

ERROR EN RÉGIMEN PERMANENTE

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1 + G(z)H(z)} ; \quad e(t) = r(t) - b(t) \\ E(z) = R(z) - B(z)$$

$$E(z) = \frac{1}{1 + G(z)H(z)} \cdot R(z)$$

$$e_{ss} = \lim_{K \rightarrow \infty} e(KT) = \lim_{z \rightarrow 1} \left[(1 - z^{-1}) \cdot \frac{1}{1 + G(z)H(z)} \cdot R(z) \right]$$

ERROR DE POSICIÓN

ENTRADA ESCALÓN UNITARIO: $r(t) = 1(t) \rightarrow R(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}}$

$$e_{ss} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{1}{1 + G(z)H(z)} = \frac{1}{1 + \lim_{z \rightarrow 1} G(z)H(z)} = \frac{1}{1 + K_p}$$

ERROR DE VELOCIDAD

ENTRADA RAMPA UNITARIA: $r(t) = t \cdot 1(t) \rightarrow R(z) = \frac{T \cdot z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2}$

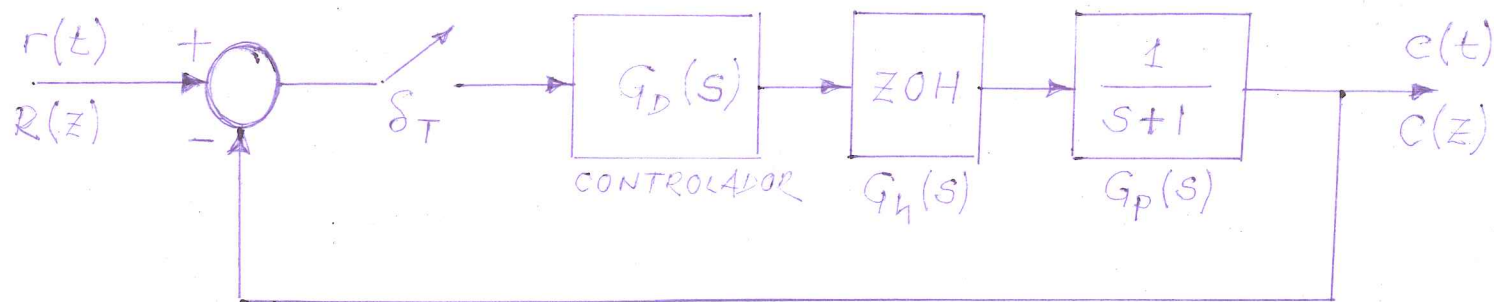
$$e_{ss} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{T}{(1 - z^{-1}) G(z)H(z)} = \frac{1}{K_v} ; \quad K_v = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(1 - z^{-1}) G(z)H(z)}{T}$$

ERROR DE ACELERACIÓN

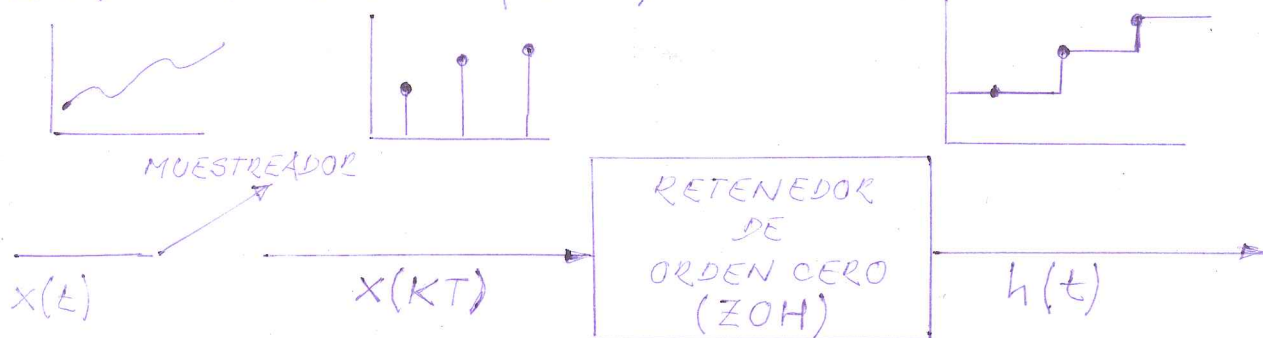
ENTRADA DE ACELERACIÓN UNITARIA: $r(t) = \frac{1}{2} t^2 \cdot 1(t)$

