

HOJA DE EJERCICIOS 1: Lógica proposicional EDyL 2021-2022

[Fecha de publicación: 2021/09/20]

[Fecha de entrega: 2021/09/28, 09:00]

[Soluciones (en clase): 2021/09/28]

NOTA: Incluye explicaciones para tus respuestas. Un ejercicio cuya respuesta es correcta, pero que no incluye explicaciones podrá ser valorado como incompleto.

EJERCICIO 1.

(i) Utilizando solo una tabla de verdad (no se permite el uso de reglas de equivalencia), determina si la fórmula bien formada $w = \{\neg C \Rightarrow A\}$ es consecuencia lógica de la base de conocimiento $\Delta = \{(A \Leftrightarrow C) \Rightarrow (A \wedge B), A \vee \neg B\}$.

(ii) Consideremos la base de conocimiento $\Delta_1 = \{w_1, w_2, w_3, w_4\}$, la cual es UNSAT y la base de conocimiento $\Delta_2 = \{w_1, w_2, \neg w_3, \neg w_4\}$, que también es UNSAT.

Determina cuáles de las siguientes frases son correctas, incorrectas o para cuáles no es posible determinar si son correctas o incorrectas con la información dada. Justifica tus respuestas y proporciona ejemplos que las ilustren utilizando fórmulas bien formadas que involucren únicamente a los átomos A y B.

Frase	Correcta / incorrecta / No puede ser determinado	Ejemplo:
$\{w_1, w_2\} \models \neg w_3 \vee \neg w_4$		
$\{w_1, w_2\} \models w_3 \wedge w_4$		
$\{w_1, w_2\}$ es UNSAT		
Siempre que $\{w_1, w_2\} \models w_3 \wedge w_4$, $\{w_1, w_2\}$ es UNSAT		

EJERCICIO 2:

(i) Sean w_1, w_2 y w FBFs en lógica formal para las que se cumple

$$\begin{array}{ll} \{w_1, w_2, \neg w\} & \text{es UNSAT,} \\ \{w_1, w_2, w\} & \text{es SAT.} \end{array}$$

Indica cuáles de las siguientes aseveraciones son correctas, cuáles son incorrectas y para cuáles de ellas no es posible determinar con la información disponible si son correctas o incorrectas. Explica las respuestas.

- (a) $w_1 \wedge w_2$ es SAT.
- (b) Si $w_1 \wedge w_2$ es una tautología, entonces w es una tautología.
- (c) $\neg w$ es UNSAT.
- (d) $\{w_1, w_2\} \models w$.
- (e) $\{w_1, w_2\} \models \neg w$.

(ii) Sin utilizar reglas de equivalencia:

- a. Construye la tabla de verdad de la base de conocimiento
 $\Delta = \{A \vee \neg B, (A \Leftrightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \wedge \neg C)\}$.
- b. Señala las interpretaciones que son modelo de la base de conocimiento.
- c. ¿Es la base de conocimiento UNSAT, SAT, pero no una tautología, o una tautología? Explica tu respuesta.
- d. ¿Es $\neg A \vee \neg C$ una consecuencia lógica de la base de conocimiento? Explica tu respuesta.

EJERCICIO 3. [adaptado de <https://www.cut-the-knot.org/Outline/Logic/AliBabaRobbery2.shtml>]

Con motivo del robo en la tienda de Laura, la policía ha interrogado a tres sospechosos. Se llaman Alan, Irene, and Horacio.

Estas son sus declaraciones:

- Alan: ¡Yo no lo hice!
- Irene: Seguro que Horacio no lo hizo.
- Horacio: ¡Sí que lo hice!

No sabemos cuántos de entre ellos están involucrados en el robo. Sin embargo, sabemos que al menos dos de ellos mintieron en la investigación. ¿Puedes determinar quién o quienes cometieron el robo? ¿Quién mintió y quién dijo la verdad?

Para alcanzar la solución solo se puede utilizar inferencia; no está permitido el razonamiento natural, semiformal, o basado en casos).

- a. Indica los átomos que son necesarios para formalizar este problema (tantos como sea necesario).

Átomos	Símbolo	Denotación

- b. Escribe las fórmulas bien formadas (FBFs) en lógica proposicional que componen la base de conocimiento (tantas como sea necesario).

Base de conocimiento		Frase en lenguaje natural	FBF

- c. Transforma la base de conocimiento a forma normal conjuntiva, indicando en cada paso la regla de equivalencia utilizadas.
- d. Utiliza resolución directa en las cláusulas obtenidas para determinar quién cometió el robo, quién mintió y quién dijo la verdad.

EJERCICIO 4: [Adaptado de

<https://demonstrations.wolfram.com/DeafIslandPuzzleGenerator/>]

Un marino llega a Atafu, uno de los atolones del archipiélago de Tokelau. En dicho atolón conviven clanes procedentes de los otros dos atolones que componen el archipiélago: Nukunonu y Fakaofu. Todos los isleños, que son del mismo grupo étnico, proceden de uno de estos dos atolones. Hay una gran desconfianza y una historia de traiciones entre estos dos grupos. Esto ha conducido a un peculiar patrón de comunicación entre ellos: por una parte, cuando dos individuos procedentes del mismo atolón hablan entre ellos, siempre dicen la verdad. Por otra parte, cuando dos personas procedentes de distintos atolones hablan entre sí, siempre mienten. El marino encuentra a tres isleños hablando entre ellos, dos a dos:

A le dice a B: Procedes de Nukunonu si y solo si C procede de Nukunonu.

B le dice a C: O bien procedes de Fakaofu o A procede de Nukunonu (o ambos).

C le dice a A: B y tú procedéis de Nukunonu.

El marino debe entregar un mensaje cifrado relativo a la modificación del tratado de Tokehega para incorporar Olohega, un atolón que los habitantes de Fakaofu arrebataron a los polinesios, a Atafu. Es importante que dicho mensaje sea conocido únicamente por los originarios de Fakaofu. Por ello, necesita determinar el origen de cada uno de los interlocutores.

Utiliza los siguientes átomos para formalizar este problema

Átomos	Denotación
A	"A procede de Nukunonu"
B	"B procede de Nukunonu"
C	"C procede de Nukunonu"

- (i) Formaliza en lógica proposicional la base de conocimiento. Utiliza para ello tantas filas como sean necesarias.

Frase en lenguaje natural	Fórmula bien formada (FBF)

- (ii) Transforma la base de conocimiento a forma normal conjuntiva, indicando en cada paso la regla de equivalencia utilizada

FBFs	FBFs en forma normal conjuntiva

- (iii) Utilizando únicamente resolución directa (no está permitido hacer razonamiento natural, semiformal o basado en casos) determina el origen de cada uno de los individuos.