E}_x/Z_{TE}$	$\hat{H}_x = -\hat{E}_y/Z_{TM} \quad ; \quad \hat{H}_y = \hat{E}_x/Z_{TM}$
$Z_{TE} = Z \left[1 - (f_c/f)^2\right]^{-1/2}$	$Z_{TM} = Z \left[1 - (f_c/f)^2\right]^{1/2}$

$$\langle P \rangle_{TE} = \frac{1}{2} Z_{TE} \frac{\beta^2}{k_c^2} \int H_z H_z^* ds \quad ; \quad \langle P \rangle_{TM} = \frac{1}{2 Z_{TM}} \frac{\beta^2}{k_c^2} \int E_z E_z^* ds$$

RADIACIÓN

$$D = 4\pi/\Omega_p \quad ; \quad A_e = P_{int}/S_i$$

Dipolo corto

$$\hat{\mathbf{A}} = \frac{\mu_o}{4\pi} I_o l \frac{e^{-jkr}}{r} \mathbf{u}_z \quad ; \quad \hat{E}_\theta = j \frac{Z_o}{4\pi} I_o l k \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \theta \quad ; \quad \hat{H}_\phi = \hat{E}_\theta / Z_o$$

$$D = 1,5 \quad ; \quad A_e = 3\lambda^2/8\pi$$

Antena lineal

$$\hat{E}_\theta = \frac{j Z_o I_o}{2\pi r} e^{-jkr} \left[\frac{\cos(kh \cos \theta) - \cos kh}{\sin \theta} \right] \quad ; \quad \hat{H}_\phi = \frac{\hat{E}_\theta}{Z_o}$$

Factor de agrupación de radiadores verticales

$$f(\theta) = \frac{\sin(N\psi/2)}{\sin(\psi/2)} \quad ; \quad \psi = \delta + kd \cos \theta$$