Análisis del comportamiento del sistema en continuo

Elegir (a través de la función planta=1+mod(dni,3)) una de las 3 plantas para realizar la práctica. Repetir las tareas siguientes con los tres controladores.

La función en Matlab proporciona el número 2 indicando que la planta que usaremos es la planta indicada a continuación:

$$G_P(s) = \frac{s+10}{(s+20)(s-8)}$$

Una vez obtenida la planta que usaremos, procedemos a realizar las 6 tareas seguidas para cada controlador.

a) Controlador de acción proporcional:

$$G_C(s) = K$$

- **Tarea 1:**

  Para realizar esta tarea, simplemente indicamos a Matlab las dos funciones de transferencias (Gp(s) y Gc(s)) directamente en rltool.

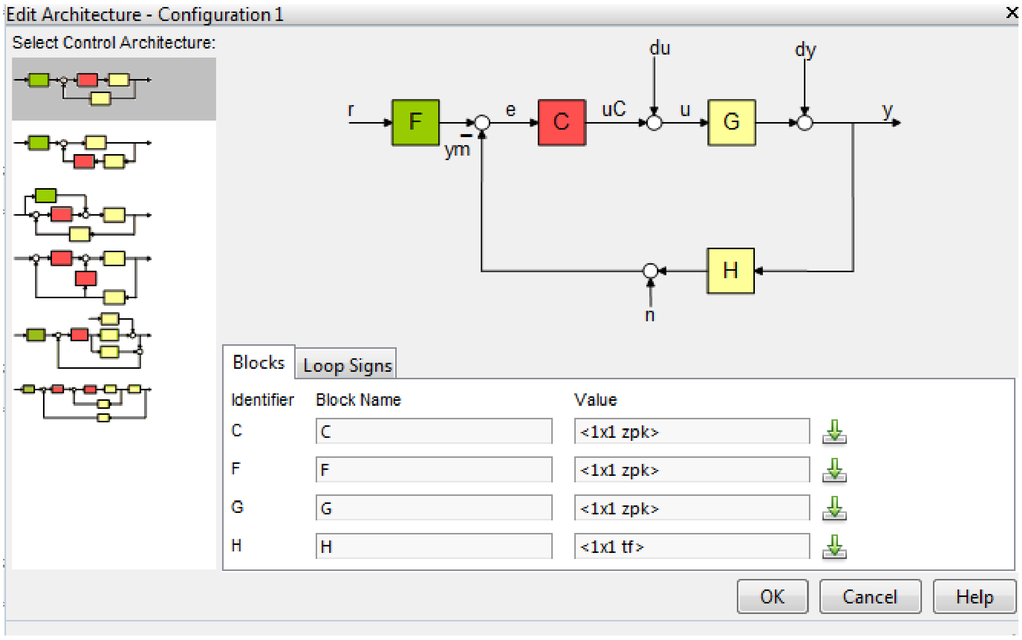

Figura 1: Como indicamos Gc(s) y Gp(s) que usamos directamente en rltool.

Tras indicar los valores de la planta y el controlador, procedemos a analizar la posición de ceros y polos par obtener el rango de K para que el sistema sea estable.

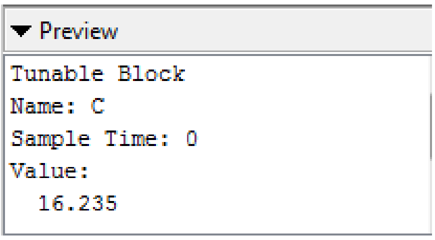

Figura 2: Valor de K en el límite de la estabilidad.

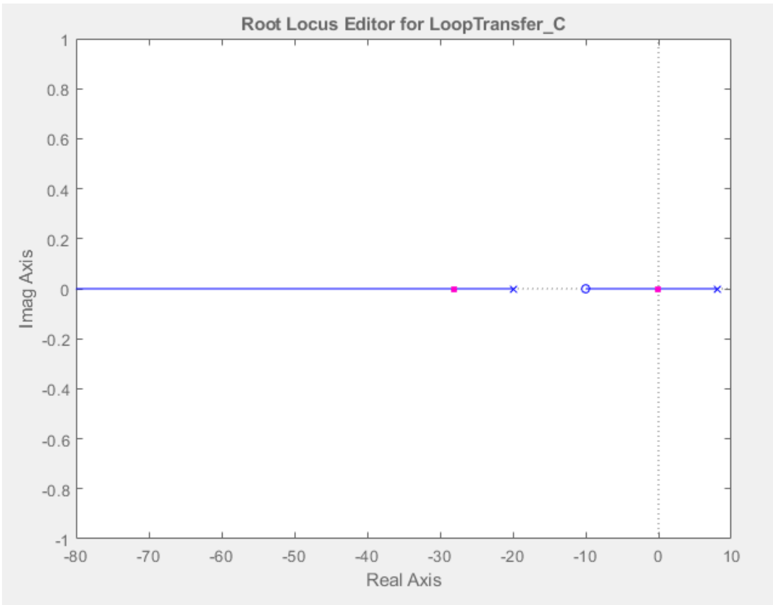

Figura 3: Posición de ceros y polos del sistema con Gp(s) y controlador acción proporcional con K en el límite de la estabilidad.

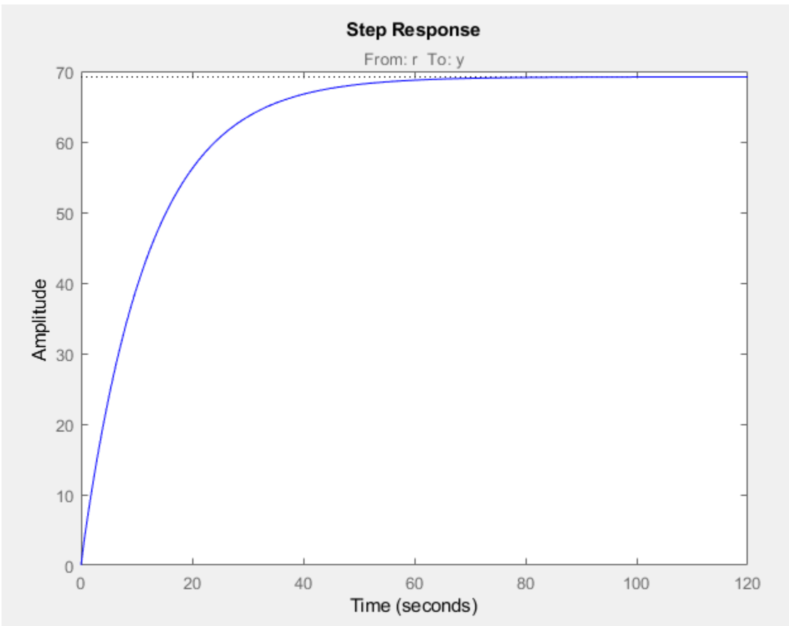

Figura 4: Respuesta a la entrada escalón de la *Figura 3*.

$$Sistema\ estable\ para\ K\ \geq 16.235\ aproximadamente$$

- **Tarea 2:**

Al ser un sistema realimentado con H(s) = 1, el error verdadero es el error de control.

$$\boldsymbol{GH(s)} = G_C(s)G_P(s)H(s) = K * \frac{s+10}{(s+20)(s-8)} * 1 = \frac{\boldsymbol{Ks+10K}}{\boldsymbol{s^2+12s-160}}$$

El sistema es de tipo 0 debido a que no posee ningún polo en s = 0 (posee polos en s=8 y s=-20).
Siendo un sistema de tipo 0, los valores de Kv (para la rampa) y Ka (para la parábola) son iguales a 0, y su error es infinito.
Procedemos a calcular el error para la entrada escalón, y confirmar los resultados teóricos del error para la entrada rampa y parábola.

1) Entrada escalón:

$$K_P = lim_{s\to 0}GH(s) = lim_{s\to 0}\frac{\boldsymbol{Ks+10K}}{\boldsymbol{s^2+12s-160}} = \frac{\boldsymbol{10K}}{\boldsymbol{-160}} = -\frac{\boldsymbol{K}}{\boldsymbol{16}}$$

$$e_{SS} = \frac{M}{1+K_P} = \frac{1}{1-\frac{K}{16}} = \frac{16}{16-K} \to Aplicamos\ condicion\ e_{SS} < 20\% \to$$

$$\to \frac{16}{16-K} < -0.2 \to K > 96$$

Obtenemos un valor de K > 96 para que el sistema tenga un error menor al 20% para la entrada escalón.

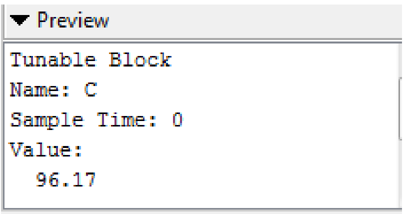

Figura 5: Valor de K usado para comprobar el error en el estacionario.