$$R(z) = \frac{T^2 (1 + z^{-1}) z^{-1}}{2 (1 - z^{-1})^3}$$

$$e_{ss} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{T^2}{(1 - z^{-1})^2 G(z)H(z)} = \frac{1}{K_a} ; \quad K_a = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(1 - z^{-1})^2 G(z)H(z)}{T^2}$$



ZERO-ORDER HOLD (ZOH)



$$h(kT + \tau) = x(kT), \quad 0 \leq \tau < T \quad (\text{SEÑAL EN ESCALERA})$$

$$h(t) = x(0)[1(t) - 1(t-T)] + x(T)[1(t-T) - 1(t-2T)] + \\ + x(2T)[1(t-2T) - 1(t-3T)] + \dots$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} x(kT) [1(t-kT) - 1(t-(k+1)T)]$$

$$\mathcal{L}[h(t)] = H(s) = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT) \cdot \frac{e^{-kTs} - e^{-(k+1)Ts}}{s}$$

$$= \underbrace{\frac{1 - e^{-Ts}}{s}}_{\text{FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE ZOH}} \cdot \underbrace{\sum_{k=0}^{\infty} x(kT) \cdot e^{-kTs}}_{X^*(s)}$$

FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE ZOH

$$X^*(s)$$

$$\mathcal{L}[X^*(t)] = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT) \delta(t-kT)$$

SEÑAL MUESTREADA

EJEMPLO:

$$G_D(z) = K \cdot \frac{z}{z-1} ; \quad G_h(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s} ; \quad G_p(s) = \frac{1}{s+1}$$

$$\mathcal{Z}[G_h(s)G_p(s)] = \mathcal{Z}\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s} \cdot \frac{1}{s+1}\right]$$

LGR 1

$$= (1-z^{-1}) \cdot \mathcal{Z}\left[\frac{1}{s(s+1)}\right]$$

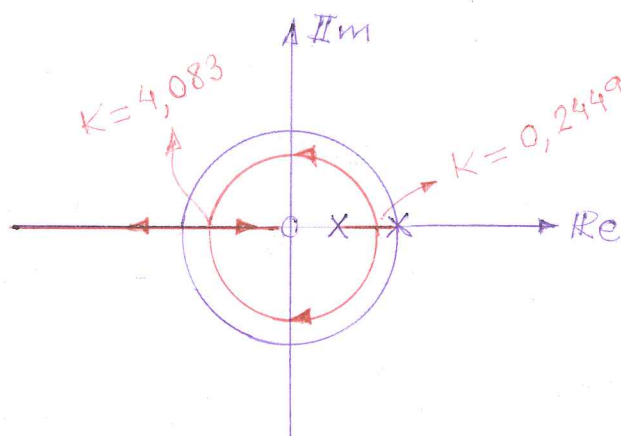
$$= (1-z^{-1}) \cdot \mathcal{Z}\left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1}\right]$$

$$= \frac{z-1}{z} \left(\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-T}} \right) = \frac{1-e^{-T}}{z-e^{-T}}$$

$$G(z) = G_D(z) \cdot \mathcal{Z}[G_h(s)G_p(s)] = k \cdot \frac{z}{z-1} \cdot \frac{1-e^{-T}}{z-e^{-T}}$$

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1+G(z)}; \text{ ECUACIÓN CARACTERÍSTICA: } 1+G(z)=0$$

$$\text{PARA } T=1s; \quad G(z) = \frac{k \cdot 0,6321 \cdot z}{(z-1)(z-0,3679)} \quad \left\{ \begin{array}{l} n=2 \text{ POLOS (N.º DE RAMAS DEL LGR)} \\ m=1 \text{ CERO} \end{array} \right.$$



1.- DIBUJAR POLOS Y CEROS EN EL PLANO Z.

