Descripción matemática de la polarización

Los campos eléctrico y magnético de una onda plana son en TODO INSTANTE y PUNTO, perpendiculares al vector de propagación.

$$\vec{a}_K \cdot \vec{E}(r,t) = 0$$

$$\vec{a}_K \cdot \vec{H}(r,t) = 0$$

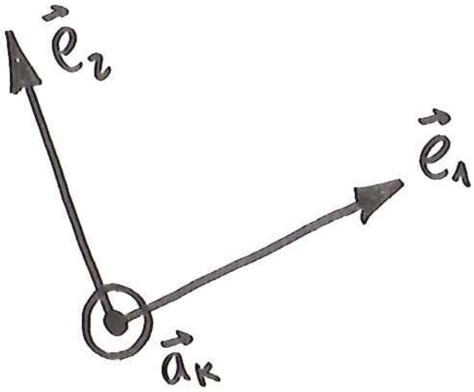
Esto lleva a la utilización de una base ortogonal (normal) constituida por $\vec{a}_K$ y dos vectores unitarios $\vec{e}_1$ y $\vec{e}_2$ perpendiculares a $\vec{a}_K$ y perpendiculares entre sí

$$\vec{a}_K \cdot \vec{e}_1 = 0$$
$$\vec{a}_K \cdot \vec{e}_2 = 0$$
$$\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = 0$$

y que definen un triedro trirrectángulo positivo:

$$\vec{a}_K \wedge \vec{e}_1 = \vec{e}_2$$
$$\vec{e}_1 \wedge \vec{e}_2 = \vec{a}_K$$
$$\vec{e}_2 \wedge \vec{a}_K = \vec{e}_1$$

La elección de $\vec{e}_1$ ó $\vec{e}_2$ es arbitraria siempre que cumplan lo descrito anteriormente.



$$E(r,t) = E_{01}\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_1)\vec{e}_1 + E_{02}\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_2)\cdot\vec{e}_2$$

En forma fasorial:

$$E(r) = \left(E_{01}\cdot e^{j\varphi_1}\vec{e}_1 + E_{02}\cdot e^{j\varphi_2}\cdot\vec{e}_2\right) e^{-j\vec{k}\vec{r}}$$

Definiendo: $C = E_{01}\, e^{j\varphi_1}$ $\quad p = \dfrac{E_{02}}{E_{01}}$ $\quad \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

Podemos escribir la expresión como:

$$E(r) = C\left(\vec{e}_1 + p\cdot e^{j\Delta\varphi}\vec{e}_2\right) e^{-j\vec{k}\vec{r}}$$

Donde la componente compleja E_c es:

$$E_c = C\left(\vec{e}_1 + p\, e^{j\Delta\varphi}\vec{e}_2\right)$$

Ⓒ

Para el caso de $\vec{H}$, hay que tener en cuenta que:

$$\vec{H} = \frac{1}{\eta} \vec{a}_k \wedge \vec{E}$$

Se tiene que:

$$\bar{H}(r) = \frac{C}{\eta} \left(\vec{e}_2 - p e^{j\Delta\varphi} \vec{e}_1\right) e^{-j \vec{k}\vec{r}}$$

y la componente compleja H_c es:

$$H_c = C/\eta \left(\vec{e}_2 - p e^{j\Delta\varphi} \vec{e}_1\right)$$

Con esta forma podemos identificar: $E_c(z) = C \cdot \left(\vec{e}_1 + p e^{j\Delta\varphi} \vec{e}_2\right)$

Polariz. lineal : si $p = 0$ ó $p = \infty$ ó $\Delta\varphi = 0$ ó $\Delta\varphi = \pm\pi$

Polariz. Circular si $p = 1$ y $\Delta\varphi = \pm \pi/2$

Polariz. Elíptica * $p = \frac{E_{02}}{E_{01}} \neq 0 \neq 1$; $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \neq 0 \neq \pm\pi = \pm\frac{\pi}{2}$ } Elipse no girada.

* Si $\Delta\varphi \neq 0, \pm\pi, \pm \pi/2$ → Elipse girada.
p: cualquier valor.

Con estas formas, podemos identificar las polarizaciones: (d)

$$E(r,t) = E_{01}\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_1)\,\vec{e}_1 + E_{02}\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_2)\,\vec{e}_2$$

$$E(\vec{r}) = \underbrace{\left[E_{01}\, e^{j\varphi_1}\cdot \vec{e}_1 + E_{02}\cdot e^{j\varphi_2}\cdot \vec{e}_2\right]}_{E_c \,=\, E_r + i E_i} e^{-j\vec{k}\vec{r}}$$

Polariz. **Lineal** $\quad E_r = 0$ ó $E_i = 0$ ó $\vec{E}_r \parallel \vec{E}_i$

Circular $\quad E_r \perp E_i$ y $|E_r| = |E_i|$

Elíptica $\quad E_r \not\perp E_i$ y $|E_r| \neq |E_i|$

Sentido de giro: $(E_r \wedge E_i)\cdot \vec{a}_K < 0$ Dextrógira (Ingen.)

$(E_r \wedge E_i)\cdot \vec{a}_K > 0$ Levógira (Ingen.)