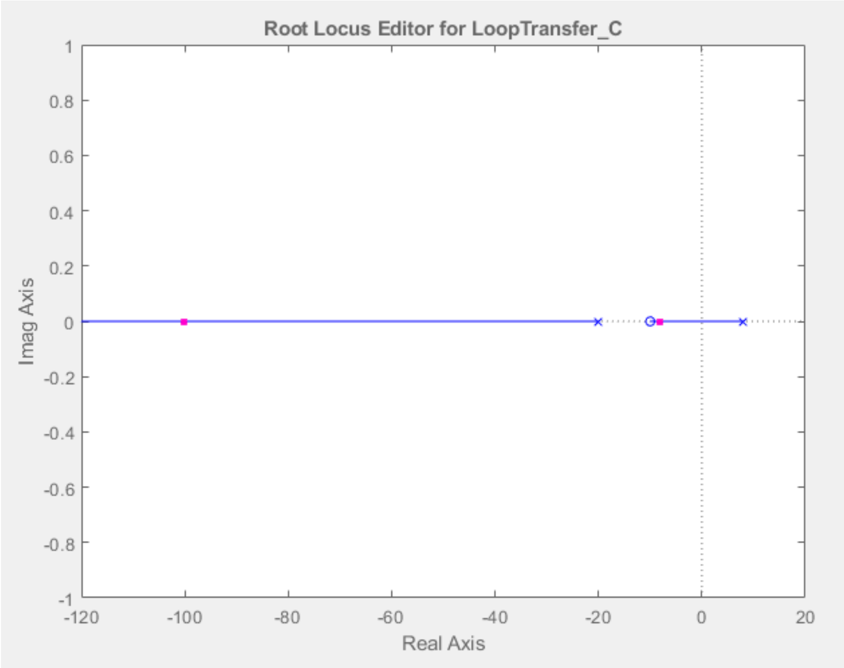

Figura 6: Posición de ceros y polos del sistema con entrada escalón con K de la *Figura 5.*

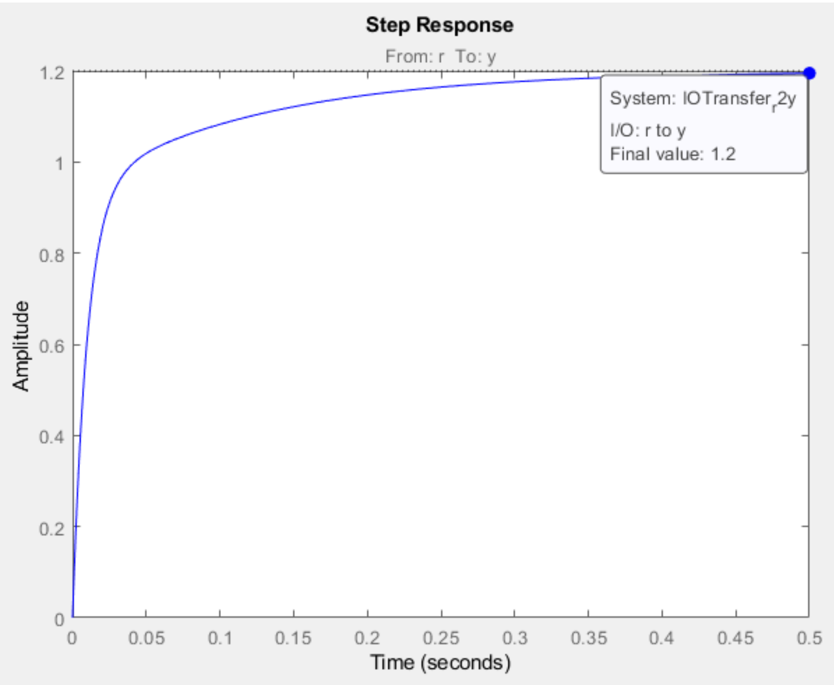

Figura 7: Respuesta del sistema ante la entrada escalón con K de la *Figura 5.*

$$e_{SS} KFigura5 = Valor\ Estacionario - 1 = 1.2 - 1 = 0.2 = 20\%$$

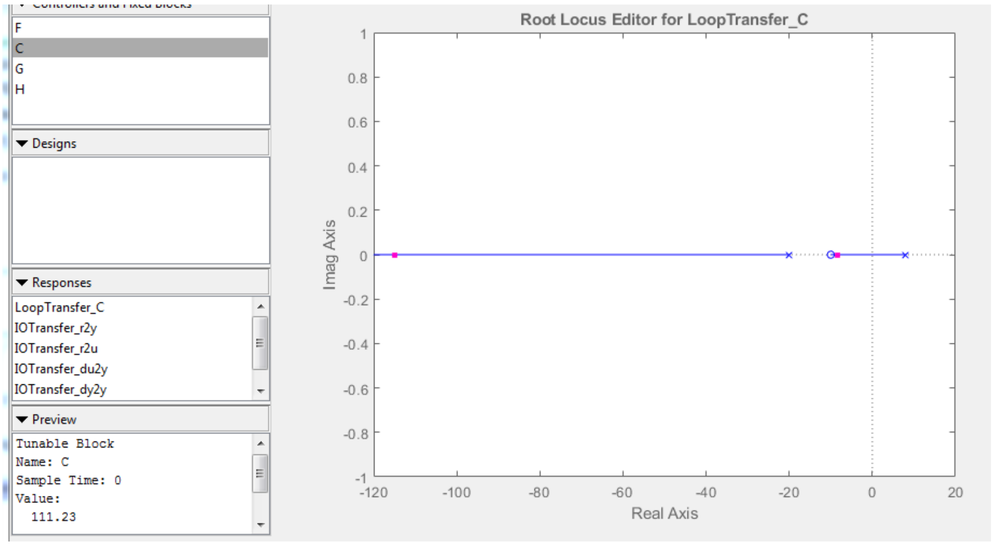

Figura 8: Posición de ceros y polos del sistema con entrada escalón con K=111.23

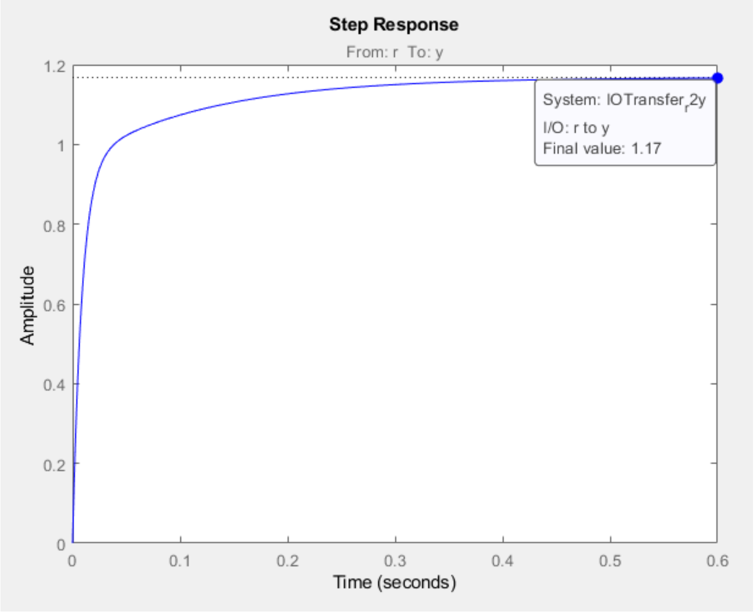

Figura 9: Respuesta del sistema ante la entrada escalón con K de la *Figura 8.*

$$e_{SS}KFigura8 = Valor\ Estacionario - 1 = 1.17 - 1 = 0.17 = 17\%$$

Podemos asegurar que para K=95.17, el error en el estacionario es 20%, y que si aumentamos el valor de K, el error disminuye.

2) Entrada rampa:

$$K_V = lim_{s\to 0} sGH(s) = lim_{s\to 0} \frac{\boldsymbol{Ks^2 + 10Ks}}{\boldsymbol{s^2 + 12s - 160}} = \frac{\boldsymbol{0}}{\boldsymbol{-160}} = \boldsymbol{0}$$

$$e_{SS} = \frac{M}{K_V} = \frac{1}{0} = infinito$$

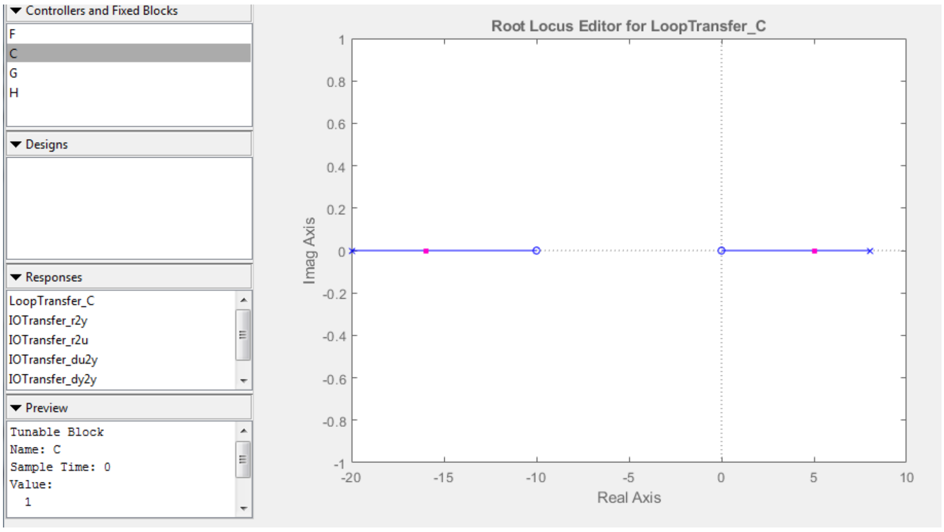

Figura 10: Posición de ceros y polos del sistema con entrada rampa con K=1.

Se puede observar que el sistema es inestable para todo K debido a que siempre hay un polo con parte real positiva.

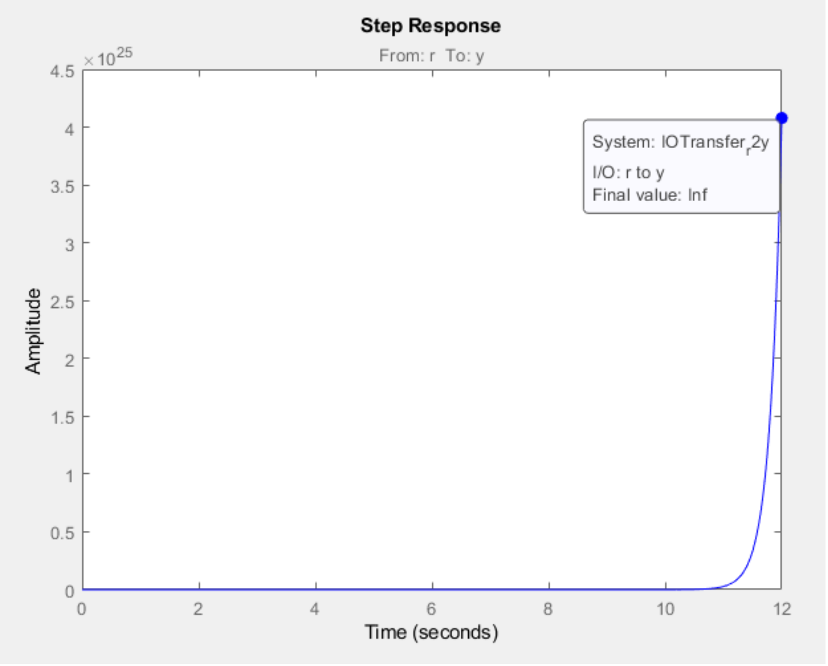

Figura 11: Respuesta del sistema ante la entrada rampa con K de la *Figura 10.*

3) Entrada parábola:

$$K_a = lim_{s\to 0} s^2 GH(s) = lim_{s\to 0} \frac{\boldsymbol{Ks^3 + 10Ks^2}}{\boldsymbol{s^2 + 12s - 160}} = \frac{\boldsymbol{0}}{\boldsymbol{-160}} = \boldsymbol{0}$$

$$e_{SS} = \frac{M}{K_a} = \frac{1}{0} = infinito$$

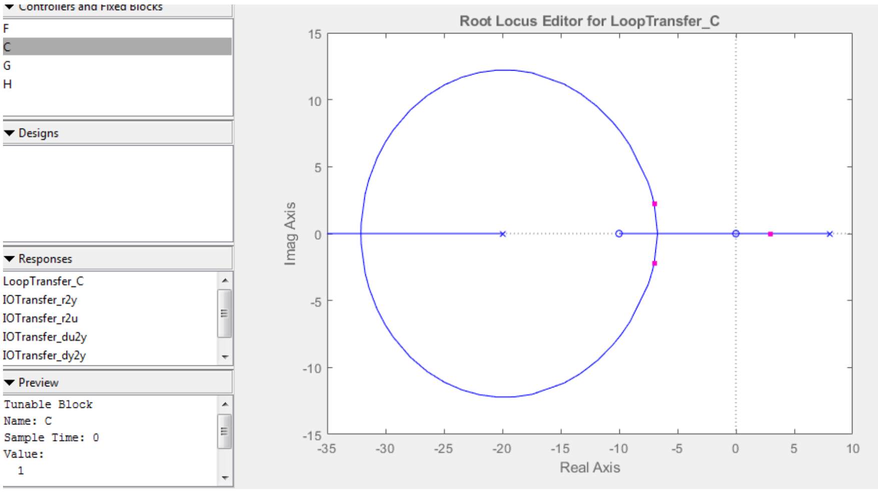

Figura 12: Posición de ceros y polos del sistema con entrada parábola con K=1.

Se puede observar que el sistema es inestable para todo K debido a que siempre hay un polo con parte real positiva.

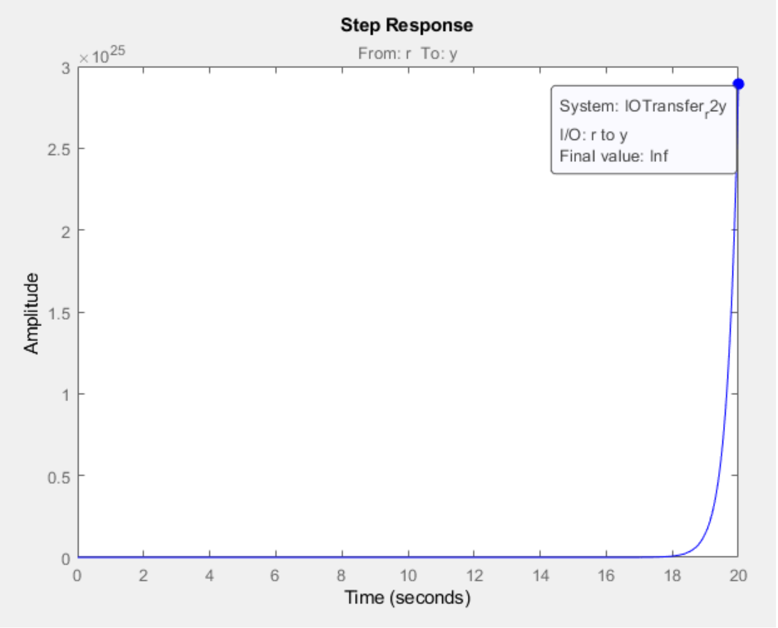

Figura 13: Respuesta del sistema ante la entrada parábola con K de la *Figura 12.*

- **Tarea 3:**

Escogemos un valor de K = 96 donde se comienza a obtener 20% de error en el estacionario al aumentar el valor de K, y obtenemos la función de transferencia del sistema en lazo cerrado.

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{s}) = \frac{G_C(s)G_P(s)}{1 + G_C(s)G_P(s)} = \frac{K * \dfrac{s + 10}{(s + 20)(s - 8)}}{1 + K * \dfrac{s + 10}{(s + 20)(s - 8)}} = \frac{Ks + 10K}{s^2 + (K + 12)s + 10K - 160}$$

Aplicamos el valor de K escogido y obtenemos la siguiente función de transferencia.

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{s}) = \frac{Ks + 10K}{s^2 + (K + 12)s + 10K - 160} = \frac{96s + 960}{s^2 + 108s + 800}$$

Ahora procedemos a obtener la respuesta a la entrada escalón, rampa y parábola.

1) Entrada escalón:

$$\boldsymbol{e_{SS}} = (lim_{s\to 0} G(s)) - 1 = \left(lim_{s\to 0} \frac{96s + 960}{s^2 + 108s + 800}\right) - 1 = \frac{960}{800} - 1 = 1.2 - 1 =$$

$$= \mathbf{0.2} = \mathbf{20\%}$$

2) Entrada rampa:

$$\boldsymbol{e_{SS}} = (lim_{s\to 0} \left(G(s) * \frac{1}{s}\right)) - 1 = \left(lim_{s\to 0} \left(\frac{96s + 960}{s^2 + 108s + 800} * \frac{1}{s}\right)\right) - 1 =$$

$$= \frac{960}{0} - 1 = \infty - 1 = \infty$$

3) Entrada parábola:

$$\boldsymbol{e_{SS}} = (lim_{s\to 0} \left(G(s) * \frac{1}{s^2}\right)) - 1 = \left(lim_{s\to 0} \left(\frac{96s + 960}{s^2 + 108s + 800} * \frac{1}{s^2}\right)\right) - 1 =$$

$$= \frac{960}{0} - 1 = \infty - 1 = \infty$$

4) Representación gráfica:

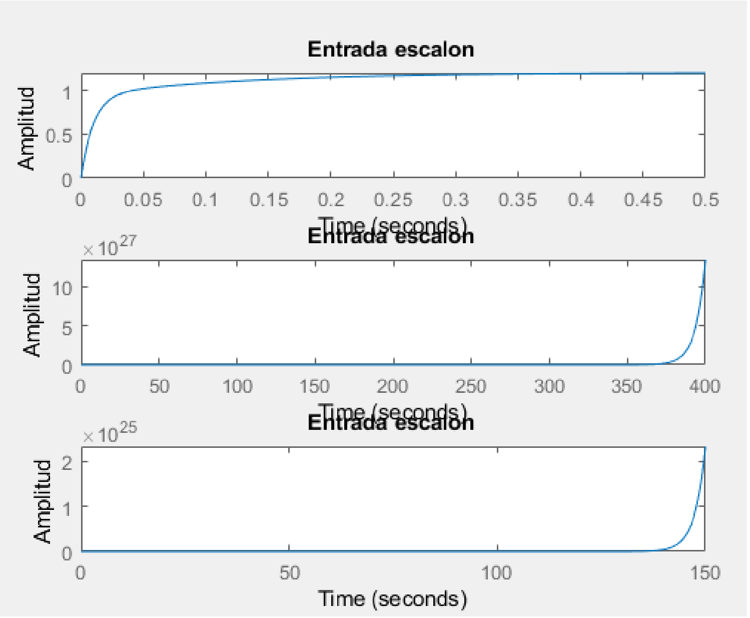

Figura 14: Valor del error en el estacionario para las 3 entradas.

Podemos observar que para la entrada escalan obtenemos un error aproximadamente del 20% (observando un poco a ojo), y para las entradas rampa y parábola, el error es infinito, tal y como calculamos teóricamente.

- **Tarea 4:**

Para obtener una respuesta en el estacionario subamortiguado o sobre-amortiguado, debemos tener como polo dominante sea un polo complejo conjugado, debido a que la amortiguación depende de ς:

$$\begin{cases} Sobreamortiguado: & \varsigma > 1 \\ Sub-amortiguado: & 0 < \varsigma < 1 \end{cases}$$

$$\boldsymbol{G(s)} = \frac{Ks + 10K}{s^2 + (K+12)s + 10K - 160}$$

$$K > 96$$

1) **Entrada escalón:**

$$\boldsymbol{R(s)} = \frac{1}{s}$$

$$\boldsymbol{GR(s)} = \frac{Ks + 10K}{s^2 + (K+12)s + 10K - 160} * \frac{1}{s} = \frac{96s + 960}{s^3 + (K+12)s^2 + (10K - 160)s}$$

$$Polos\ GR(s) \rightarrow \begin{cases} s = 0 \\ s = -\frac{K}{2} - 6 - \frac{\sqrt{K^2 - 16K + 784}}{2} \\ s = -\frac{K}{2} - 6 + \frac{\sqrt{K^2 - 16K + 784}}{2} \end{cases}$$

Para la entrada escalón, obtenemos siempre 3 polos reales, y al no tener polos complejos conjugados, no se obtiene ni sobre-amortiguamiento ni subamortiguamiento.

2) **Entrada rampa:**

$$\boldsymbol{R(s)} = \frac{1}{s^2}$$

$$\boldsymbol{GR(s)} = \frac{Ks + 10K}{s^2 + (K+12)s + 10K - 160} * \frac{1}{s^2} = \frac{96s + 960}{s^4 + (K+12)s^3 + (10K - 160)s^2}$$

$$Polos\ GR(s) \rightarrow \begin{cases} s = 0\ Doble \\ s = -\frac{K}{2} - 6 - \frac{\sqrt{K^2 - 16K + 784}}{2} \\ s = -\frac{K}{2} - 6 + \frac{\sqrt{K^2 - 16K + 784}}{2} \end{cases}$$

Para la entrada escalón, obtenemos siempre 4 polos reales, y al no tener polos complejos conjugados, no se obtiene ni sobre-amortiguamiento ni subamortiguamiento.

