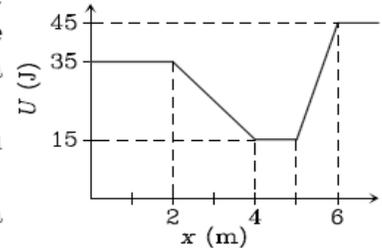


Para que trabajes de forma autónoma y compruebes tus conocimientos del tema

Son problemas sacados de exámenes de cursos anteriores que corresponden a conceptos presentados en el Tema 1.

C1) La figura muestra la energía potencial U en función de la posición x de una partícula de masa $m = 0.9$ kg que puede moverse únicamente a lo largo del eje X . No hay fuerzas no conservativas. En un instante dado se observa a la partícula en la posición $x_0 = 4.5$ m con una velocidad de $\vec{v}_0 = -7 \vec{i}$ m/s.

- Si la partícula puede llegar a la posición $x = 1$ m, deduzca su velocidad allí; si no puede llegar, indique el punto de retorno.
- ¿Cuál es el valor, dirección y sentido de la fuerza sobre la partícula cuando empieza a moverse a la izquierda de $x = 4$ m?

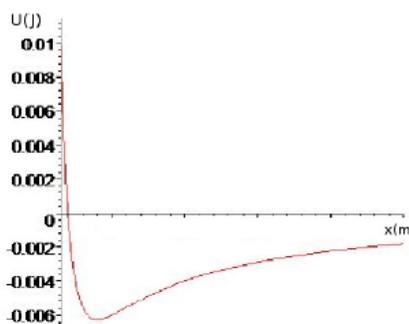


P3) Un campo de fuerzas conservativo tiene una energía potencial asociada cuya expresión es

$$U(x) = \frac{a}{x_0^2} \left[\left(\frac{x_0}{x} \right)^2 - \frac{x_0}{x} \right]$$

donde x representa la posición (en metros) en el campo de fuerzas, $x_0 = 2a/b$ es una posición de referencia con $a = 10$ y $b = 1$ en unidades del Sistema Internacional, y $U(x)$, en Julios, está representada en la figura. Una partícula en este campo de fuerzas tiene velocidad nula en el punto $x = 3x_0/2$.

- (1 punto) Determine las unidades de a y b en términos de kg, m, s.
- (1 punto) ¿Está confinada espacialmente la partícula considerada? Determine los puntos de retorno en caso de que existan.
- (1 punto) ¿Para qué valor de x es máxima la velocidad?
- (1 punto) ¿Qué fuerza actúa sobre la partícula en el punto $x = 3x_0$?



P3) La energía potencial asociada a un campo de fuerzas conservativo tiene la expresión

$$U(r) = \frac{A}{r^2} - \frac{B}{r}$$

donde r es la coordenada radial esférica (en metros) y A y B son constantes independientes de la posición.

- (1 punto) Determine las unidades de A y B en términos de kg, m, s.
- (1 punto) Si bajo la acción única de este campo de fuerzas se observa equilibrio en la posición $r_1 = 4 \times 10^5$ m, determine la relación entre las constantes A y B .
- (1 punto) Si en este campo de fuerzas un cuerpo de masa m describe un arco de circunferencia de radio R y ángulo $\pi/2$ rad, calcule el trabajo realizado por dicho campo.
- (1 punto) Responda a la anterior pregunta si el cuerpo se mueve desde la posición de equilibrio r_1 hasta la posición $r_2 = 2r_1$. (Debe dar la solución en términos de A y r_1 .)

P3) Una única fuerza conservativa $\vec{F}(x)$ actúa sobre un cuerpo de masa $m = 1.5$ kg que se mueve a lo largo del eje X . La energía potencial asociada a la fuerza viene dada por $U(x) = -4x \exp\{-x/4\}$ J, donde la coordenada x viene en metros. En la posición $x = 5$ m, la energía cinética del cuerpo vale $E_c = 2$ J.

a) Determine la energía mecánica del cuerpo en $x = 6$ m (0.5 puntos).

b) Determine la posición de los puntos de equilibrio, indicando en cada caso si se trata de equilibrio estable o inestable (1 puntos).

c) ¿En qué posición el cuerpo alcanza la máxima energía cinética, y cuánto vale ésta? (0.5 puntos).

d) Escriba la expresión de la fuerza, e indique su sentido en las diferentes zonas de la región $x = [0, 10]$ m (1 puntos).

P2) (2 puntos) Dos cuerpos de masas m_1 y m_2 se mueven inicialmente a lo largo del mismo eje y en el mismo sentido, de manera que m_1 alcanza a m_2 produciéndose una *colisión elástica* entre ellos. Suponga que la colisión es *frontal*, y todo el proceso tiene lugar en una única dirección. Los valores de las masas, m_1 y m_2 , y sus velocidades antes de la colisión, v_1 y v_2 , son desconocidos. Se conoce, sin embargo, que *las energías cinéticas de ambos cuerpos antes de la colisión son iguales, y que tras la colisión la masa m_1 queda en reposo*. Determine la relación de masas, m_1/m_2 , y de velocidades iniciales, v_1/v_2 .

P1) Un vehículo espacial se encuentra posado sobre un pequeño asteroide de forma esférica de radio $R = 5.0 \times 10^3$ m y masa $M = 2.6 \times 10^{15}$ kg. Su equipamiento de comunicaciones vía radio se ha averiado y para comunicarse con el exterior solo dispone de un pendrive de masa $m_1 = 10$ g, donde el sistema puede grabar mensajes, y de un muelle de constante elástica $k = 400$ N/m.

Una vez grabados los mensajes, el ingenio impulsa el pendrive utilizando el resorte. Suponiendo que la energía potencial elástica del resorte se transforma íntegramente en energía cinética del pendrive,

a) (1 punto) ¿cuánto debe comprimirse el muelle de manera que el pendrive adquiera la velocidad mínima para escapar del campo gravitatorio del asteroide?

Un módulo de aterrizaje de apoyo está orbitando circularmente el asteroide, y completa cada vuelta en un tiempo de 2 horas.

b) (1 punto) ¿Cuál es el radio de la órbita del módulo de aterrizaje?

c) (1 punto) ¿Cuál es la velocidad del módulo de aterrizaje?

d) (1 punto) Si el pendrive fue lanzado verticalmente, ¿cuál es su velocidad al alcanzar la órbita del módulo de aterrizaje?

Datos adicionales: Constante de la gravitación universal: $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm²/kg².

P2) Dos cuerpos de masas m_1 y m_2 se mueven inicialmente a lo largo del mismo eje X , m_1 en el sentido positivo y m_2 en el sentido negativo, y con el mismo módulo de velocidad v , produciéndose una *colisión frontal* entre ellas. Determine *el vector velocidad de cada masa* tras la colisión en los siguientes supuestos:

a) (1 punto) La colisión es elástica y las masas son iguales;

b) (1 punto) La colisión es inelástica, $m_1 = 2m_2$, y las dos masas quedan unidas tras la colisión.