

BLOQUE I: MATEMÁTICA DISCRETA

TEMA 4 GRAFOS

EJERCICIOS

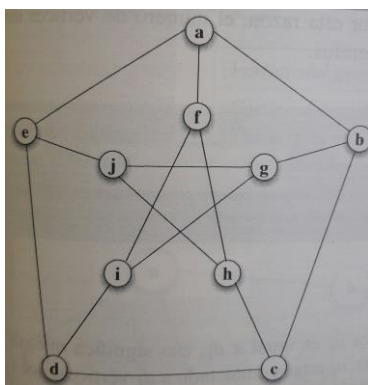
Ejercicio 1 ¿Cuántos vértices se necesitan para obtener un grafo con 12 aristas y todos sus vértices de grado 3?

Ejercicio 2 Consideremos el grafo no dirigido dado por la siguiente matriz de adyacencia:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Multiplica la matriz A consigo misma para calcular el número de caminos de longitud dos entre cada par de vértices.
- Dada la matriz de adyacencia de un grafo no dirigido, los grados de cada vértice se obtienen sumando las filas o columnas de la matriz. Calcula e este modo el grado de cada vértice y realiza una posible representación grafo dado por la matriz A.

Ejercicio 3 Construye la tabla de adyacencia y la matriz de adyacencia del siguiente grafo



Ejercicio 4 Cualquier grafo de 5 vértices y 3 aristas tiene que ser inevitablemente:

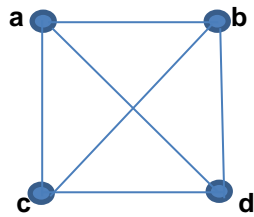
- a) Conexo b) Euleriano c) No hamiltoniano

Señala la respuesta correcta.

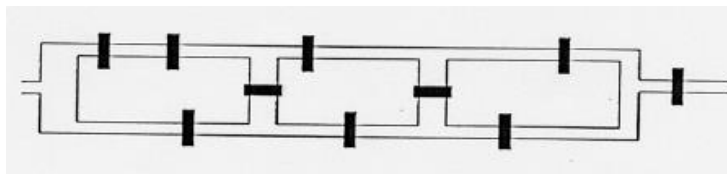
Ejercicio 5 En cada una de las 5 torres de Wormtown está encerrada una hija del rey Marshall. Desde la torre de la princesa Dignata (D) no se ve la torre de Consumata (C), aunque sí las otras tres. Las princesas Adelhata (A), Zebedea (Z) y Omata (O) también ven solamente tres torres cada una. Consumata sólo ve dos torres. Construye la tabla de adyacencia y la matriz de adyacencia de un grafo que tenga como vértices las torres y tal que dos vértices estén conectados por una arista cuando desde la torre correspondiente a uno de ellos se pueda ver la torre correspondiente al otro. Dibuja el grafo.

Ejercicio 6 Suponiendo que en una reunión de vecinos el número total de vecinos es **impar** demuestra que al menos un asistente saluda a un número par de vecinos.

Ejercicio 7 Se dice que un grafo es bipartito cuando su número cromático vale 2. Se puede demostrar que un grafo es bipartito si, y sólo si, **NO** tiene ciclos de longitud impar. Comprueba si el siguiente grafo es bipartito. De no serlo, utiliza el algoritmo voraz de coloreado para calcular su número cromático.



Ejercicio 8 En la siguiente figura aparecen 5 regiones y 10 puentes. Construye un multigrafo tomando como vértices las regiones y como aristas los puentes. ¿Se pueden cruzar una sola vez los puentes de este mapa recorriéndolos todos y volviendo al lugar de partida? ¿Se pueden cruzar una sola vez recorriéndolos todos sin volver al lugar de partida? Justifica tus respuestas.

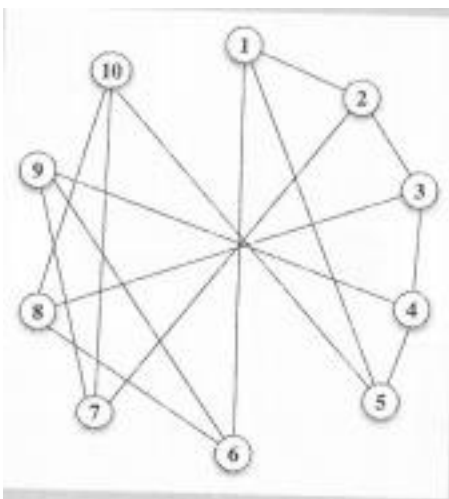


Ejercicio 9 Sea $G = (V, E)$ un grafo tal que $|V| = 25$ y todos sus vértices $v \in V$ tienen $gd(v) \geq 3$. Señale la opción correcta:

- a) $|E| = 25$
- b) $|E| \geq 38$
- c) $|E| < 30$

Ejercicio 10 Disponemos de 9 cables para montar una red de conexiones entre 6 ordenadores. ¿Es posible montar una red en la que cada ordenador esté conectado con otros cuatro? ¿Y con otros 3? En caso afirmativo, ¿es única la red?

Ejercicio 11 Construye la tabla de adyacencia y la matriz de adyacencia del siguiente grafo



Ejercicio 12 Consideremos el grafo no dirigido dado por la siguiente matriz de adyacencia:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Dibuja una representación gráfica del grafo dado por la matriz A y calcula a partir de la matriz los grados de todos los vértices.
- ¿Es el grafo dado por A euleriano? ¿Y semieuleriano?
- ¿Es el grafo dado por A hamiltoniano?

Ejercicio 13 En un seminario se van a impartir 8 talleres: t1, t2, t3, t4, t5, t6, t7 y t8, sobre distintos temas. Se han seleccionado los asistentes según su currículum y ha resultado que hay asistentes que son adecuados para asistir a varios talleres distintos. Tienen asistentes comunes los siguientes talleres: t1 y t2; t2 y t3; t4 y t5; t6 y t8; t1 y t5; t7 y t8. La organización del seminario ha recibido la consigna de poner simultáneamente el máximo número de talleres. ¿Cuántos talleres no simultáneos se han de tener si todos los asistentes han de poder asistir a todos los talleres para los que son están capacitados? Representa el resultado gráficamente.

Ejercicio 14 Comprueba si el siguiente grafo es bipartito. De no serlo, utiliza el algoritmo voraz de coloreado para calcular su número cromático.