3) **Entrada parábola:**

$$\boldsymbol{R(s)} = \frac{1}{s^3}$$

$$\boldsymbol{GR(s)} = \frac{Ks + 10K}{s^2 + (K+12)s + 10K - 160} * \frac{1}{s^3} = \frac{96s + 960}{s^5 + (K+12)s^4 + (10K - 160)s^3}$$

$$Polos\ GR(s) \rightarrow \begin{cases} s = 0\ Triple \\ s = -\frac{K}{2} - 6 - \frac{\sqrt{K^2 - 16K + 784}}{2} \\ s = -\frac{K}{2} - 6 + \frac{\sqrt{K^2 - 16K + 784}}{2} \end{cases}$$

Para la entrada escalón, obtenemos siempre 5 polos reales, y al no tener polos complejos conjugados, no se obtiene ni sobre-amortiguamiento ni subamortiguamiento.

b) Controlador de acción integral:

$$G_C(s) = \frac{K}{s}$$

- **Tarea 1:**

Para realizar esta tarea, simplemente indicamos a Matlab las dos funciones de transferencias (Gp(s) y Gc(s)) directamente en rltool.

Tras indicar los valores de la planta y el controlador, procedemos a analizar la posición de ceros y polos para obtener el rango de K para que el sistema sea estable.

```
Tunable Block
Name: C
Sample Time: 0
Value:
  1003.9
  ------
    s
```

Figura 15: Valor de K/s en el límite de la estabilidad.

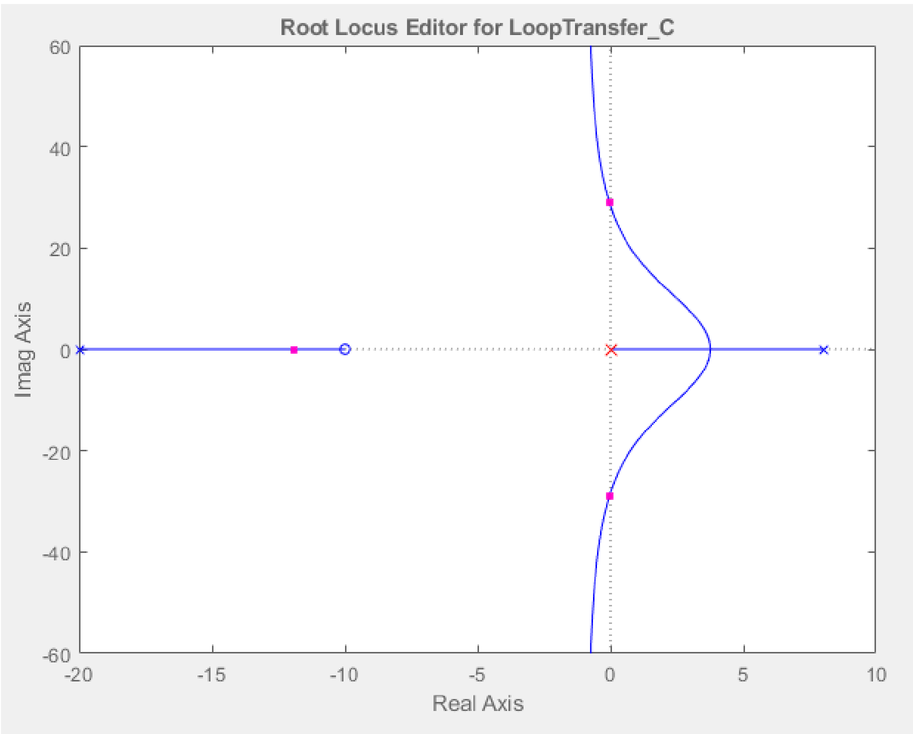

Figura 16: Posición de ceros y polos del sistema con Gp(s) y controlador acción proporcional con K en el límite de la estabilidad.

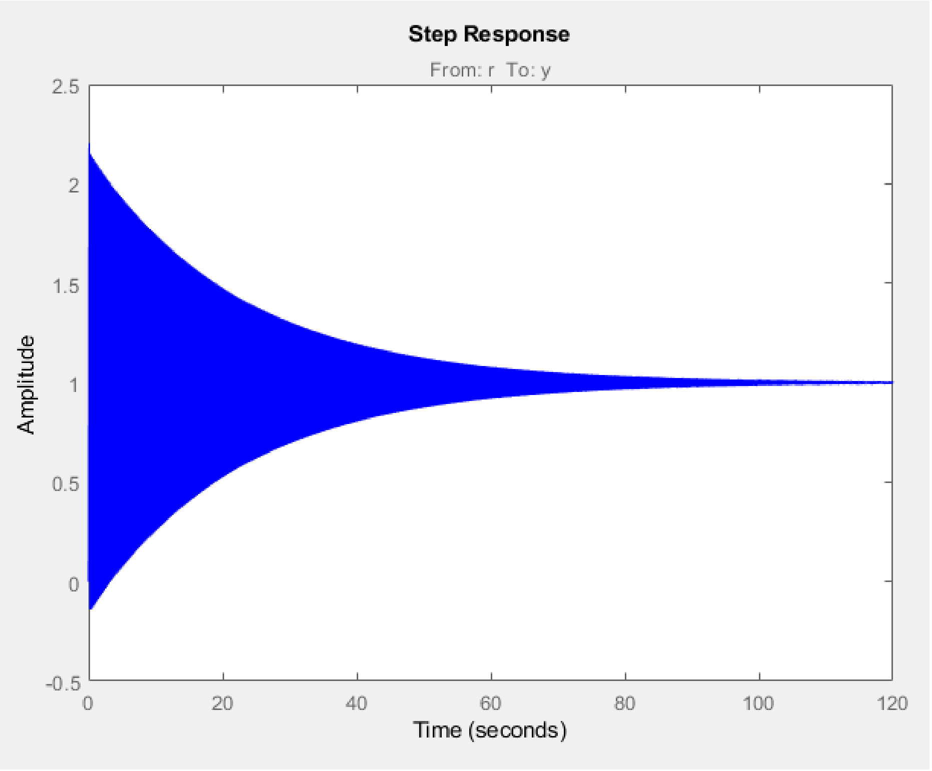

Figura 17: Respuesta a la entrada escalón de la *Figura 3*.

$$Sistema\ estable\ para\ K\ \geq 1003.9\ aproximadamente$$

- **Tarea 2:**

Al ser un sistema realimentado con H(s) = 1, el error verdadero es el error de control.

$$\boldsymbol{GH(s)} = G_C(s)G_P(s)H(s) = \frac{K}{s} * \frac{s+10}{(s+20)(s-8)} * 1 = \frac{\boldsymbol{Ks + 10K}}{\boldsymbol{s^3 + 12s^2 - 160s}}$$

El sistema es de tipo 1 debido a que posee 1 polo en s = 0 (posee polos en s=0, s=8 y s=-20).
Siendo un sistema de tipo 1, el valor de Kp (para el escalón) es infinito y su error es 0, y el valore Ka (para la parábola) es igual a 0 y su error es infinito.
Procedemos a calcular el error para la entrada rampa, y confirmar los resultados teóricos del error para la entrada escalón y parábola.

1) **Entrada escalón:**

$$K_P = lim_{s\to 0}GH(s) = lim_{s\to 0}\frac{\boldsymbol{Ks + 10K}}{\boldsymbol{s^3 + 12s^2 - 160s}} = \frac{\boldsymbol{10K}}{\boldsymbol{0}} = \infty$$

$$e_{SS} = \frac{M}{1+K_P} = \frac{1}{1-\infty} = \frac{16}{-\infty} = 0\%$$

Observando la Figura 17, se puede apreciar que el sistema para la entrada escalón tiende a 1 en el estacionario proporcionando un error igual a 0% obtenido gráficamente

2) **Entrada rampa:**

$$K_V = lim_{s\to 0} sGH(s) = lim_{s\to 0}\frac{Ks^2+10Ks}{s^3+12s^2-160s} = lim_{s\to 0}\frac{Ks^2+10Ks}{s^3+12s^2-160s} =$$

$$= lim_{s\to 0}\frac{Ks+10K}{s^2+12s-160} = \frac{10K}{-160} = -\frac{K}{16}$$

$$e_{SS} = \frac{M}{K_V} = \frac{1}{-\frac{K}{16}} = -\frac{16}{K} \to Aplicamos\ condicion\ e_{SS} < 20\% \to$$

$$\to -\frac{16}{K} < -0.2 \to K > 80$$

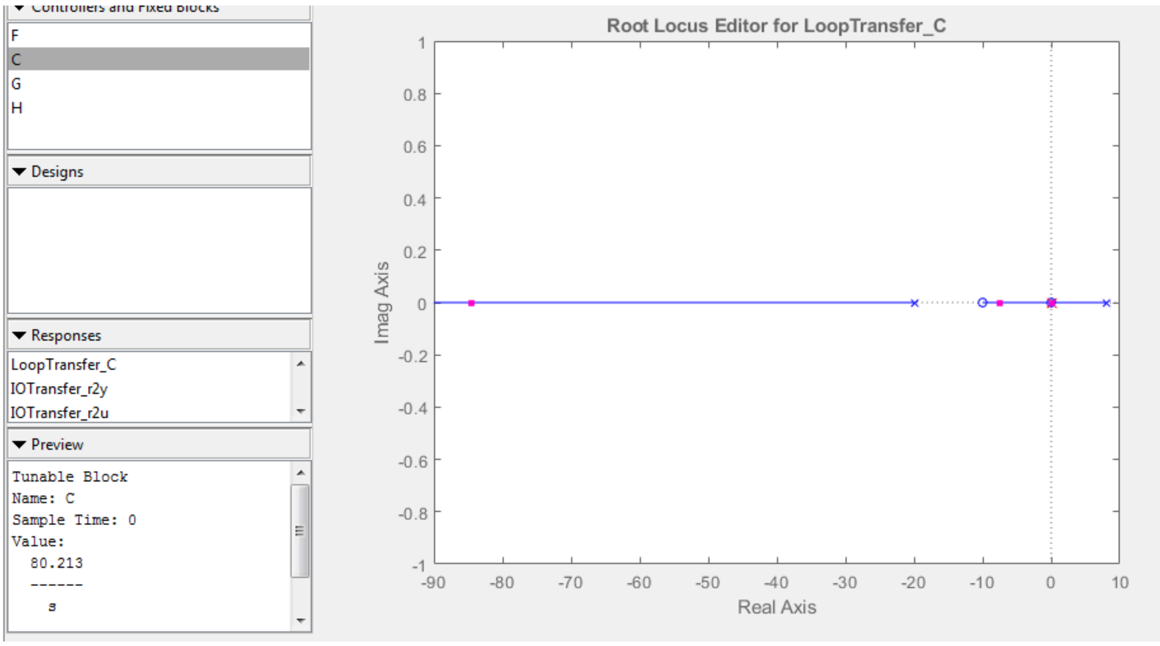

Figura 18: Posición de ceros y polos del sistema con entrada rampa con K aproximadamente 80.

