Apellidos: _____ **Nombre:** _____

IMPORTANTE

- Duración del examen: **90 minutos**
- No olvide anotar el nombre y los apellidos en todas las hojas de examen, incluido el enunciado de examen
- No se permite ningún tipo de documentación
- Las respuestas se entregarán en hojas de examen
- Se entregarán las hojas de examen, incluido el enunciado de examen, dobladas por la mitad

1. (30 puntos) En la figura 1 se muestra una versión simplificada del control de velocidad de actitud para el caso de un avión F-18.

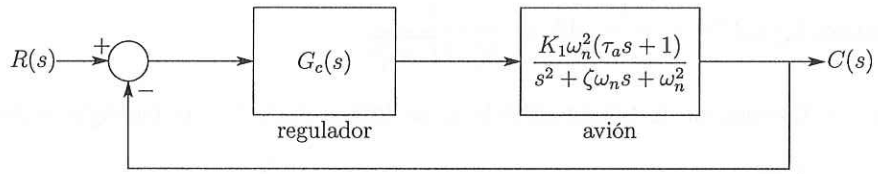


Figura 1: Sistema de control de velocidad de actitud de un avión F-18.

Suponiendo que la aeronave está volando a cuatro veces la velocidad del sonido (Mach 4 o, aproximadamente, 4.949 km/h), a una altitud de 100.000 pies (30.480 m), y los parámetros del avión atienden a $\tau_a = 5$, $K_1 = 0,1$, $\zeta\omega_n = 0,05$ y $\omega_n = 2$ rad/s, diseñe un compensador $G_c(s)$, de manera que la respuesta a una entrada escalón unidad presente un error en régimen permanente inferior al 50 %, un margen de fase de 150° y un margen de ganancia mayor o igual que 8 dB.

2. (40 puntos) Considere el sistema de control, con realimentación unitaria, mostrado en la figura 2.

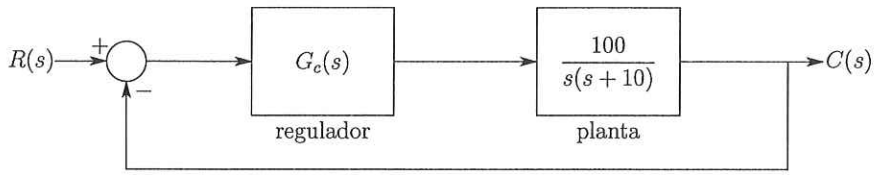


Figura 2: Sistema de control considerado.

Diseñe un regulador $G_c(s)$ ideal, de forma que el sistema de control opere con un ancho de banda de 2,2508 Hz, atendiendo al lugar geométrico de las posibles raíces dominantes, según refleja la figura 3.

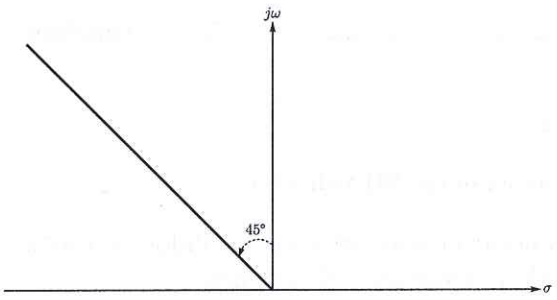


Figura 3: Lugar geométrico de las raíces dominantes en el plano s. Únicamente se representa el semiplano superior.

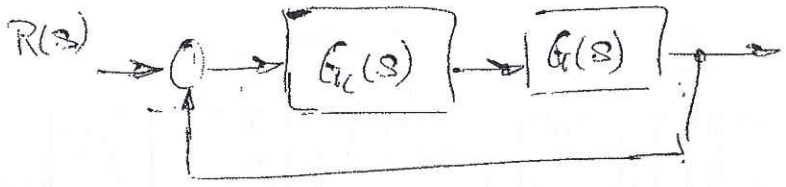
Si, una vez introducido el regulador $G_c(s)$, se deseara mejorar la velocidad de respuesta del sistema, incrementándose el pico de resonancia en un 15,47 %, conservándose a la par el tiempo de establecimiento, al 2 %, ¿en qué porcentaje relativo se vería alterado el error en régimen permanente, cuando se introduce como señal de entrada una rampa unitaria?

