

## Cuestiones

- Q1.** (1 punto) ¿Qué es la magnetorresistencia? ¿En qué escenario se manifiesta?
- Q2.** (1 punto) La presión magnética se ejerce en la frontera de separación entre dos medios magnéticos. Defina qué características tienen que tener ambos medios para que exista presión magnética y de qué campo depende de acuerdo con el tipo de frontera entre ambos.
- Q3.** (1 punto) A partir de las expresiones de los coeficientes de reflexión y transmisión de una onda plana, analice el caso de incidencia normal sobre la superficie de un conductor perfecto. ¿Cómo son los campos a uno y otro lado de la superficie de incidencia?
- Q4.** (1 punto) Describa las distintas zonas de interés en el espacio a la hora de analizar los campos electromagnéticos producidos por un dipolo hertziano cuya corriente varía sinusoidalmente con el tiempo.

## Ejercicios

- E1.** (3 puntos) Tenemos una espira conductora de radio  $R$  sobre el plano  $XY$ . A una altura genérica  $z$  se sitúa otra espira conductora de radio  $a \ll R$ , coaxial y paralela a la primera.
- (a) Calcular el coeficiente de inducción mutua.
  - (b) Supongamos que por la espira mayor circula una corriente  $I$  y que la espira pequeña está cayendo con velocidad  $v$ , tomada a la altura  $z$ . Calcular la f.e.m. inducida en la espira pequeña.

**Ayuda:** el campo producido por una espira en la cercanía de su eje es:

$$\mathbf{B}(\rho, z) \simeq \frac{\mu_o I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}} \left[ \frac{3z\rho}{2(R^2 + z^2)} \mathbf{u}_\rho + \mathbf{u}_z \right]$$

### Solución:

Para el cálculo del coeficiente de inducción mutua lo más sencillo es aplicar una corriente virtual a la espira mayor,  $I_1$ , y calcular el flujo magnético que atraviesa la otra bobina, situada a una altura  $z$ , a causa de esta corriente,  $\Phi_2$ . Entonces,  $M_{12} = \Phi_2/I_1$ .

El campo magnético producido por la espira mayor es:

$$\mathbf{B}_1(\rho, z) \simeq \frac{\mu_o I_1 R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}} \left[ \frac{3z\rho}{2(R^2 + z^2)} \mathbf{u}_\rho + \mathbf{u}_z \right]$$

El flujo lo obtenemos a partir de

$$\Phi_2 = \int \mathbf{B}_1 \cdot d\mathbf{S}_2$$

donde  $d\mathbf{S}_2 = 2\pi\rho d\rho \mathbf{u}_z$  y la orientación es también  $\mathbf{u}_z$  al ser paralela a la primera espira. El término  $\mathbf{u}_\rho$  del campo no interviene en el producto escalar, porque  $\mathbf{u}_\rho \cdot \mathbf{u}_z = 0$ . Por tanto:

$$\Phi_2 = 2\pi \int_0^a \frac{\mu_o I_1 R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}} \rho d\rho = \frac{\mu_o I_1 R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}} \pi a^2$$

de donde

$$M_{12}(z) = \frac{\Phi_2}{I_1} = \frac{\pi\mu_o R^2 a^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

Calculamos ahora la fuerza electromotriz inducida a partir del campo eléctrico inducido por movimiento en todo el cuerpo de la segunda espira:

$$\mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{B}_1$$

En este caso, la espira pequeña está cayendo y por tanto  $\mathbf{v} = -v\mathbf{u}_z$ ; al hacer el producto vectorial sólo la componente  $B_\rho$  va a ser no nula:  $-\mathbf{u}_z \times \mathbf{u}_\rho = -\mathbf{u}_\varphi$ . Por tanto

$$\mathbf{E} = \frac{\mu_o I_1 R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}} \left( \frac{3za}{2(R^2 + z^2)} \right) (-v\mathbf{u}_z \times \mathbf{u}_\rho) = \mu_o I v \frac{3zaR^2}{4(R^2 + z^2)^{5/2}} (-\mathbf{u}_\varphi)$$

donde hemos evaluado el campo en  $\rho = a$  que es donde está situada la espira. La fuerza electromotriz no es más que la integral de este campo a lo largo de toda la espira:

$$\mathcal{E} = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

Justamente  $d\mathbf{l} = a d\varphi \mathbf{u}_\varphi$  que es paralelo a  $\mathbf{E}$  durante todo el intervalo de integración. Por tanto, el resultado final es:

$$\mathcal{E} = -\mu_o I v \int_0^{2\pi} \frac{3zaR^2}{4(R^2 + z^2)^{5/2}} a d\varphi = -\mu_o I v \frac{3\pi za^2 R^2}{2(R^2 + z^2)^{5/2}}$$

El signo  $-$  indica que la fem producirá una corriente en la espira pequeña en sentido opuesto a la corriente en la espira grande.