Se puede observar que el sistema es marginalmente estable para todo K debido a que siempre hay un polo en s = 0.

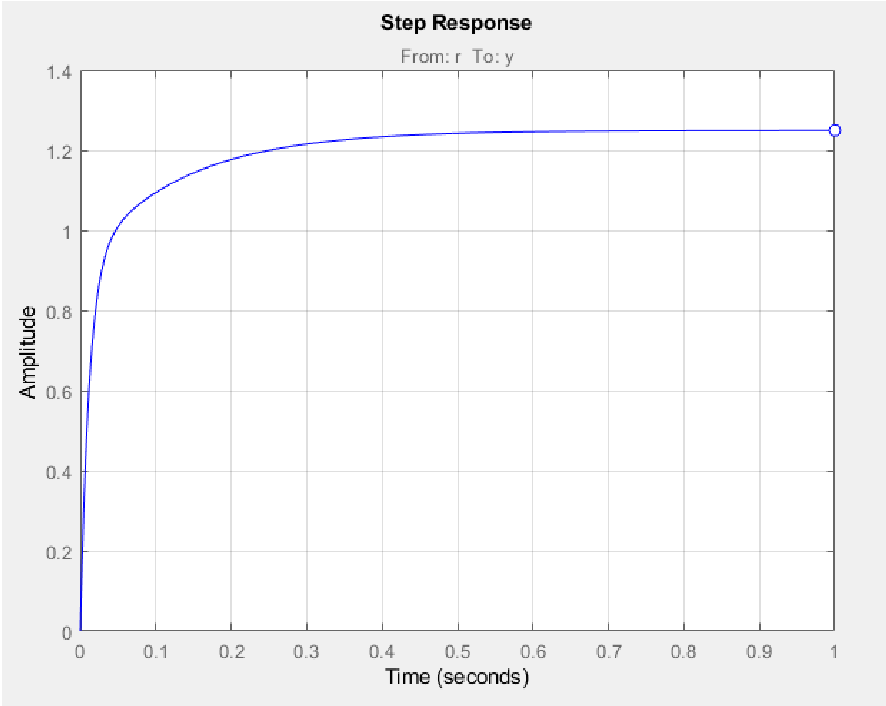

Figura 19: Respuesta del sistema ante la entrada rampa con K de la *Figura 10.*

$$e_{SS}KFigura18 = Valor\ Estacionario - 1 = 1.25 - 1 = 0.25 = 25\%$$

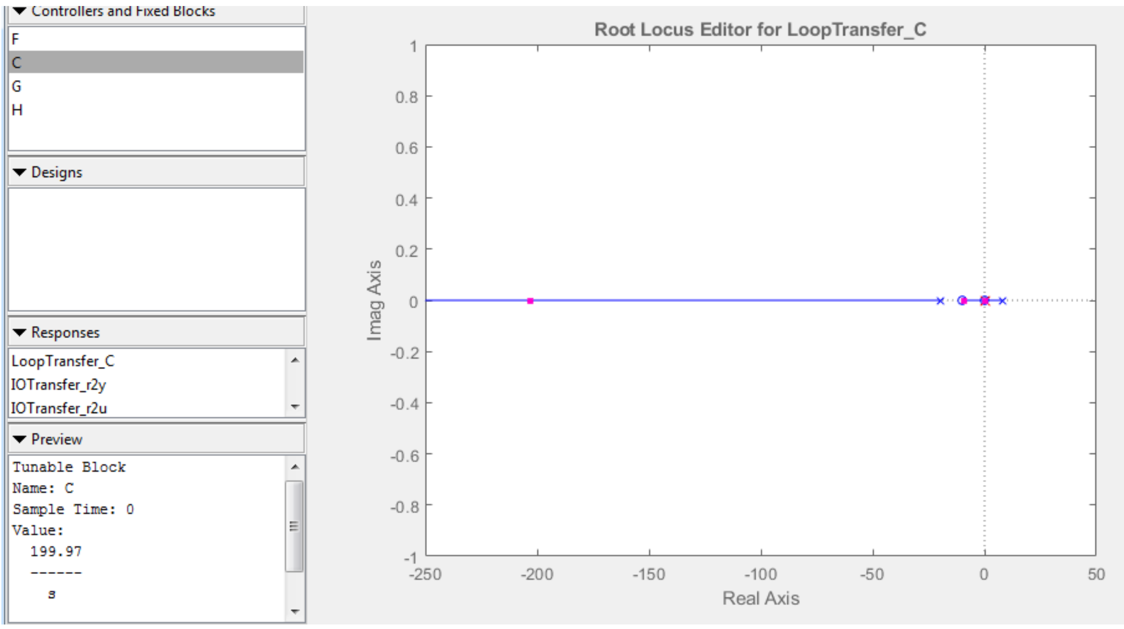

Figura 20: Posición de ceros y polos del sistema con entrada rampa con K=199.97

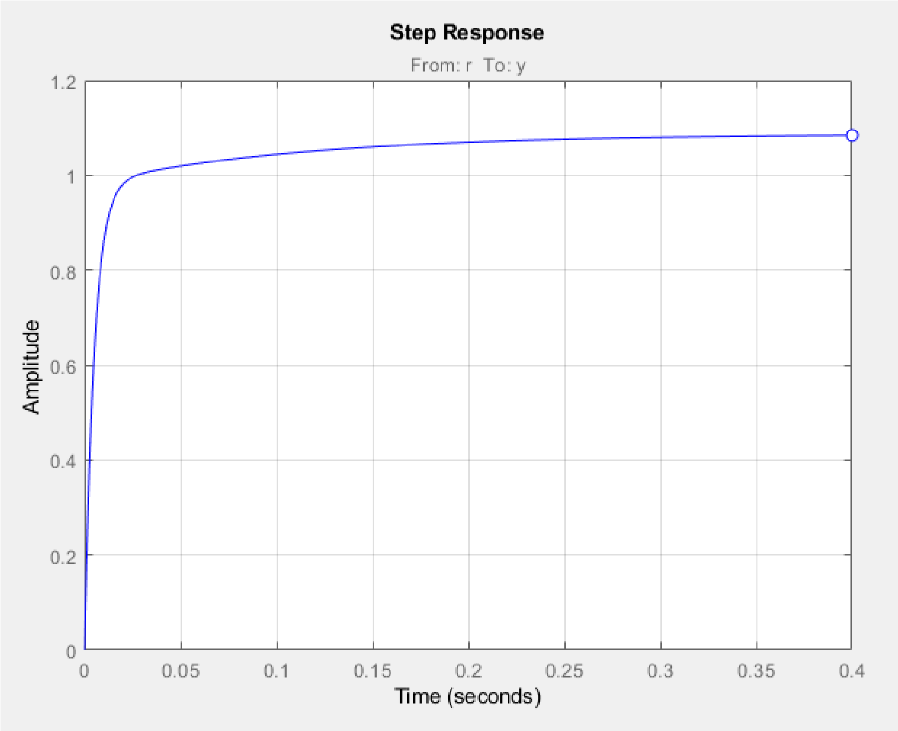

Figura 21: Respuesta del sistema ante la entrada rampa con K de la *Figura 20.*

$$e_{SS}KFigura20 = Valor\ Estacionario - 1 = 1.1 - 1 = 0.1 = 10\%$$

Podemos asegurar que para K aproximadamente 80, el error en el estacionario es 25%. Varia un poco con el error teórico debido a que el sistema es marginalmente estable para el rango de la Tarea 1.
Aunque si aumentamos el valor de K, el error disminuye.

3) **Entrada parábola:**

$$K_a = lim_{s\to 0} s^2 GH(s) = lim_{s\to 0} \frac{Ks^3 + 10Ks^2}{\boldsymbol{s^3 + 12s^2 - 160s}} =$$

$$= lim_{s\to 0} \frac{Ks^2 + 10Ks}{\boldsymbol{s^2 + 12s - 160}} == \frac{0}{-160} = 0$$

$$e_{SS} = \frac{M}{K_a} = \frac{1}{-\frac{K}{16}} = -\frac{16}{K} \to Aplicamos\ condicion\ e_{SS} < 20\% \to$$

$$\to e_{SS} = \frac{M}{K_a} = \frac{1}{0} = infinito$$

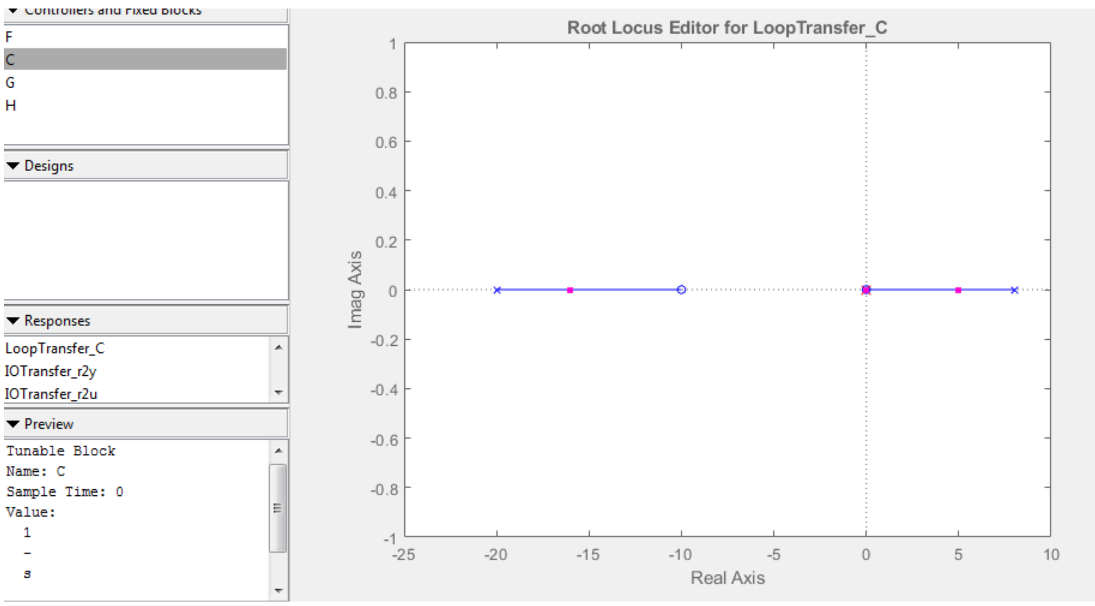

Figura 22: Posición de ceros y polos del sistema con entrada parábola con K=1.

