

Apellidos: _____ Nombre: _____

IMPORTANTE

- ⌚ Duración del examen: **90 minutos**
- 📄 No olvide anotar el nombre y los apellidos en todas las hojas de examen, incluido el enunciado de examen
- 📄 No se permite ningún tipo de documentación
- 📄 Las respuestas se entregarán en hojas de examen
- 📄 Se entregarán las hojas de examen, incluido el enunciado de examen, dobladas por la mitad

1. (30 puntos) Considere un sistema de control con realimentación unitaria en el que ya está incluido el elemento de compensación. Si la función de transferencia de la planta queda definida por $G(s) = 10/s(s + 5)$ y la respuesta en frecuencia del compensador es la mostrada en la figura 1, determine, ante una entrada rampa unitaria, el porcentaje de reducción del error en régimen permanente que conlleva la incorporación del compensador, así como los grados adicionales que se han introducido para que se satisfaga un margen de fase de 35° , conforme a la respuesta en frecuencia de la planta ajustada en ganancia que aparece en la figura 2.

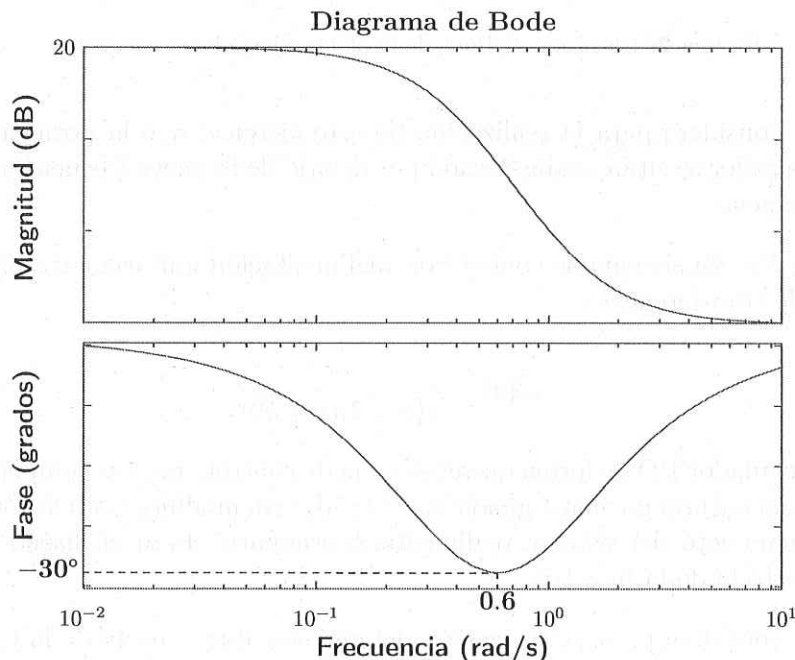


Figura 1: Diagrama de Bode del compensador.