Notas: $t_s(\pm 2\,\%) = \dfrac{4}{\zeta\omega_n}$, $M_r = \dfrac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$.

3. (30 puntos) Determine la transformada z, en forma cerrada, de las siguientes funciones.

   1. $x(k) = \left(\sum_{i=0}^{\infty}(-1)^i\left[u(k-2\cdot i) - u(k-(2+2\cdot i))\right]\right)\cdot u(k)$.
   2. $x(k) = (j+1)^{2(k-1)}u(k-2)$.

domaine public



$$G(s) = \frac{2s + 0,4}{s^2 + 0,05s + 4}$$

$$G_c(s) = k_c \cdot \frac{s + w_1}{s + \underbrace{w_1}_{\beta}} \qquad \beta > 1.$$

$$e_{ss} = 0,5 = \frac{1}{1 + k_p}$$

$$k_p = \lim_{s \to 0} G_c(s) G(s) = \lim_{s \to 0} k_c \cdot \frac{s + w_1}{s + \underbrace{w_1}_{\beta}} \cdot \frac{2s + 0,4}{s^2 + 0,05s + 4} = k_c \beta \frac{0,4}{4} = 0,1 \cdot k_c \cdot \beta = 0,1 \cdot k$$

$$e_{ss} = 0,5 = \frac{1}{1 + 0,1k} \Rightarrow \boxed{k = 10}$$

$$G_1(s) = k \cdot G(s) = 10 \, \frac{2s + 0,4}{s^2 + 0,05s + 4}$$

$$G_1(j\omega) = 10 \, \frac{2j\omega + 0,4}{(j\omega)^2 + 0,05j\omega + 4}$$

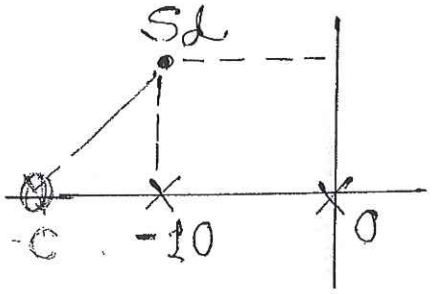
$$G_1(j\omega)\Big|_{\omega \to 0} = \frac{10 \cdot 0,4}{4} \Rightarrow \begin{cases} \rightarrow G_1(j0,02) = 1 = 0\,dB. \\ \rightarrow \underline{G_1(j0,02) = 0^\circ} \end{cases}$$

(2) $\operatorname{sen} 45° = \zeta$; $\zeta = \sqrt{2}/2$

$\Delta B \simeq w_n = 2\pi \cdot 2{,}2508 = 20/\sqrt{2}$

$s_d = -\zeta w_n \pm w_n\sqrt{1-\zeta^2}\cdot j = -10 \pm 10j$

$G(s) = \dfrac{100}{s(s+10)}$; $G_c(s) = K_D(1+T_D\cdot s) = \underbrace{K_D\cdot T_D}_{K_c}\left(s+\dfrac{1}{T_D}\right)$



$\angle G(s)_{s_d} = -135° - 90° = -225° \neq -180°$

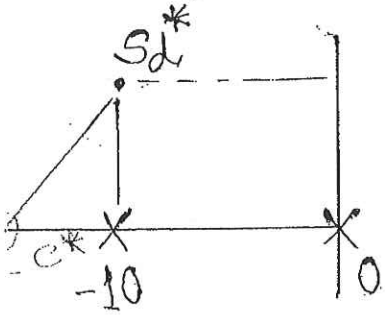
$\angle G_c(s)G(s)_{s_d} = \theta_c - 225° = -180° \rightarrow \theta_c = 45°$