Alternativamente, también se puede calcular la fuerza electromotriz partiendo del flujo magnético en la espira pequeña (calculado en el apartado anterior). A partir de del flujo tenemos:

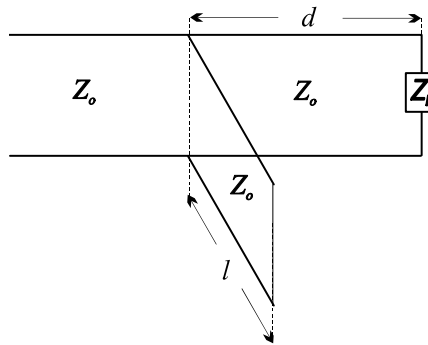
$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\partial\Phi}{\partial z} \frac{dz}{dt} = -(-v) \frac{\partial\Phi}{\partial z}$$

etc.

NOTA: en el examen se deslizó un error en la componente  $\rho$  del campo magnético: falta un factor  $1/2$ . A efectos de evaluación este error no ha tenido ninguna relevancia, pero para dar la solución preferimos usar la expresión correcta.

**E2.** (3 puntos) Una línea de transmisión de impedancia  $Z_o = 50 \Omega$  trabaja a una frecuencia  $f = 300$  MHz. Se consigue adaptar una carga terminal  $Z_L$  mediante un sintonizador cortocircuitado de longitud  $l_1 = 8,8$  cm en paralelo con la línea y colocado a una distancia  $d_1 = 28$  cm de la carga. Utilizando únicamente el diagrama de Smith determine:

- El valor de la carga.
- Otro par posible de valores  $l_2$  y  $d_2$  (no del tipo de los que difieren de  $l_1$  y  $d_1$  un número entero de semilongitudes de onda) con los que pueda también realizarse la adaptación.



### Solución:

- En primer lugar, expresamos las distancias en unidades de longitud de onda

$$\lambda = c/f = \frac{3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} = 1 \text{ m}$$

$$l_1 = 0,088\lambda$$

$$d_1 = 0,280\lambda$$

A continuación, determinamos la admitancia del sintonizador desplazándonos desde el punto de cortocircuito C (admitancia infinita) la distancia  $l_1 = 0,088\lambda$

$$jB_1 = -j1,62 \quad \theta_{B_1} = 0,338\lambda$$

Luego, la admitancia de la línea en el punto de unión con el sintonizador es

$$Y_1 = 1 + j1,6 \quad \theta_1 = 0,179\lambda$$

Seguidamente, nos desplazamos hacia la carga la distancia  $d_1 = 0,280\lambda$  para obtener la admitancia de carga

$$Y_{LN} = 0,38 - j0,77 \quad \theta_{LN} = 0,389\lambda$$

Y por último, la impedancia normalizada de la carga se obtiene como el punto simétrico respecto del origen de la admitancia de carga  $Y_{LN}$ .

$$Z_{LN} = 0,53 + j1,07$$

Teniendo en cuenta la impedancia característica de la línea, la carga es

$$Z_L = 26,5 + j53,5 \Omega$$

- (b) Para determinar otro par de valores  $l_2, d_2$  que adapten la carga, partimos de la admitancia de carga y nos desplazamos sobre la carta y hacia el generador hasta obtener el segundo corte con la circunferencia de resistencia unidad.

