

**INSTRUCCIONES GENERALES:** Deben contestarse de forma razonada las preguntas indicadas más abajo. Se permite el uso de calculadora científica no programable, compás y regla. **Cualquier otro material está prohibido.**

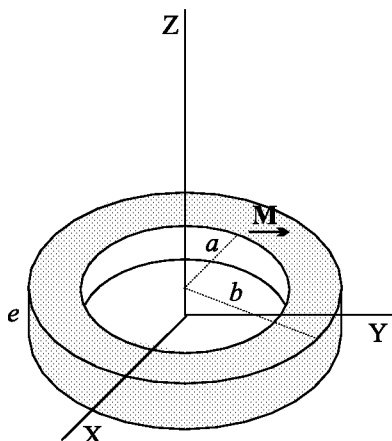
---

## Cuestiones

- Q1.** (1 punto) Razone qué características tiene que tener un transformador para poder aplicar la relación  $\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_1(N_2/N_1)$ .
- Q2.** (1 punto) A través del Teorema de Helmholtz se establece que un campo vectorial queda bien determinado si se conocen su divergencia y su rotacional. Con esta premisa, explicar razonadamente cuáles son las fuentes del campo magnético  $\mathbf{H}$  estático.
- Q3.** (1 punto) Analice el modo fundamental de propagación en una guía rectangular de dimensiones  $a \times b$ . Determine su frecuencia de corte y la expresión para los campos. Determine el rango de frecuencias en el que se transmitirá únicamente este modo.
- Q4.** (1 punto) Analice y discuta la veracidad de la siguiente afirmación: para de una antena lineal de longitud  $h$  situada frente a tierra el diagrama de radiación se corresponde con el de una antena de longitud  $2h$  alimentada por el centro, mientras que la potencia radiada es sólo la mitad de la radiada por la antena de longitud  $2h$ .

## Ejercicios

- E1.** (3 puntos) En la figura se muestra un anillo imanado de espesor  $e$  y los respectivos radios interior y exterior son  $a$  y  $b$ . La imanación en el anillo es  $\mathbf{M} = M_o \cos^2 \varphi \mathbf{u}_\varphi$ .



- (a) Calcule las densidades de corriente de imanación.
- (b) Calcule el momento magnético del anillo.

- E2.** (3 puntos) A partir de mediciones de atenuación y reflexión de una señal de 1 MHz incidiendo normalmente a un medio, se determina que la impedancia intrínseca del mismo es  $22,21 \angle 45^\circ$  ( $\Omega$ ) y la profundidad de penetración  $\delta = 3,183$  cm. Calcule:
- (a) La conductividad del material.
  - (b) La longitud de onda en el medio.
  - (c) La velocidad de fase de la onda.
  - (d) Escriba los fasores para los campos eléctrico y magnético en el medio si la amplitud del campo eléctrico incidente es de 30 V/m.

## FORMULARIO

$$\varepsilon_o = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \quad ; \quad \mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

### CÁLCULO VECTORIAL

#### Rotacional

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{\rho} \begin{vmatrix} \mathbf{u}_\rho & \rho \mathbf{u}_\varphi & \mathbf{u}_z \\ \partial/\partial\rho & \partial/\partial\varphi & \partial/\partial z \\ A_\rho & \rho A_\varphi & A_z \end{vmatrix}, \quad \nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r^2 \sin\theta} \begin{vmatrix} \mathbf{u}_r & r\mathbf{u}_\theta & (r \sin\theta)\mathbf{u}_\varphi \\ \partial/\partial r & \partial/\partial\theta & \partial/\partial\varphi \\ A_\rho & r A_\theta & (r \sin\theta) A_\varphi \end{vmatrix}$$

#### Vector unitario

Coordenadas cilíndricas

$$\mathbf{u}_\rho = \mathbf{u}_x \cos\varphi + \mathbf{u}_y \sin\varphi$$

$$\mathbf{u}_\varphi = -\mathbf{u}_x \sin\varphi + \mathbf{u}_y \cos\varphi$$

$$\mathbf{u}_z = \mathbf{u}_z$$

Coordenadas esféricas

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_x \sin\theta \cos\varphi + \mathbf{u}_y \sin\theta \sin\varphi + \mathbf{u}_z \cos\theta$$

$$\mathbf{u}_\theta = \mathbf{u}_x \cos\theta \cos\varphi + \mathbf{u}_y \cos\theta \sin\varphi - \mathbf{u}_z \sin\theta$$

$$\mathbf{u}_\varphi = -\mathbf{u}_x \sin\varphi + \mathbf{u}_y \cos\varphi$$

### PROPAGACION LIBRE

$$\hat{\mathbf{H}} = \frac{1}{Z} \hat{k} \times \hat{\mathbf{E}} \quad ; \quad Z = \sqrt{\mu/\varepsilon} \quad ; \quad \varepsilon_c = \varepsilon' - j\frac{\gamma}{\omega} \quad ; \quad k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$$