Se puede observar que el sistema es inestable para todo K debido a que siempre hay un polo con parte real positiva.

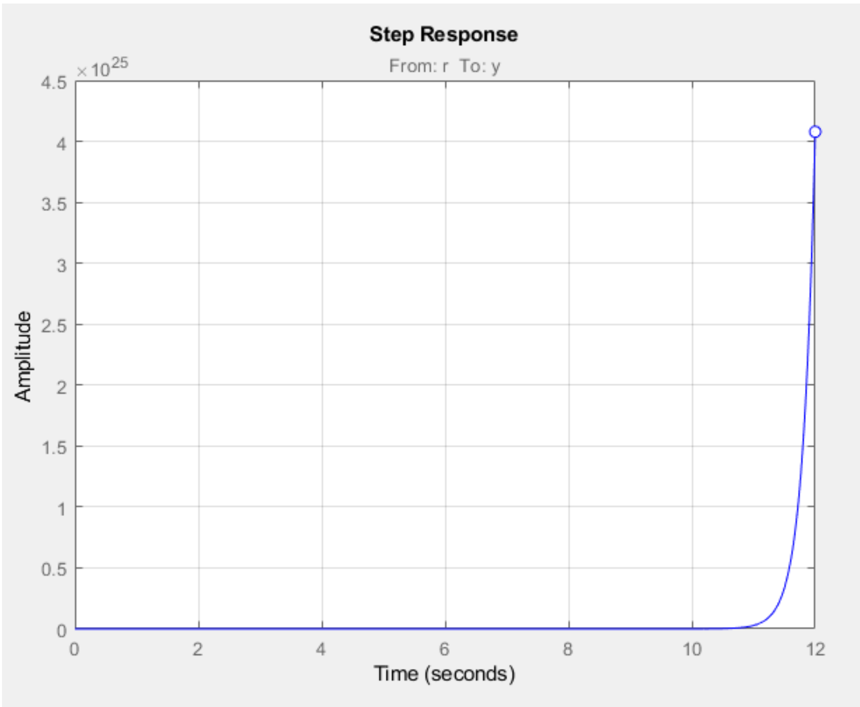

Figura 23: Respuesta del sistema ante la entrada parábola con K de la *Figura 22*

- **Tarea 3:**

Escogemos un valor de K = 150 para obtener <20% de error en el estacionario, y obtenemos la función de transferencia del sistema en lazo cerrado.

$$\boldsymbol{G(s)} = \frac{G_C(s)G_P(s)}{1+G_C(s)G_P(s)} = \frac{\frac{K}{s} * \frac{s+10}{(s+20)(s-8)}}{1+\frac{K}{s} * \frac{s+10}{(s+20)(s-8)}} =$$

$$= \frac{Ks+10K}{s^3+12s^2+(K-160)s+10K}$$

Aplicamos el valor de K escogido y obtenemos la siguiente función de transferencia.

$$\boldsymbol{G(s)} = \frac{Ks+10K}{s^3+12s^2+(K-160)s+10K} = \frac{150s+1500}{s^3+12s^2-10s+1500}$$

Ahora procedemos a obtener la respuesta a la entrada escalón, rampa y parábola.

1) Entrada escalón:

$$\boldsymbol{e_{SS}} = (lim_{s\to 0} G(s)) - 1 = \left(lim_{s\to 0} \frac{150s+1500}{s^3+12s^2-10s+1500}\right) - 1 =$$

$$= \frac{1500}{1500} - 1 = 1 - 1 = \boldsymbol{0}\%$$

2) Entrada rampa:

$$\boldsymbol{e_{SS}} = (lim_{s\to 0}\left(G(s) * \frac{1}{s}\right)) - 1 = \left(lim_{s\to 0}\left(\frac{150s+1500}{s^3+12s^2-10s+1500} * \frac{1}{s}\right)\right) - 1 =$$

$$= \frac{1500}{0} - 1 = \infty - 1 = \infty$$

3) Entrada parábola:

$$\boldsymbol{e_{SS}} = (lim_{s\to 0}\left(G(s) * \frac{1}{s^2}\right)) - 1 = \left(lim_{s\to 0}\left(\frac{150s+1500}{s^3+12s^2-10s+1500} * \frac{1}{s^2}\right)\right) - 1 =$$

$$= \frac{1500}{0} - 1 = \infty - 1 = \infty$$

4) Representación gráfica:

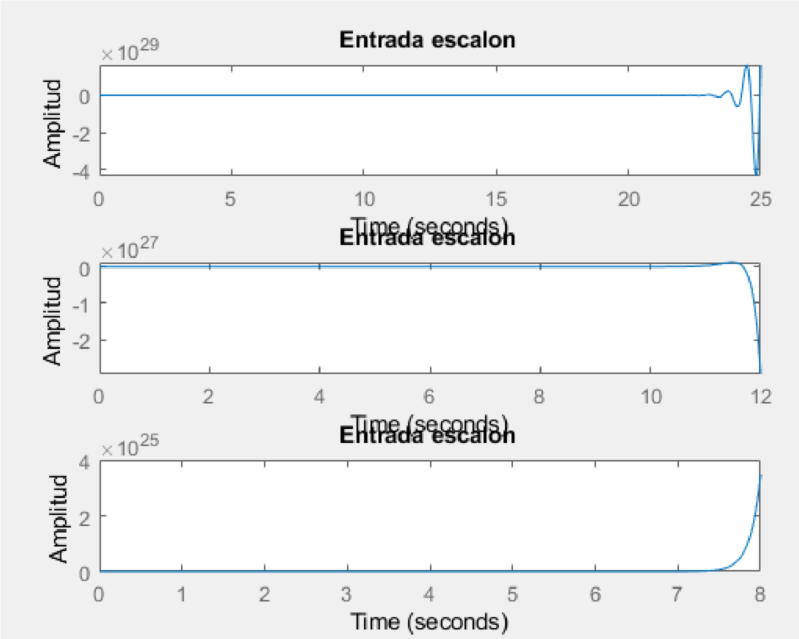

Figura 24: Valor del error en el estacionario para las 3 entradas.

- **Tarea 4:**

Para obtener una respuesta en el estacionario subamortiguado o sobre-amortiguado, debemos tener como polo dominante sea un polo complejo conjugado, debido a que la amortiguación depende de ς:

$$\begin{cases} Sobreamortiguado: & \varsigma > 1 \\ Subamortiguado: & 0 < \varsigma < 1 \end{cases}$$

$$\boldsymbol{G(s)} = \frac{Ks + 10K}{s^3 + 12s^2 + (K - 160)s + 10K}$$

$K > 80$

1) Entrada escalón:

$$\boldsymbol{R(s)} = \frac{1}{s}$$

$$\boldsymbol{GR(s)} = \frac{Ks + 10K}{s^3 + 12s^2 + (K - 160)s + 10K} * \frac{1}{s} = \frac{Ks + 10K}{s^4 + 12s^3 - (K - 160)s^2 + 10Ks}$$

$$Polos\ GR(s) \rightarrow \begin{cases} s = 0 \\ s^3 + 12s^2 + (K - 160)s + 10K = 0 \end{cases}$$

Como termino independiente en la ecuación de los polos, tenemos 10K > 0, y en una ecuación de tercer orden, si el término independiente es mayor a 0, tenemos un polo real y un polo complejo conjugado (2 polos complejos).

Sinceramente no he conseguido sacar los polos en función de K, y Matlab no consigue realizar los polos resolviendo la ecuación en función de K. El método usado es observar el valor del polo complejo conjugado en rltool y obtener el valor de ς para saber si es sobre-amortiguado o subamortiguado.

$$\sigma = \varsigma * W_n \rightarrow \varsigma = \frac{\sigma}{W_n}$$

$$W = W_n\sqrt{\varsigma^2 - 1} = W_n\sqrt{\frac{\sigma^2}{W_n^2} - 1} \rightarrow W^2 = W_n^2\left(\frac{\sigma^2}{W_n^2} - 1\right) = \sigma^2 - W_n^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow W_n^2 = \sigma^2 - W^2 \rightarrow W_n = \sqrt{\sigma^2 - W^2}$$

Ahora procedo a indicar algunos polos y obtengo ς con las formulas antes calculadas:

$$K = 1005.4 \rightarrow \varsigma = 0.0016j$$

$$K = 1005.4 \rightarrow \varsigma = 0.0124j$$

$$K = 32572 \rightarrow \varsigma = 0.0054j$$

Vemos que para cualquier valor de K cuando el sistema es estable (K >1003.9), el sistema posee un valor de ς dentro del siguiente rango 0<ς< 1 indicando que es un sistema subamortiguado para la entrada escalón.

