Dept. de Vibraciones y Aeroelasticidad
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

EJERCICIO

OBJETIVO: Entender el concepto de sistema aeroelástico diseñado con bucle abierto (sin realimentación) y sistema con bucle cerrado (*leyes de control activas* o, en inglés, *EFCS*). Aplicación práctica al cálculo de la divergencia de la sección al 70-75 %.

Introducción: Las superficies de control se pueden deflectar de forma activa (bucle cerrado) para influir en la respuesta aeroelástica del sistema. En este ejercicio se demostrará que una superficie de control en modo activo puede modificar la velocidad de divergencia. En general, el uso de las superficies de control como alivio de cargas, supresión de flutter, etc. está cada vez más extendido debido a los avances en los sistemas y mecanismos de control.

Enunciado: Sea la sección al 70-75 % de la envergadura (*typical section*) de un ala recta con los grados de libertad de torsión (deformación inicial α_0 y deformación elástica α_e) y de rotación de superficie de control δ. Los coeficientes de sustentación y momento aerodinámicos son $C_{L\alpha}$, $C_{L\delta}$, C_{MAC} y $C_{MAC\delta}$, adimensionalizados con una superficie de referencia «S» y la cuerda del perfil «c».
Se pide:

1. Escribir la torsión elástica α_e teniendo en cuenta que la superficie de control se mueve de forma activa según la ley $\delta = k_c\alpha_e$.

   NOTA: Asumir que la ley de control $\delta = k_c\alpha_e$ no considera la torsión debida al peso α_e^W y sólo se activa con la velocidad q_∞.

2. Encontrar el valor de k_c para que la presión dinámica de divergencia en bucle cerrado se duplique respecto a la presión dinámica del sistema en bucle abierto.

3. Encontrar el valor de k_c para que la divergencia del sistema en bucle cerrado sea completamente eliminada.

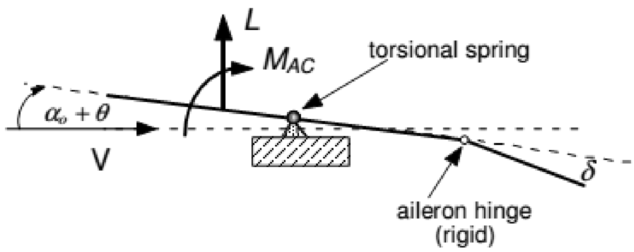

Figura 1: Sección 2D con rotación de superficie de control activa según la ley $\delta = k_c\alpha_e$

SOLUCIÓN

APARTADO 1

La ecuación de equilibrio en momentos se escribe:

$$K_\alpha \alpha_e = qSeC_{L\alpha}(\alpha_0 + \alpha_e) + qScC_{MAC} + qSeC_{L\delta}\delta + qScC_{MAC\delta}\delta$$

Teniendo en cuenta la relación $\delta = k_c \alpha_e$, la ecuación anterior queda:

$$(K_\alpha - qSeC_{L\alpha} - qSeC_{L\delta}k_c - qScC_{MAC\delta}k_c) \cdot \alpha_e = qSeC_{L\alpha}\alpha_0 + qScC_{MAC}$$

Dividiendo por $SeC_{L\alpha}$, la ecuación anterior queda:

$$\left[\frac{K_\alpha}{SeC_{L\alpha}} - q\left(1 + \frac{C_{L\delta}}{C_{L\alpha}}k_c + \frac{c}{e}\frac{C_{MAC\delta}}{C_{L\delta}}k_c\right)\right]\alpha_e = q\left(\alpha_0 + \frac{c}{e}\frac{C_{MAC}}{C_{L\alpha}}\right)$$

$$\alpha_e = \frac{q\left(\alpha_0 + \frac{c}{e}\frac{C_{MAC}}{C_{L\alpha}}\right)}{\frac{K_\alpha}{SeC_{L\alpha}} - q\left(1 + \frac{C_{L\delta}}{C_{L\alpha}}k_c + \frac{c}{e}\frac{C_{MAC\delta}}{C_{L\delta}}k_c\right)}$$

APARTADO 2

La presión dinámica de divergencia en bucle abierto (o sistema «natural») es $q_n = K_\alpha / SeC_{L\alpha}$. La presión dinámica de divergencia en bucle cerrado q_{ON} se puede escribir por tanto como:

$$q_n - q_{ON}\left(1 + \frac{C_{L\delta}}{C_{L\alpha}}k_c + \frac{c}{e}\frac{C_{MAC\delta}}{C_{L\delta}}k_c\right) = 0 \Rightarrow \frac{q_{ON}}{q_n} = \frac{1}{1 + k_c\left(\frac{C_{L\delta}}{C_{L\alpha}} + \frac{c}{e}\frac{C_{MAC\delta}}{C_{L\alpha}}\right)}$$

Para que la velocidad de divergencia se duplique, se debe cumplir:

$$\frac{1}{1 + k_c\left(\frac{C_{L\delta}}{C_{L\alpha}} + \frac{c}{e}\frac{C_{MAC\delta}}{C_{L\alpha}}\right)} = 2$$

es decir,

$$\frac{1}{2} - 1 = k_c\left(\frac{C_{L\delta}}{C_{L\alpha}} + \frac{c}{e}\frac{C_{MAC\delta}}{C_{L\alpha}}\right) \Rightarrow k_c = -\frac{1}{2\left(\frac{C_{L\delta}}{C_{L\alpha}} + \frac{c}{e}\frac{C_{MAC\delta}}{C_{L\alpha}}\right)}$$

APARTADO 2

La condición de divergencia desaparece si la presión dinámica de divergencia tiende a infinito, es decir:

$$1 + k_c\left(\frac{C_{L\delta}}{C_{L\alpha}} + \frac{c}{e}\frac{C_{MAC\delta}}{C_{L\alpha}}\right) = 0 \Rightarrow k_c = -\frac{1}{\frac{C_{L\delta}}{C_{L\alpha}} + \frac{c}{e}\frac{C_{MAC\delta}}{C_{L\alpha}}}$$