2.- PARTES DEL EJE REAL QUE PERTENECEN AL LGR (A LA IZQUIERDA DE UN NÚMERO IMPAR DE POLOS Y CEROS).

3.- N.º DE ASÍNTOTAS: $N_A = n - m = 1$

$$\text{PUNTO DE PARTIDA: } \sigma_A = \frac{-(\sum \text{POLOS DE } G(z) - \sum \text{CEROS})}{N_A} = -1,3679$$

(INTERSECCIÓN DE LAS ASÍNTOTAS CON EL EJE REAL)

$$\text{ÁNGULO DE LAS ASÍNTOTAS: } \phi_A = \frac{\pm 180^\circ (2q+1)}{N_A}; \quad q = 0, 1, 2, \dots, (N_A-1)$$

$$\phi_A = \pm 180^\circ$$

4.- PUNTOS DE RUPTURA (DESPEQUE DEL EJE REAL)

ENTRE DOS POLOS ADYACENTES EN LAZO ABIERTO (PUNTO DE SALIDA)

ENTRE DOS CEROS ADYACENTES EN LAZO ABIERTO (PUNTO DE ENTRADA)

$$K = -\frac{1}{G(z)} = -\frac{(z-1)(z-0,3679)}{0,6321z}$$

$$1 + KG(z) = 0 \quad \text{LGR 2}$$

$$K = -\frac{1}{G(z)}$$

$$\frac{dK}{dz} = 0; \quad \frac{dK}{dz} = \frac{0,6321z^2 - 0,2325}{(0,6321z)^2} = 0; \quad z^2 = 0,3678$$

$$z = \pm 0,6065$$

PARA $z = +0,6065$, K MÁXIMO $\left(\frac{d^2K}{dz^2}\right)_{z=+0,6065} < 0$. PUNTO DE RUPTURA DE SALIDA

PARA $z = -0,6065$, K MÍNIMO $\left(\frac{d^2K}{dz^2}\right)_{z=-0,6065} > 0$. PUNTO DE RUPTURA DE ENTRADA

$$\text{PARA } z = +0,6065 \longrightarrow K = -\frac{1}{G(z)} = 0,2449$$

$$\text{PARA } z = -0,6065 \longrightarrow K = -\frac{1}{G(z)} = 4,083$$

$$\text{PARA } z = -1, \text{ EL VALOR CRÍTICO DE LA GANANCIA } K = -\frac{1}{G(z)}_{z=-1} = 4,328$$

PARA $K=2$, $1 + G(z) = 0 \Rightarrow$ LAS RAÍCES SON $z = 0,0518 \pm 0,6043j$

5.- ÁNGULOS DE PARTIDA (O DE LLEGADA) DESDE LOS POLOS COMPLEJOS (O CEROS COMPLEJOS)

ÁNGULO DE PARTIDA = $180^\circ - \sum$ ÁNGULOS DE LOS VECTORES AL POLO COMPLEJO DESDE OTROS POLOS + $\sum$ ÁNGULOS DESDE LOS CEROS.

ÁNGULO DE LLEGADA = $180^\circ - \sum$ ÁNGULOS DE LOS VECTORES AL CERO DESDE OTROS CEROS + $\sum$ ÁNGULOS DESDE LOS POLOS.

6.- CORTES CON EL EJE IMAGINARIO ($z = j\omega$ EN LA ECUACIÓN CARACTERÍSTICA, CON K POR DETERMINAR, Y SE IGUALAN PARTE REAL E IMAGINARIA A CERO, OBTENIÉNDOSE UN SISTEMA DE ECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS, ω Y K).