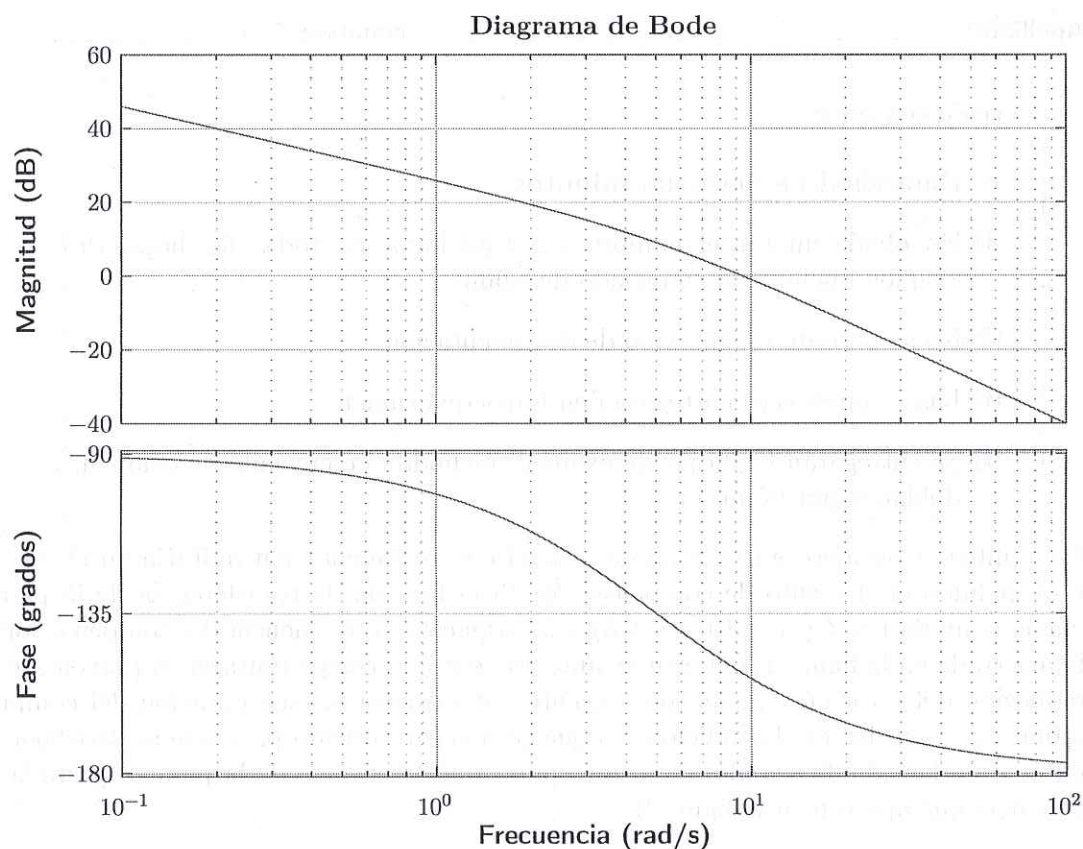


Figura 2: Diagrama de Bode de la planta ajustada en ganancia.

Nota: considere para la realización de este ejercicio que la posición del cero del compensador se sitúa media década por debajo de la nueva frecuencia de transición de ganancia.

2. (30 puntos) Sea un sistema de control con realimentación unitaria cuya planta presenta la función de transferencia

$$G(s) = \frac{4}{s(s+2)(s+50)}.$$

Diseñe un regulador PD de forma que el sistema de control, una vez compensado, opere a una frecuencia natural no amortiguada $\omega_n = 4$ rad/s sin modificar la relación o coeficiente de amortiguamiento del sistema realimentado originario. Para el diseño del regulador emplee el método de la bisectriz.

Nota: considere para la realización del ejercicio que el corte de la bisectriz con el eje real del plano transformado s se produce en el valor -6 .

3. (40 puntos) Determine la solución, en forma cerrada, de la transformada z de las siguientes funciones $f(k)$.

(a) (20 puntos) $f(k) = e^{x(k)} \cdot y(k)$, $k \geq 1$ (ver figura 3).