$$Y'_1 = 1 - j1,6 \quad \theta'_1 = 0,322\lambda$$

La distancia a la que hay que colocar el sintonizador será por tanto

$$d_2 = (0,500\lambda - 0,389\lambda) + 0,322\lambda = 0,433\lambda$$

Y el valor de la admitancia necesario es

$$jB_2 = j1,62 \quad \theta_{B_2} = 0,161\lambda$$

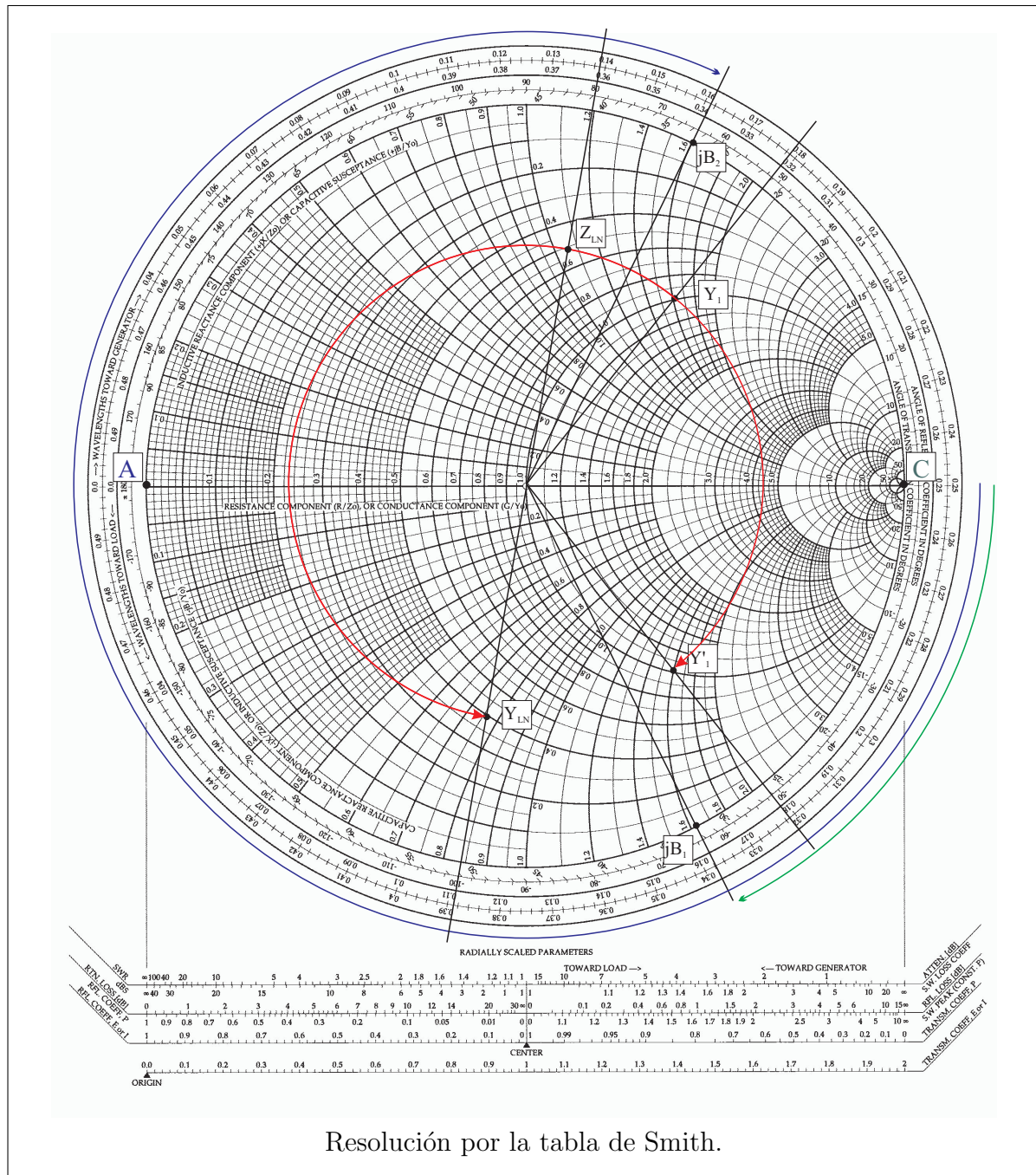
Con una longitud

$$l_2 = 0,250\lambda + 0,161\lambda = 0,411\lambda$$

Teniendo en cuenta el valor de la longitud de onda, estos valores son, en centímetros

$$d_2 = 43,3 \text{ cm}$$

$$l_2 = 41,1 \text{ cm}$$



Resolución por la tabla de Smith.