$$\alpha = \omega \left[ \frac{\mu\varepsilon'}{2} \left( \sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}\right)^2} - 1 \right) \right]^{1/2} \quad ; \quad \beta = \omega \left[ \frac{\mu\varepsilon'}{2} \left( \sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}\right)^2} + 1 \right) \right]^{1/2}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon'}} \left( 1 - j\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \right)^{-1/2} \quad ; \quad v_{ph} = \omega/\beta \quad ; \quad \lambda = 2\pi/\beta \quad ; \quad \langle S \rangle = \frac{1}{2} \Re [\hat{\mathbf{E}} \times \hat{\mathbf{H}}^*]$$

$$\text{Si } \varepsilon''/\varepsilon' \gg 1 \Rightarrow \delta = 1/\alpha \quad ; \quad Z_c = (1 + j)\frac{\alpha}{\gamma}$$

$$\Gamma = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad ; \quad \tau = 1 + \Gamma$$

### PROPAGACIÓN GUIADA

$$\beta^2 = k^2 - k_c^2$$

$$\hat{E}_x = \frac{-j}{k_c^2} \left[ \beta \frac{\partial \hat{E}_z}{\partial x} + \omega\mu \frac{\partial \hat{H}_z}{\partial y} \right] \quad ; \quad \hat{E}_y = \frac{j}{k_c^2} \left[ -\beta \frac{\partial \hat{E}_z}{\partial y} + \omega\mu \frac{\partial \hat{H}_z}{\partial x} \right]$$

$$\hat{H}_x = \frac{j}{k_c^2} \left[ \omega\varepsilon \frac{\partial \hat{E}_z}{\partial y} - \beta \frac{\partial \hat{H}_z}{\partial x} \right] \quad ; \quad \hat{H}_y = \frac{-j}{k_c^2} \left[ \omega\varepsilon \frac{\partial \hat{E}_z}{\partial x} + \beta \frac{\partial \hat{H}_z}{\partial y} \right]$$

## Líneas de transmisión

$$\widehat{V}(z) = V_o^+ e^{-j\kappa z} + V_o^- e^{j\kappa z}$$

$$Z(z) = \frac{\widehat{V}(z)}{\widehat{I}(z)}$$

$$\widehat{I}(z) = \frac{V_o^+}{Z_o} e^{-j\kappa z} - \frac{V_o^-}{Z_o} e^{j\kappa z}$$

## Guías de ondas

$$\beta^2 = \omega^2 \mu \varepsilon - \left[ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]$$

Modos TE	Modos TM
$\widehat{H}_z = H_o \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$	$\widehat{E}_z = E_o \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$
$\widehat{E}_x = \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{n\pi}{b} H_o \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$	$\widehat{E}_x = \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{m\pi}{a} E_o \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$
$\widehat{E}_y = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2} \frac{m\pi}{a} H_o \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$	$\widehat{E}_y = \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{n\pi}{b} E_o \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$
$\widehat{H}_x = -\widehat{E}_y / Z_{TE} \quad ; \quad \widehat{H}_y = \widehat{E}_x / Z_{TE}$	$\widehat{H}_x = -\widehat{E}_y / Z_{TM} \quad ; \quad \widehat{H}_y = \widehat{E}_x / Z_{TM}$
$Z_{TE} = Z \left[ 1 - (f_c/f)^2 \right]^{-1/2}$	$Z_{TM} = Z \left[ 1 - (f_c/f)^2 \right]^{1/2}$

$$\langle P \rangle_{TE} = \frac{1}{2} Z_{TE} \frac{\beta^2}{k_c^2} \int H_z H_z^* ds \quad ; \quad \langle P \rangle_{TM} = \frac{1}{2 Z_{TM}} \frac{\beta^2}{k_c^2} \int E_z E_z^* ds$$

## RADIACIÓN

$$D = 4\pi / \Omega_p \quad ; \quad A_e = P_{int} / S_i$$

### Dipolo corto

$$\widehat{\mathbf{A}} = \frac{\mu_o}{4\pi} I_o l \frac{e^{-jkr}}{r} \mathbf{u}_z \quad ; \quad \widehat{E}_\theta = j \frac{Z_o}{4\pi} I_o l k \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \theta \quad ; \quad \widehat{H}_\phi = \widehat{E}_\theta / Z_o$$

$$D = 1,5 \quad ; \quad A_e = 3\lambda^2 / 8\pi$$

### Antena lineal

$$\widehat{E}_\theta = \frac{j Z_o I_o}{2\pi r} e^{-jkr} \left[ \frac{\cos(kh \cos \theta) - \cos kh}{\sin \theta} \right] \quad ; \quad \widehat{H}_\phi = \frac{\widehat{E}_\theta}{Z_o}$$

### Factor de agrupación de radiadores verticales

$$f(\theta) = \frac{\sin(N\psi/2)}{\sin(\psi/2)} \quad ; \quad \psi = \delta + kd \cos \theta$$