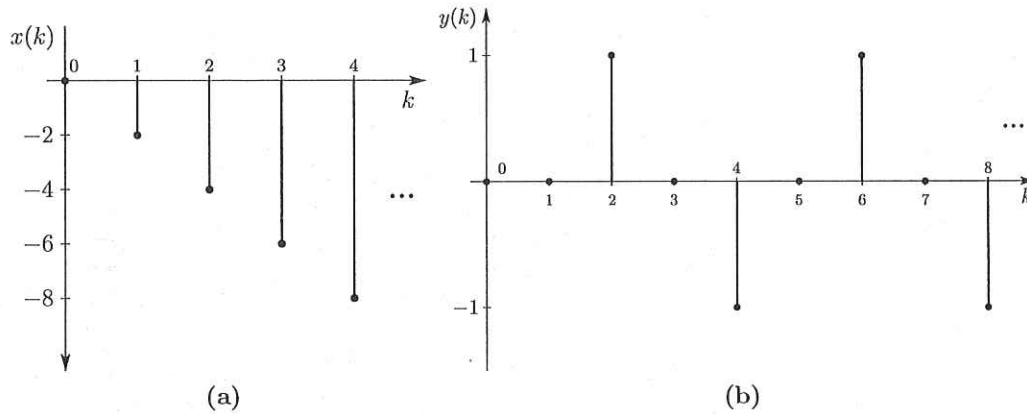


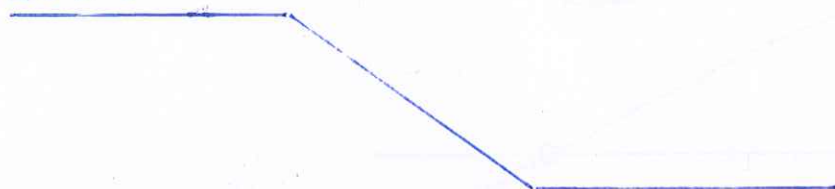
Figura 3: Señales en tiempo discreto: (a) $x(k)$; (b) $y(k)$.

(b) (20 puntos) $f(k) = k^2 \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{k}\right)^n$, $k \geq 2$. Nota: $\frac{x}{x-1} \approx 1 + e^{-\frac{x}{4}}$.

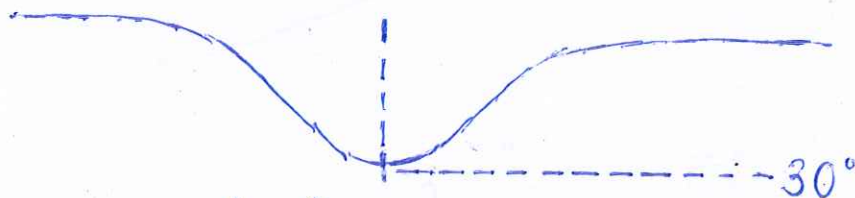


Apellidos:		Pág.:
Nombre:	Fecha:	
Titulación:		
Asignatura:	Curso / grupo:	

20 dB



$$G(s) = \frac{10}{s(s+5)}$$



$$\sin \phi_m = \frac{1-\beta}{1+\beta} = -30^\circ \rightarrow \beta = 3$$

$$K_{V \text{ PRESENTE}} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{10}{s(s+5)} = 2 \Rightarrow e_{ss}^{(i)} = \frac{1}{2}$$

$$K_{V \text{ DESEADA}} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot K_c \beta \cdot \frac{1}{\beta s + 1} \cdot \frac{10}{s(s+5)} =$$

$$= \frac{10^2}{5} = 20 \Rightarrow e_{ss}^{(f)} = \frac{1}{20}$$

$$\text{PORCENTAJE DE MEJORA} = \frac{e_{ss}^{(i)} - e_{ss}^{(f)}}{e_{ss}^{(i)}} \cdot 100 =$$

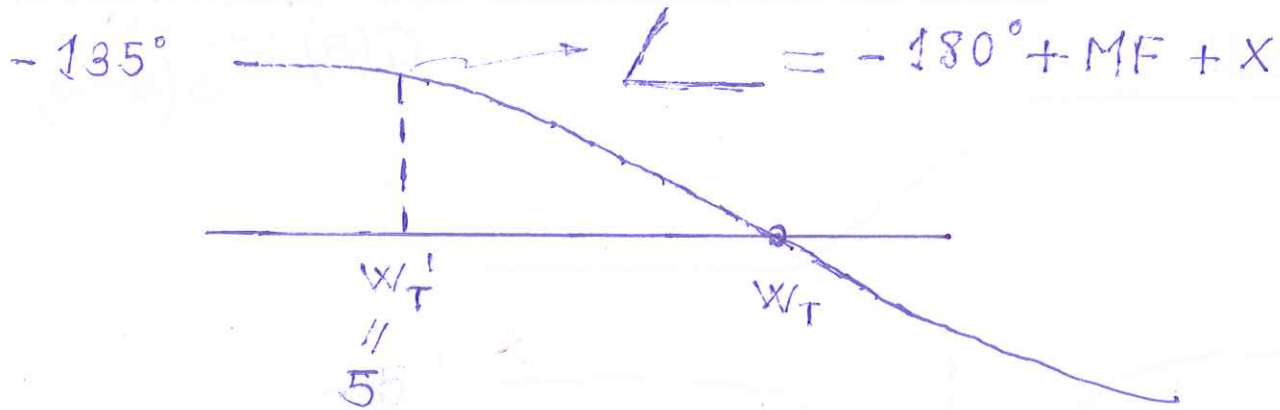
$$\text{(REDUCCIÓN DEL ERROR)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{20}}{\frac{1}{2}} = -\frac{9}{10} \cdot 100 = -90\%$$