$\tan^{+1} 45° = \dfrac{10}{c-10}$; $c = +20$

$$\left| K_c\cdot(s+20)\cdot\frac{100}{s(s+10)}\right|_{s_d} = 1 \rightarrow K_c = 10^{-3}$$

$$K_v = \lim_{s\to 0} s(s+20)\cdot\frac{0{,}1}{s(s+10)} = 0{,}2 \rightarrow e_{ss} = \frac{1}{K_v} = 5$$

$$\left.\begin{array}{l} t_s = \dfrac{4}{\zeta w_n} = 0{,}4 \longrightarrow w_n = 20 \\ M_r = 0{,}1547 \longrightarrow \zeta = \dfrac{1}{2} \end{array}\right\} s_d^* = -10 + 18{,}6121j$$



$\angle G(s)_{s_d^*} = -118{,}2485° - 90° = -208{,}2485° \neq -180°$

$\angle G_c(s)G(s)_{s_d^*} = \theta_c - 208{,}2485° = -180°$

operando $\rightarrow \theta_c = 28{,}2485°$

$\tan 28,2485° = 0,5373 = \frac{18,6121}{c^* - 10}$; $c^* = 44,64$

$$\left| K_c \cdot (s+44,64) \cdot \frac{100}{s(s+10)} \right|_{s_d^*} = 1 \rightarrow K_c = 0,1$$

$$K_v = \lim_{s \to 0} s \left(s+44,64\right) \cdot \frac{10}{s(s+10)} = 44,64$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} = 0,0224$$

$$\frac{5 - 0,0224}{5} = 0,9952$$

Se ve mejorado el error en un 99,52%

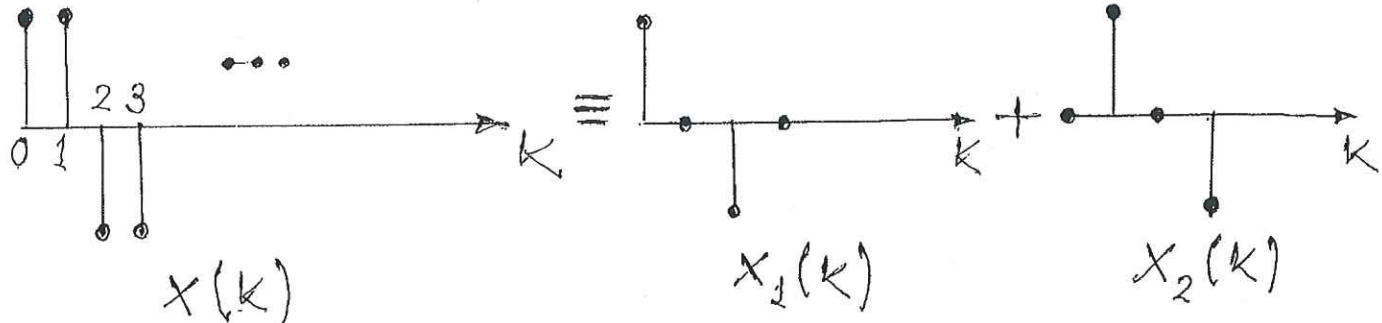
(3) $x(k) = \left[\sqrt{2} \cdot e^{j\pi/4}\right]^{2(k-1)} \cdot u(k-2)$

si $a = \left(\sqrt{2} \cdot e^{j\pi/4}\right)^2 = 2 \cdot e^{j\pi/2} = 2j$

$x(k) = a^{(k-1)} \cdot u(k-2)$

$= a \cdot a^{(k-2)} \cdot u(k-2)$

$X(z) = a \cdot z^{-2} \cdot \frac{1}{1 - az^{-1}} = \frac{2j \cdot z^{-2}}{1 - 2j\, z^{-1}}$



$x(k) = x_1(k) + x_2(k)$

$= \cos k\pi/2 + \cos(k-1)\pi/2$

$= \cos k\pi/2 \cdot u(k) + \cos(k-1)\pi/2 \cdot u(k-1)$

$X(z) = \frac{1}{1+z^{-2}} + \frac{z^{-1}}{1+z^{-2}}$