1. Sea $a > 0$. Demuestrese que la curva C dada por $\vec{r} = a\cos(s/a)\vec{i} + a\sin(s/a)\vec{j}$ es una circuferencia en el plano xy de radio a y centro en el origen y que está parametrizada en función de la longitud de arco s. Calcular la curvatura, el radio de curvatura y los vectores tangente unitario y normal principal en todo punto de C.

(v. 2,5)

2. Calcular los valores máximo y mínimo de $f(x,y) = x - x^2 + y^2$ en el rectángulo $\{0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$.

(v. 2.5)

3. Calcular el volumen del sólido que está situado en el primer octante, dentro del cilindro $x^2+y^2 = a^2$ y bajo el plano $z = y$.

(v. 2.5p)

4. Sea C la parte de la curva intersección de las superficies $z = x + y^2$ e $y = 2x$ que van del origen al punto $(2, 4, 8)$. Calcular $\int_C 2y\,dx + x\,dy + 2\,dz$.

(v. 2.5p)

Examen de Análisis II - 1ª Semana 2019

1) Ejemplo 2, pág 723

13.2-1 2) $f(x,y) = x - x^2 + y^2$, $R = \{(x,y) \mid 0 \le x \le 2, 0 \le y \le 1\}$

Puntos críticos: $0 = f_1(x,y) = 1 - 2x$, $0 = f_2(x,y) = 2y$.
El único punto crítico es $(1/2, 0)$ el cual está en la frontera de R.
La frontera de R consta de cuatro segmentos. Hay que investigar cada uno.
Sobre $x=0$ se tiene $f(x,y) = f(0,y) = y^2$, para $0 \le y \le 1$, el cual tiene un mínimo en 0 y un máximo en 1.
Sobre $y=0$ se tiene $f(x,y) = f(x,0) = x - x^2 = g(x)$ para $0 \le x \le 2$
Puesto que $g'(x) = 1 - 2x = 0$, tenemos $x = 1/2$, $g(1/2) = 1/4$.
$g(0) = 0$ y $g(2) = -2$. Luego el valor máximo y mínimo de f sobre este segmento de la frontera $y=0$, son $1/4$ y -2 respectivamente.
Sobre $x=2$ se tiene $f(x,y) = f(2,y) = -2 + y^2$ para $0 \le y \le 1$
con valor mínimo -2 y valor máximo -1
Sobre $y=1$, $f(x,y) = f(x,1) = x - x^2 + 1 = g(x) + 1$, $0 \le x \le 2$.
Los valores máximos de f sobre este segmento son $(5/4)$ y (-1) respectivamente. Luego f tiene un valor máximo $5/4$ y un mínimo -2 sobre el rectángulo R.

3) ejemplo 3, pág. 909

Ap. Cap15-2 4) La curva C se puede parametrizar mediante
$x = t$, $y = 2t$, $z = t + 4t^2$ $(0 \le t \le 2)$. Entonces:

$$\int_C 2y\,dx + x\,dy + 2\,dz = \int_0^2 [4t(1) + t(2) + 2(1+8t)]\,dt$$

$$= \int_0^2 (22t + 2)\,dt = 48$$

61041071		Análisis Matemático II		041
		GRADO EN FÍSICA		61
	Junio - 2019 Original	Duración: 120 min.	EXAMEN. Tipo - Desarrollo	Nacional - U.E. 2º Cuatrimestre
[po/kX] Material: Calculadora no programable				Hoja 1 de 1

1. El plano $z = 1 + x$ corta al cono $z^2 = x^2 + y^2$ formando una parábola. Intente parametrizar dicha parábola utilizando como parametros. a) $t = x$, b) $t = y$ y c) $t = z$. ¿Cuál de estas parametrizaciones sirven para representar toda la parábola?¿Qué es dicha parametrización?¿Qué sucede con las otras dos posibilidades de parametrización?

(v. 2.5p)

2. Calcular una ecuación de la curva del plano xy que pasa por $(1, 1)$ y corta a todas las curvas de nivel de la función $f(x, y) = x^4 + y^2$ formando angulos rectos.

(v. 2.5p)

3. Calcular la integral doble $\iint_D dA/\sqrt{(x^2+y^2)}$ en el disco $D := \{x^2+y^2 \leq a^2, a > 0\}$.

(v. 2.5p)

4. Calcular la integral $I = \oint (x - y^3)dx + (y^3 + x^3)dy$, siendo C la frontera orientada positivamente del cuarto de disco $Q := \{0 \leq (x^2+y^2) \leq a^2, x \geq 0, y \geq 0\}$.

(v. 2.5p)

Examen A II, 2ª Semana 2019

11.3-11 1º) $\{z=1+x\}\cap\{z^2=x^2+y^2\}$ = parábola

a) $x=t$, $z=1+t$, $1+2t+t^2=t^2+y^2$, $y=\pm\sqrt{1+2t}$

Son necesarias dos parametrizaciones para dar una parábola, una para $y\leq 0$ y otra para $y\geq 0$

b) Si $y=t$, $x^2+t^2=z^2=1+2x+x^2$, así $2x+1=t^2$, $x=(t^2-1)/2$

$z=1+x=(t^2+1)/2$. La parábola es parametrizada por

$$\vec{r}=\frac{t^2-1}{2}\vec{i}+t\vec{j}+\frac{t^2+1}{2}\vec{k}$$

c) $z=t$, $x=t-1$ y $t^2=t^2-2t+1+y^2$, así $y=\pm\sqrt{2t-1}$.

Son necesarias dos parametrizaciones para describir la parábola.

12.7-22 2º) Sea $y=g(x)$ la curva. En (x,y) esta curva tiene la normal $\nabla(g(x)-y)=g'(x)\vec{i}-\vec{j}$

Una curva de la familia $x^4+y^2=C$ tiene la normal

$$\nabla(x^4+y^2)=4x^3\vec{i}+2y\vec{j}$$

Estas curvas se cortan en un ángulo recto si sus normales son perpendiculares, es decir,

$$0=4x^3g'(x)-2y=4x^3g'(x)-2g(x),\text{ luego}$$

$\dfrac{g'(x)}{g(x)}=\dfrac{1}{2x^3}$, integrando, se tiene, $\ln|g(x)|=-\dfrac{1}{4x^2}+\ln|C|$

$\Rightarrow g(x)=Ce^{-1/(4x^2)}$. Puesto que la curva pasa por $(1,1)$, se tiene $1=g(1)=Ce^{-1/4}\Rightarrow C=e^{1/4}$, luego

$$y=e^{(1/4)-1/(4x^2)}$$

14.4-3 3) $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leq a^2,\ a>0\}$

$$\iint_D\frac{dA}{\sqrt{x^2+y^2}}=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^a\frac{r\,dr}{r}=2\pi a$$

---

4) ejemplo 2, pág 1015
