Aritmética Modular

1. (i) $(1) \cdot 7469 + (-3) \cdot 2464 = 77$
   (ii) $(522) \cdot 4999 + (-2353) \cdot 1109 = 1$
   (iii) $(40) \cdot 1745 + (-47) \cdot 1485 = 5$
   (iv) $(33) \cdot 1320 + (-61) \cdot 714 = 6$.

2.

3. $u = -1$, $v = 1$.

4. Es falso. 3 divide a 9 y 2 divide a 4 pero $3+2 = 5$ no divide a $9+4 = 13$.

5. Sea n un número cualquiera, entonces $n+1$ y $n+2$ son los dos enteros consecutivos. Por tanto $n + (n+1) + (n+2) = 3n + 3 = 3(n+1)$ es un múltiplo de 3.

6.

(mod 5)
- $2011 + 56 \equiv_5 1 + 1 \equiv_5 2$
- $36^{1532} \equiv_5 (6^2)^{1532} \equiv_5 6^{3064} \equiv_5 1^{3064} = 1$
- $130 - 51 \equiv_5 = 0 - 1 \equiv_5 = 4$

(mod 6)
- $2011 + 56 \equiv_6 1 + 2 \equiv_6 3$
- $36^{1532} \equiv_6 (6^2)^{1532} \equiv_6 6^{3064} \equiv_6 0$
- $130 - 51 \equiv_6 = 79 \equiv_6 = 1$

7. $2345 + 214 \cdot 432 \equiv_7 0 + 4 \cdot 5 \equiv_7 20 \equiv_7 6$

   $2419 \cdot 987 \equiv_7 4 \cdot 0 \equiv_7 0$

8. *a*) $3038 - 79^{234} \equiv_5 3 - (79^4)^{58} \cdot 79^2 \equiv_5 3 - 79^2 \equiv_5 3 - 1 = 2$. Utilizando el Th.Euler: $79^{\varphi(5)} \equiv_5 1$.
   b) $1022 \cdot 2^{3147} \equiv_7 0 \cdot 2^{3147} = 0$

9. En 0 y en 9.

10. (i) $[x]_7 = [2]_7$
    (ii) No tiene solución
    (iii) $[x]_{30} = [0]_{30}$ y $[x]_{30} = [15]_{30}$
    (iv) No tiene solución
    (v) $[x]_{75} = [17]_{75}$, $[x]_{75} = [42]_{75}$ y $[x]_{75} = [67]_{75}$
    (vi) $[x]_{10} = [8]_{10}$.
11. (i) No tiene solución
    (ii) $[x]_{55} = [48]_{55}$
    (iii) $[x]_{70} = [22]_{70}$
    (iv) $[x]_{35} = [29]_{35}$
    (v) $[x]_{60} = [54]_{60}$
    (vi) No tiene solución.
12. (i) $[x]_{105} = [26]_{105}$
    (ii) $[x]_{70} = [68]_{70}$
    (iii) $[x]_{42} = [40]_{42}$
    (iv) $[x]_{120} = [110]_{120}$.
13. $x_k = 58 + 60k = [58]_{60}$.
14. $x_k = 884 + 910k = [884]_{910}$. El más pequeño es 884.
15. $x_k = 294 + 630k = [294]_{630}$. El número más pequeño de sellos en la colección es 294.
16. $x_k = 4 + 13k$, $y_k = 5 + 13k$.
17. $x_k = 22 + 25k$, $y_k = 8 + 25k$. Existen las soluciones $x_0 = 22, y_0 = 8$ y $x_1 = 47, y_1 = 33$ verificando las condiciones.
18. La cifra que falta es 6.