2) Entrada rampa:

$$\boldsymbol{R(s)} = \frac{1}{s^2}$$

$$\boldsymbol{GR(s)} = \frac{Ks + 10K}{s^3 + 12s^2 + (K - 160)s + 10K} * \frac{1}{s^2} = \frac{Ks + 10K}{s^5 + 12s^4 - (K - 160)s^3 + 10Ks^2}$$

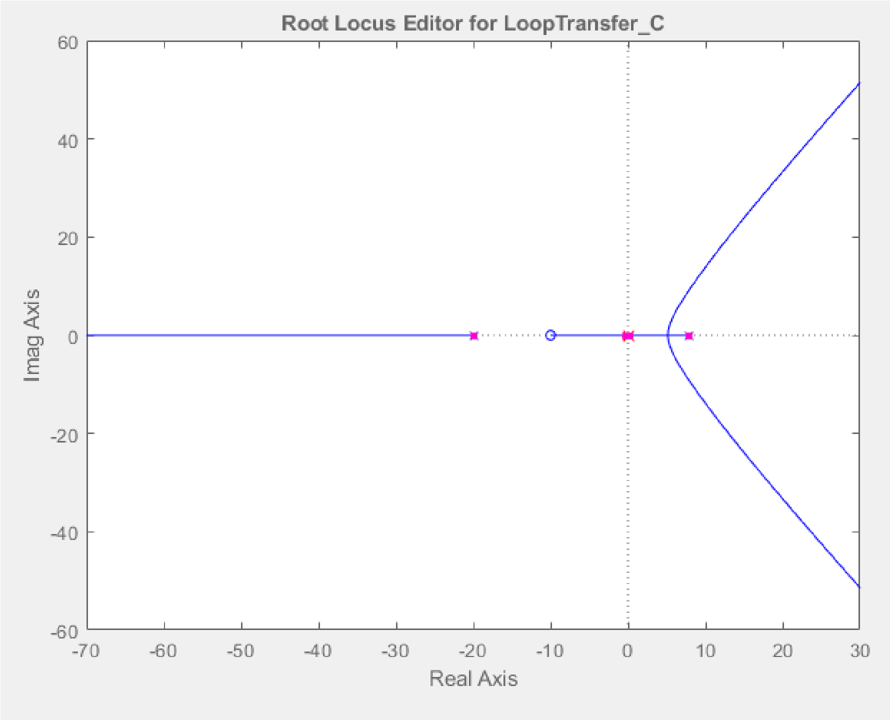

Figura 25: Polos y ceros del sistema con entrada rampa.

Aplicamos los cálculos de ς igual a los del apartado anterior, aunque el polo complejo conjugado no es el polo dominante.

$$K = 124.5 \rightarrow \varsigma = -1.0063$$

$$K = 333.14 \rightarrow \varsigma = -1.3160$$

$$K = 2088.1 \rightarrow \varsigma = 1.6096j$$

$$K = 10071 \rightarrow \varsigma = 0.9181j$$

Ahora procedemos a indicar los rangos de K para las amortiguaciones:

$$\begin{cases} \boldsymbol{Sobreamortiguado} \approx & \mathbf{10000} > \boldsymbol{K} > \mathbf{1000} \\ \boldsymbol{Subamortiguado} \approx & \boldsymbol{K} > \mathbf{10000} \end{cases}$$

3) Entrada parábola:

$$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{s}) = \frac{1}{s^3}$$

$$\boldsymbol{GR}(\boldsymbol{s}) = \frac{Ks + 10K}{s^3 + 12s^2 + (K - 160)s + 10K} * \frac{1}{s^2} = \frac{Ks + 10K}{s^6 + 12s^5 - (K - 160)s^4 + 10Ks^3}$$

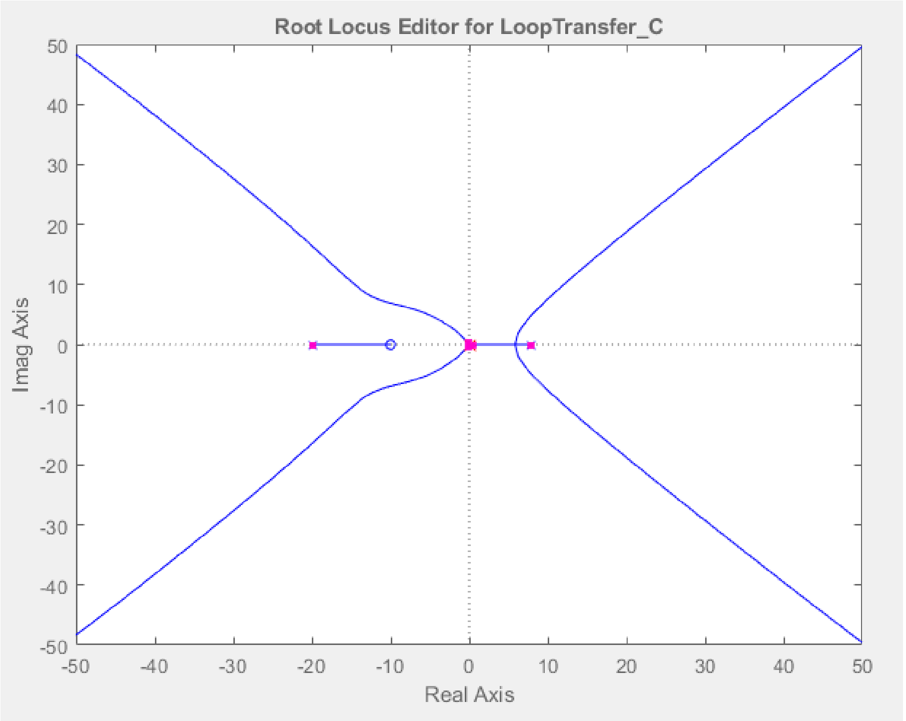

Figura 26: Polos y ceros del sistema con entrada parábola.

Aunque el sistema es inestable, el polo complejo de la parte real negativa es el polo dominante y procedo a obtener el valor de ς.

$K = 70.492 \rightarrow \varsigma = 0.8907j$

$K = 1089.8 \rightarrow \varsigma = 1.3236j$

$K = 2591 \rightarrow \varsigma = 1.7132j$

$K = 3473.6 \rightarrow \varsigma = 1.9403j$

Ahora procedemos a indicar los rangos de K para las amortiguaciones:

$$\begin{cases} \boldsymbol{Sobreamortiguado} \approx & \boldsymbol{K > 70} \\ \boldsymbol{Subamortiguado} \approx & \boldsymbol{70 > K > 3500} \end{cases}$$

3) Controlador de acción derivativa:

$G_C(s) = Ks$

- **Tarea 1:**

Para realizar esta tarea, simplemente indicamos a Matlab las dos funciones de transferencias (Gp(s) y Gc(s)) directamente en rltool.

Tras indicar los valores de la planta y el controlador, procedemos a analizar la posición de ceros y polos par obtener el rango de K para que el sistema sea estable.

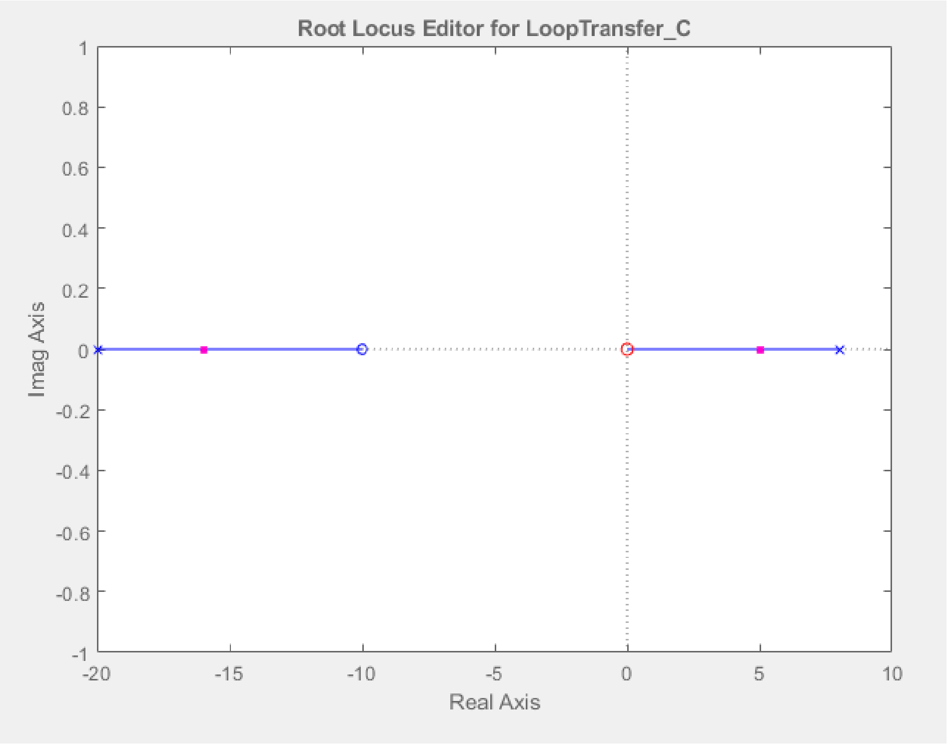

Figura 27: Posición de ceros y polos del sistema con Gp(s) y controlador acción derivativo.

Tenemos un polo con parte real positiva para cualquier valor de K.

$$Sistema\ inestable\ para\ cualquier\ valor\ de\ K$$

- **Tarea 2, 3 y 4:**

  Al tener un sistema inestable para cualquier valor de K, no es posible calcular el error en el estacionario debido a que la señal la amplitud tiende a infinito a medida que el tiempo tiende a infinito.

Análisis del comportamiento del sistema en discreto

Para empezar, debemos discretizar la planta y el controlador con la orden c2d en Matlab.

$$\boldsymbol{G_P(s) = \frac{s+10}{(s+20)(s-8)} \rightarrow G_P(z) = \frac{239.48(z-0.2223)}{z(z-2981)}}$$

a) Controlador de acción integral:

$$G_C(s) = \frac{K}{s} \rightarrow G_C(z) = \frac{K}{z-1}$$

- **Tarea 1:**

Para realizar esta tarea, simplemente indicamos a Matlab las dos funciones de transferencias (Gp(s) y Gc(s)) directamente en rltool.

Tras indicar los valores de la planta y el controlador, procedemos a analizar la posición de ceros y polos para obtener el rango de K para que el sistema sea estable.

