

1.- Decidir si el espacio complejo $c_{00} = \text{span}\{e_i = (0, \dots, 0, \overset{i}{1}, 0, \dots), i \in \mathbb{N}\}$ es denso en ℓ_∞ con la norma $\|\cdot\|_\infty$. ¿Es c_{00} con esa norma completo?

(e_i es la sucesión formada toda por ceros excepto un 1 en la posición i)

(2 puntos)

2.- Sea $T : \ell_2 \rightarrow \ell_2$ el operador dado por $T(x_1, x_2, \dots) = (ix_1, x_3, x_2, 2x_4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \dots)$.

a) Decidir si T es acotado, y calcular $\|T\|$ en su caso. ¿Es T continuo?

b) Decidir si T es autoadjunto y calcular su adjunto en su caso.

c) Calcular el espectro $\sigma(T)$.

d) Dar una isometría entre el núcleo de T y ℓ_2 .

(3 puntos)

3.- Calcular la serie de Fourier de

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } -\pi < x < 0 \\ x & \text{si } 0 < x < \pi \end{cases}$$

(2,5 puntos)

4.- Considere el siguiente sistema no lineal

$$dx/dt = f(x, y) = 8x - y^2$$

$$dy/dt = g(x, y) = x^2 - y$$

a) Halle los puntos críticos (fijos) de este sistema.

b) Dibuje las curvas $f(x,y)=0$ y $g(x,y)=0$, cuyas intersecciones señalan los puntos críticos.

c) Evalúe la estabilidad lineal de cada punto crítico y señale qué tipo de punto es (nodo, foco, etc.).

(2,5 puntos)

Duración: 2 horas. MATERIAL A UTILIZAR: ninguno.

Razónense las respuestas para que puedan darse como válidas.