$$W_M = \frac{1}{\sqrt{\beta} \cdot T} \rightarrow \frac{1}{T} = W_M \cdot \sqrt{\beta} = 1.04$$

//
0.6 rad/s

$$1.04 \times 5 \approx 5 \text{ rad/s}$$



$$-135^\circ = -180^\circ + 35^\circ + \underbrace{10^\circ}_{\text{adicionate!}}$$



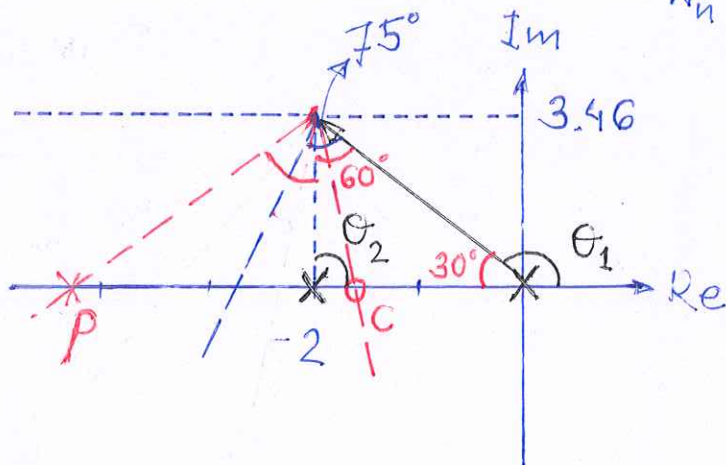
Apellidos:		Pág.:
Nombre:	Fecha:	
Titulación:		
Asignatura:	Curso / grupo:	

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{4}{s(s+2)(s+5.46)+4} = \frac{4}{s^2+2s+4} = \frac{w_n^2}{s^2+2\gamma w_n s+w_n^2}$$

$$w_n^2 = 4; w_n = 2 \text{ rad/s}; 2\gamma w_n = 2; \gamma = 0.5$$

$$s_d = -\gamma w_n \pm w_n \sqrt{1-\gamma^2} j = -2 \pm 3.465j$$

$\gamma = 0.5$
 $w_n = 4$



$$\begin{aligned} \angle G(s) &\approx -\theta_1 - \theta_2 \\ &= -150 - 90 \\ &= -240 \neq -180^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle G_c(s)G(s) &= -240 + \varphi = -180^\circ \\ \varphi &= 60^\circ \end{aligned}$$