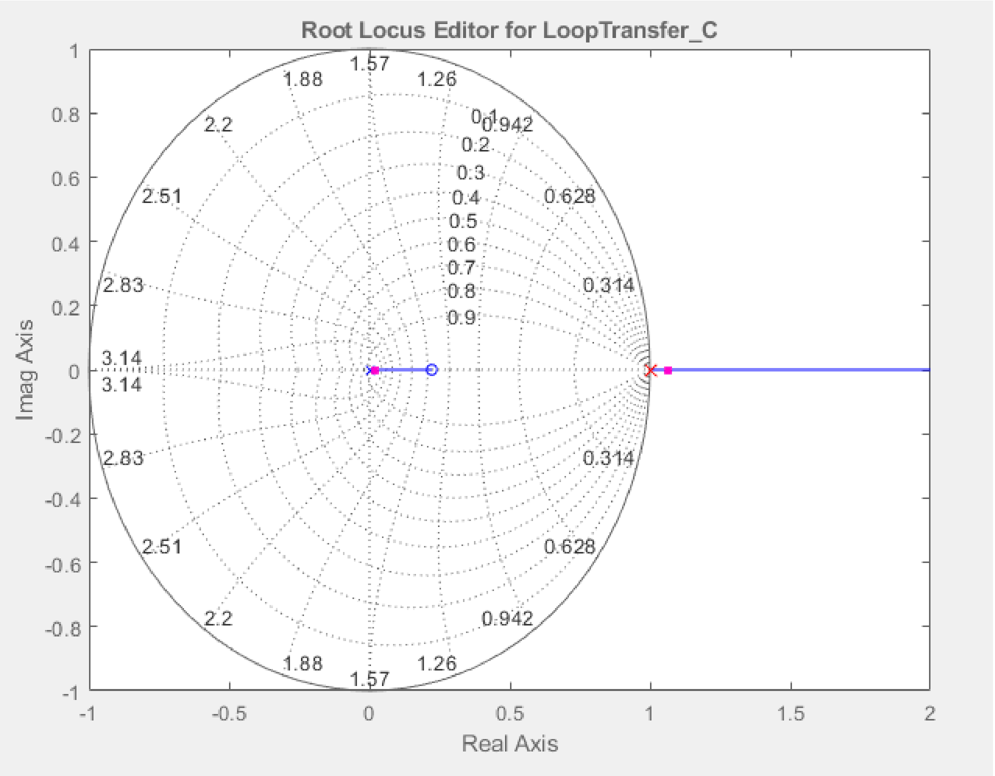

Figura 28: Posición de ceros y polos del sistema con Gp(z) y controlador acción integral y K = 1.

Vemos que el sistema es inestable para cualquier valor de K debido a que siempre hay un polo fuera del círculo unidad.
Si K = 0, el sistema es marginal mente estable, pero no es posible tener K = 0.

- **Tarea 2:**

Al ser un sistema realimentado con H(s) = 1, el error verdadero es el error de control.

$$\boldsymbol{GH(z)} = G_C(z)G_P(z)H(z) = \frac{K}{z-1} * \frac{\mathbf{239.48(z-0.2223)}}{\mathbf{z(z-2981)}} * 1 =$$

$$= \frac{\mathbf{59870000Kz - 133309101K}}{\mathbf{250000z^3 - 745500000z^2 - 745250000z}}$$

El sistema es de tipo 0 debido a que no posee polos en z = 1.

1) **Entrada escalón:**

$$K_P = lim_{z\to 1}(z-1)GH(z) = lim_{z\to 1}\frac{\mathbf{59870000Kz - 13309101K}}{\mathbf{250000z^2 - 745250000z}} =$$

$$= \frac{\mathbf{46560899K}}{\mathbf{-745000000}} = -\mathbf{K}(\mathbf{1.34e-9})$$

$$e_{SS} = \frac{M}{1+K_P} = \frac{1}{1-\mathbf{K}(\mathbf{1.34e-9})}$$

Para la entrada escalón, el sistema es inestable al tener un polo fuera del circulo unidad. Por este caso, no es posible calcular el error dentro de un rango de K para el sistema estable.

2) **Entrada rampa:**

$$K_V = lim_{z\to 1}(z-1)^2 * GH(z) = \frac{\mathbf{46560899K}}{0} = \infty$$

$$e_{SS} = \frac{M}{K_V} = \frac{1}{\infty} = 0$$

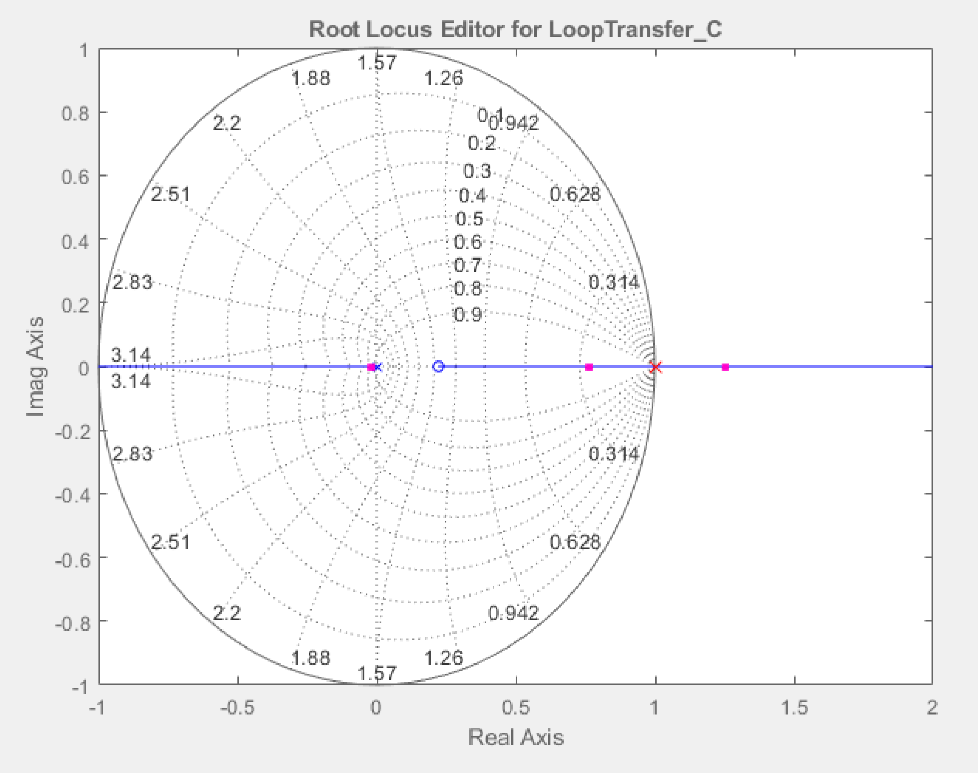

Figura 29: Posición de ceros y polos del sistema con entrada rampa y K = 1.

El sistema sigue siendo inestable para la entrada rampa.

3) **Entrada parábola:**

$$K_a = lim_{z\to 1}(z-1)^3 * GH(z) = \frac{\mathbf{46560899K}}{0} = \infty$$

$$e_{SS} = \frac{M}{K_a} = \frac{1}{0} = 0$$

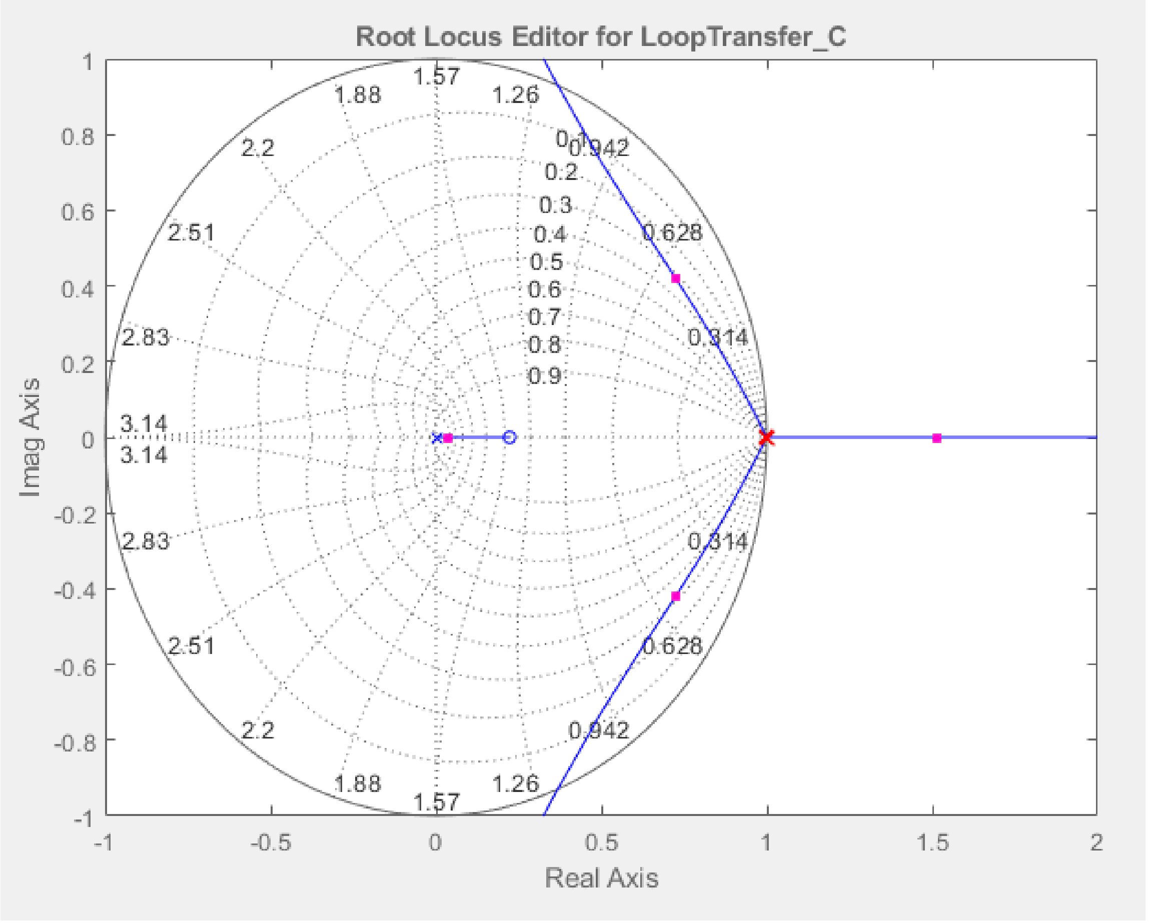

Figura 30: Posición de ceros y polos del sistema con entrada parábola y K = 1.

Se puede observar que el sistema es inestable para todo K debido a que siempre hay un polo fuera del círculo unidad.

- **Tarea 3:**

El sistema es inestable para cualquier valor de K, y cualquier calculo con cualquier valor de K, obtendremos un error infinito para cada una de las entradas.

- **Tarea 4:**

No se puede obtener si es sobreamortiguada o subamortiguada para las entradas escalón y rampa debido a que poseemos solamente polos con parte real sin parte imaginaria, y hay que tener en cuenta que la amortiguación depende de los polos complejos conjugados.

Para la entrada parábola, obtenemos un comportamiento de polo complejo conjugado pero el sistema es inestable para cualquier valor de K, al tener un polo fuera del círculo unidad siempre.