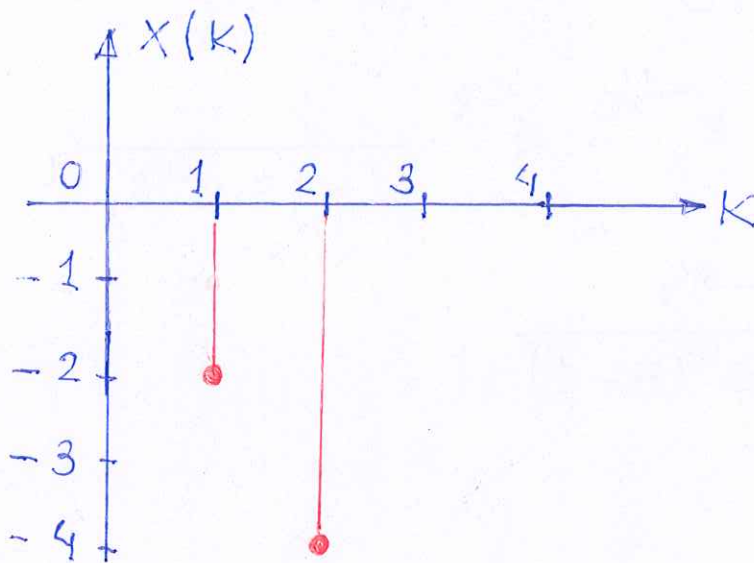
$$\left. \begin{aligned} \tan^{-1} \frac{2-c}{3.46} &= 15^\circ \rightarrow c = 1.073 \\ \tan^{-1} \frac{p-2}{3.46} &= 45^\circ \rightarrow p = 5.46 \end{aligned} \right\} G_c(s) = K_c \frac{s+1.073}{s+5.46}$$

$$\left| K_c \cdot \frac{s+1.073}{s+5.46} \cdot \frac{4}{s(s+2)} \right|_{s_d} = 1 \rightarrow K_c = 4.7223$$

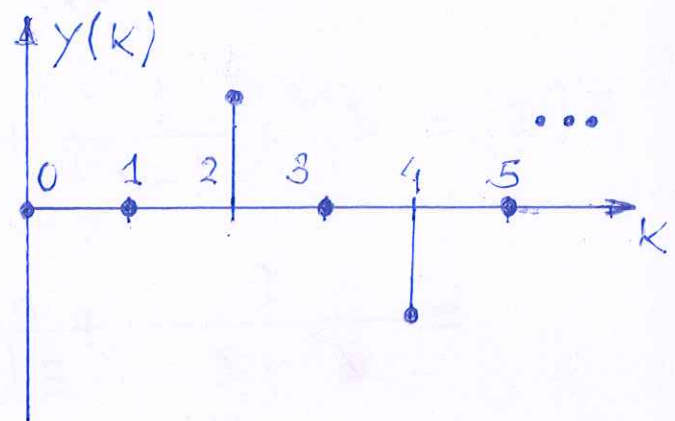


Apellidos:		Pág.:
Nombre:	Fecha:	
Titulación:		
Asignatura:	Curso / grupo:	

$$e^{x(k)} \cdot y(k) = f(k), k \geq 1$$



$$x(k) = -2k$$



$$y(k) = \sin(k-1)\pi/2$$

$$f(k) = e^{x(k)} \cdot y(k) = e^{-2k} \cdot \sin(k-1)\pi/2 \cdot u(k-1)$$
$$= e^{-2} \cdot e^{-2(k-1)} \cdot \sin(k-1)\pi/2 \cdot u(k-1)$$

$$F(z) = e^{-2} \cdot \frac{1}{1 + (e^2 z)^2} = \frac{e^{-2}}{1 + e^4 z^2}$$

$$f(k) = k^2 \cdot \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{k}\right)^n = \frac{k}{k-1}, \quad k \gg 2$$

$$f(k) = \frac{k}{k-1} \approx 1 + e^{-k/4}, \quad k \gg 2$$

$$\begin{aligned} f(k) &= u(k-2) + e^{-k/4} \cdot u(k-2) \\ &= u(k-2) + e^{-1/2} \cdot e^{-1/4(k-2)} \cdot u(k-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(z) &= z^{-2} \cdot \frac{1}{1-z^{-1}} + e^{-1/2} \cdot z^{-2} \cdot \frac{1}{1-(z \cdot e^{1/4})^{-1}} \\ &= \frac{1}{z^2 - z} + \frac{e^{-3/4}}{z(e^{1/4}z - 1)} \end{aligned}$$